

Задача 1.

Пусть $x < y$ — положительные действительные числа такие, что

$$\sqrt{x} + \sqrt{y} = 4 \quad \text{и} \quad \sqrt{x+2} + \sqrt{y+2} = 5.$$

Найдите x .

Задача 2.

Какое наибольшее количество непересекающихся троек попарно различных натуральных чисел можно выбрать среди чисел от 1 до 2024 так, чтобы в каждой тройке одно число равнялось произведению двух других?

Задача 3.

Окружность с центром в точке O проходит через вершины B и C треугольника ABC и вторично пересекает стороны AB и AC в точках P и Q соответственно. Предположим, что окружности с диаметрами BP и CQ касаются друг друга внешним образом в точке T . Найдите длину отрезка AO , если $AB = 18$, $AC = 36$ и $AT = 12$.

Задача 4.

Назовём словом любую последовательность букв. Со словами разрешается продлевать следующие операции: 1) удалить первую букву слова; 2) удалить последнюю букву слова; 3) добавить копию слова после него. Например, если исходное слово — АВС, применение операций даст ВС, АВ и АВСАВС соответственно. Верно ли, что с помощью таких операций можно в любом слове переставить буквы в любом порядке?

Задача 5.

На плоскости нарисована замкнутая 222-звенная ломаная. Известно, что два соседних звена ломаной перпендикулярны друг другу, а также никакие два звена ломаной не лежат на одной прямой. Какое наибольшее количество точек самопересечений может иметь такая ломаная?