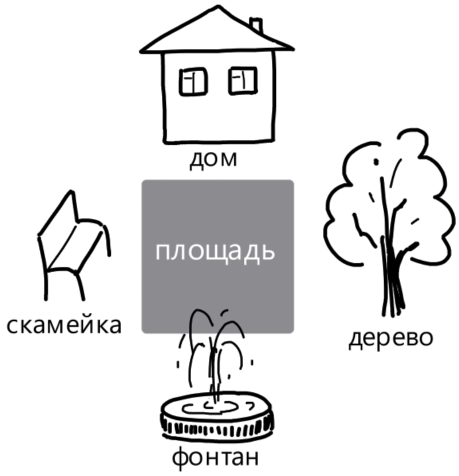
В скобках указано, каким классам рекомендуется задача (решать задачи более старших классов также разрешалось), а также, проверяется ли полное решение или достаточно было ввести ответ.

1 (6; ответ). Саша написал на доске несколько двузначных чисел в порядке возрастания, а после этого заменил одинаковые цифры на одинаковые буквы, а разные цифры — на разные буквы. У него получилось (в том же порядке)

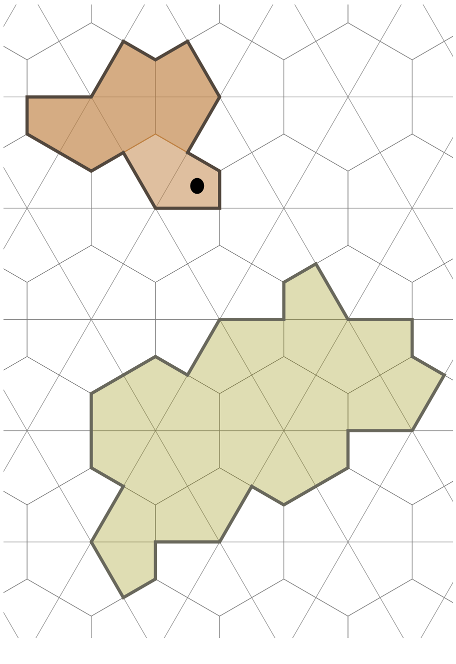
АС, АР, ЯР, ЯК, ОК, ОМ, УМ, УЖ, ИЖ, ИА

Восстановите цифры.

2 (6–7; ответ). На площади стояло несколько человек, каждый лицом к одному из 4 объектов, расположенных как на рисунке. Каждый человек записал, какой объект находится перед ним, какой — слева, а какой — справа. В итоге «дом» было написано 5 раз, «фонтан» — 6 раз, «скамейка» — 7 раз, «дерево» — 9 раз. Сколько человек стояло на площади, и сколько из них стояло лицом к каждому из объектов?



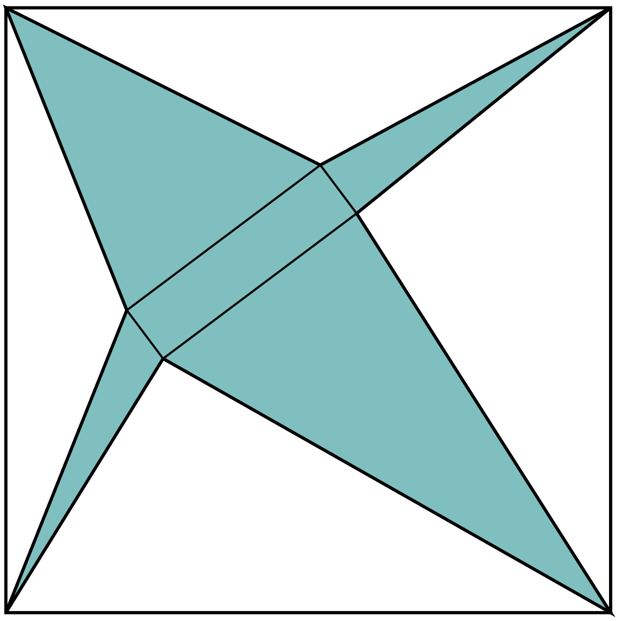
3 (6–8; ответ).Фигуру снизу можно разделить на трёх «дикобразов» (возможно, повёрнутых или перевёрнутых), изображённых на рисунке сверху. Отметьте дольки, в которых окажутся глаза этих дикобразов.



4 (7–9; ответ). Назовём натуральное число n *интересным*, если n и $n + 2023$ — палиндромы, то есть числа, одинаково читающееся слева направо и справа налево. Найдите наименьшее и наибольшее интересные числа.

5 (8–10; ответ). Город N представляет собой клетчатый квадрат 9×9. За 10 минут Таня может перейти из любой клетки в соседнюю по стороне. Ваня может открыть в любых двух клетках по станции метро — после этого можно будет перемещаться из одной такой клетки в другую за 10 минут. Отметьте две клетки, в которых Ване нужно открыть метро, чтобы Таня могла добраться из любой клетки города в любую другую за 2 часа.

6 (9–11; ответ). Рассмотрим различные прямоугольники периметра 10, лежащие внутри квадрата со стороной 10. Чему равна наибольшая возможная площадь закрашенной звёздочки (см. рисунок)? Ответ округлите до двух знаков после запятой.



7 (10–11; решение). Существует ли число, которое может быть представлено в виде $\frac{1}{n} + \frac{1}{m}$, где m и n натуральные, не менее чем ста способами? Ответ объясните.

8 (11; ответ). У Карабаса–Барабаса есть большой участок земли в форме выпуклого 12-угольника, в вершинах которого стоят фонари. Карабасу–Барабасу нужно поставить внутри участка некоторое конечное число фонарей, разделить его на треугольные участки с вершинами в фонарях и раздать эти участки актёрам театра. При этом каждый внутренний фонарь должен освещать не менее шести треугольных участков (фонарь светит недалеко, только на те участки, в вершине которых стоит). Какое максимальное количество треугольных участков может раздать Карабас–Барабас актёрам?

Оформление может не соответствовать версии, выданной на олимпиаде.

Вариант подготовили: А. В. Антропов, С. А. Дориченко, М. А. Евдокимов, П. Е. Закорко, Т. В. Казицына, Т. А. Корчемкина, Г. А. Мерзон, Г. С. Минаев, Н. А. Солодовников, А. А. Тертерян, А. К. Толпыго.

Задания, решения, результаты будут появляться на сайте `http://turlom.olimpiada.ru`