

### Задача 1.

1. Во время похода Петя наткнулся на овраг. Через него в двух местах перекинута две доски.

а) Первая доска имеет длину 5 м, вторая – 8 м (овраг в этом месте шире). Какой из двух вариантов перехода стоит выбрать Пете, чтобы доска с меньшей вероятностью сломалась под его весом? Доски сделаны из одного материала, имеют одинаковую ширину и толщину.

б) Тот же вопрос, если длины досок одинаковы, а ширина и толщина различны. Ширина первой доски 10 см, толщина 4 см. Ширина второй доски 20 см, толщина 2 см.

### Задача 2.

Как известно, III закон Кеплера утверждает, что квадраты периодов обращения планет вокруг Солнца относятся, как кубы больших полуосей их эллиптических орбит. Другими словами, период обращения планеты  $T$  пропорционален большой полуоси ее орбиты  $a$  в степени  $\frac{3}{2}$ :

$$T \sim a^{\frac{3}{2}}.$$

В таком виде этот закон справедлив, если на планету со стороны Солнца действует сила притяжения, подчиняющаяся закону всемирного тяготения (обратно пропорциональная квадрату расстояния). А если бы закон тяготения был другим – каким тогда был бы III закон Кеплера?

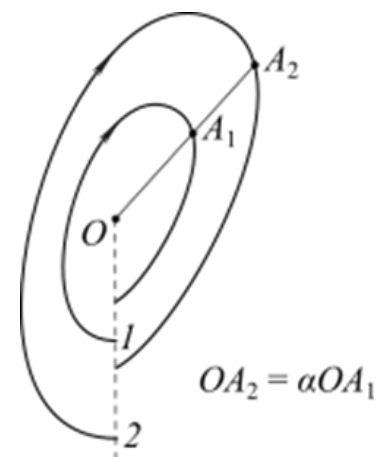
а) Представим себе тело, движущееся в центральном силовом поле  $F = k/r^n$  ( $F$  – сила притяжения к центру,  $r$  – расстояние до него,  $k$  – некоторый коэффициент). Рассмотрим круговые орбиты этого тела. Найдите, какой степени радиуса орбиты  $r$  пропорционален период обращения по ней  $T$ .

б) Покажите, что найденная в пункте а) зависимость остается справедливой и для некруговых орбит.

**Пояснение.** Движение тела в центральном поле при произвольном  $n$ , вообще говоря, не является периодическим – орбиты представляют собой незамкнутые спирали либо уходят на бесконечность (возможно также падение тела на силовой центр). Но можно рассмотреть какой-то участок траектории (например, один оборот вокруг центра) и осуществить его гомотетию – расстояния от силового центра до каждой точки увеличить в  $\alpha$  раз (см. рисунок). Тогда возникает два вопроса.

1) Как показать, что если первая кривая была участком реальной траектории тела, то вторая (увеличенная в  $\alpha$  раз) также будет реальной траекторией в данном силовом поле.

2) Во сколько раз время движения тела по второй траектории будет отличаться от времени его движения по первой, то есть какой степени линейного размера участка траектории пропорционально время движения в таком случае? Ваше решение должно дать ответы на оба этих вопроса.



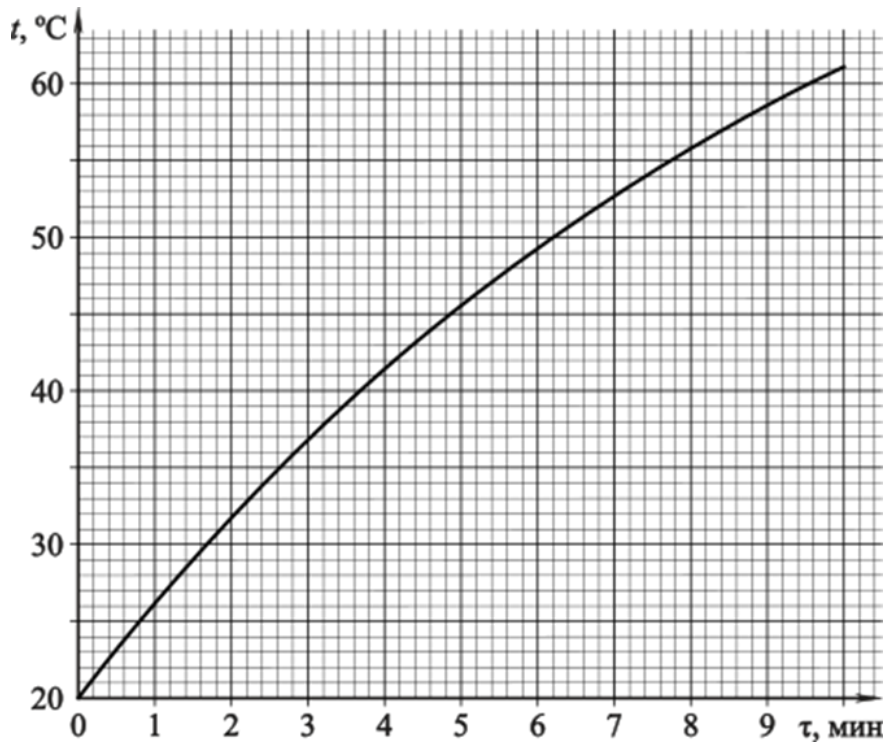
### Задача 3.

В сосуд с водой комнатной температуры поместили кипятильник постоянной мощности и включили его. На рисунке показана измеренная зависимость температуры воды  $t$  от времени  $\tau$ .

а) На сколько градусов остынет вода в сосуде за 10 с, если выключить кипятильник при температуре  $50^\circ\text{C}$ ?

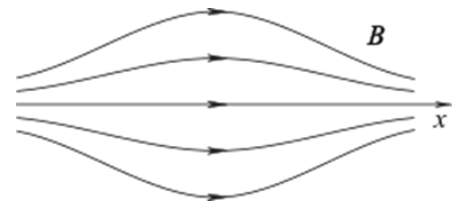
б) До какой максимальной температуры нагреется вода за большое время, если кипятильник не выключать? Будем считать, что закон теплоотдачи воды окружающему воздуху остается неизменным и при таких температурах.

в) Завышает или занижает максимальную температуру воды предположение о неизменности закона теплоотдачи? Другими словами, на самом деле эта температура окажется больше или меньше найденной в пункте б)?



**Задача 4.**

Для удержания плазмы (ионизированного газа высокой температуры) используются, в частности, ловушки с магнитными пробками (или магнитными зеркалами). Такая ловушка представляет собой вакуумный объем, в котором создано магнитное поле, конфигурация которого показана на рисунке. В центре ловушки магнитная индукция невелика, а при удалении от центра вдоль оси  $x$  резко увеличивается. Ось  $x$  является осью симметрии поля. Требуется оценить расстояние от центра, на котором происходит отражение ионов плазмы. Для этого вам предлагается выполнить следующие задания.



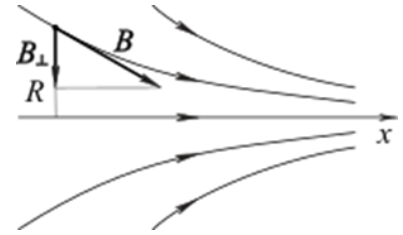
а) В однородное магнитное поле индукции  $B$  влетает частица, имеющая скорость  $v$ . Масса частицы  $m$ , заряд  $q$ , ее скорость направлена под углом  $\alpha$  к линиям магнитной индукции. Опишите, как будет двигаться эта частица. Найдите геометрические параметры ее траектории.

б) На рисунке показаны линии индукции неоднородного магнитного поля. Ось  $x$  является осью симметрии. Зависимость поля от координаты  $x$  на этой оси – известная функция  $B(x)$ . Найдите (выразите через  $B(x)$ ) перпендикулярную оси составляющую вектора магнитной индукции  $B_{\perp}$  в точке, лежащей на расстоянии  $R$  от оси.  $R$  считайте малым по сравнению с расстоянием, на котором магнитное поле существенно изменяется.

**Указание.** Один из фундаментальных законов электродинамики – магнитная теорема Гаусса. Она утверждает, что поток вектора магнитной индукции через любую замкнутую

поверхность всегда равен нулю. Попробуйте использовать этот факт, чтобы получить ответ в этом пункте.

в) Как будет двигаться заряженная частица в магнитном поле из пункта б)? Изобразите и объясните (качественно) ее траекторию.

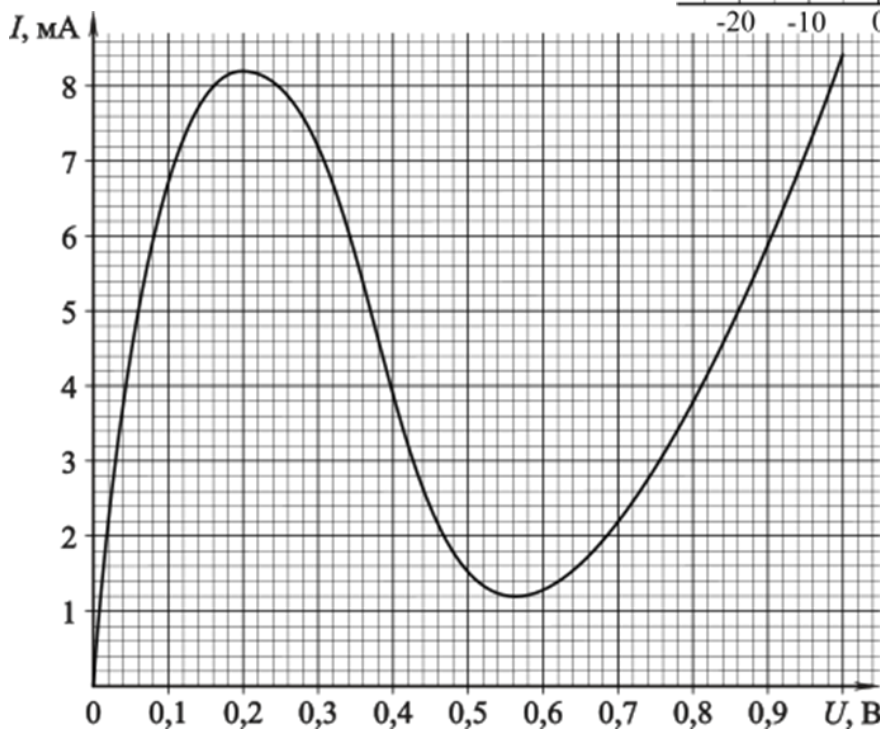
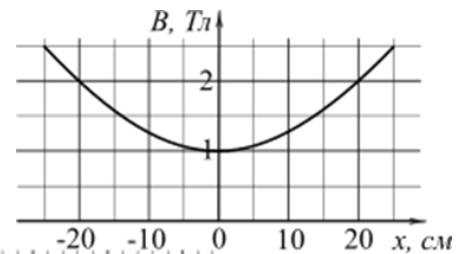


г) Оцените максимальное расстояние, на которое может удалиться ион плазмы от центра магнитной ловушки (вдоль оси  $x$ ), если в начальный момент он находился в точке  $x = 0$ , а его скорость была направлена под углом  $\alpha \sim 45^\circ$  к оси. Зависимость магнитной индукции от  $x$  на оси приведена на графике.

Циклотронный радиус (радиус окружности, по которой движется ион в магнитном поле) мал по сравнению с расстоянием, на котором магнитное поле существенно изменяется. Плазму считайте разреженной, так что столкновениями ионов друг с другом можно пренебречь.

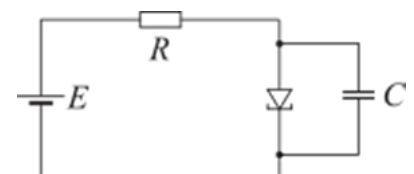
**Задача 5.**

На графике изображена вольтамперная характеристика туннельного диода. Этот элемент подключают к источнику напряжения с ЭДС  $E = 1,4$  В (его внутренним сопротивлением можно пренебречь) последовательно с резистором  $R = 200$  Ом.



а) Какие значения может принимать сила тока в получившейся цепи?

б) Какие из этих значений соответствуют устойчивым состояниям цепи, а какие – неустойчивым? При анализе устойчивости состояний нужно иметь в виду, что туннельный диод обладает довольно заметной емкостью. Учитывая ее эквивалентная схема цепи показана на рисунке. Индуктивность цепи пренебрежимо мала.



в) Какое из устойчивых состояний этой цепи установится при ее включении? Ответ объясните.

г) Предположим, параллельно резистору подключили конденсатор, емкость которого много больше емкости диода (в таком случае емкость диода можно не учитывать) (см. рисунок). Какое из устойчивых состояний такой цепи установится при ее включении? Ответ объясните

