

**Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Предварительный тур отраслевой физико-математической олимпиады
школьников «Росатом», математика, 7 класс**

1. Вычислить $\sqrt{1 + 2022^2 + \frac{2022^2}{2023^2} + \frac{2022}{2023}}$.
2. В 7^А классе 30 учеников. В начале учебного года в классе случилась большая драка, в которой участвовали все ученики без исключения, при этом каждый ученик получил по одной «шишке» от товарищей и сам поставил ровно одну «шишку» кому-то из них. При разборе инцидента классным руководителем класс был разделен на две группы *A* и *B*. В группу *A* попали ученики, не дравшиеся между собой, в группу *B* – остальные. Какое максимальное число учеников могли попасть в группу *A*?
3. Найти наибольшее пятизначное число кратное 11, в десятичной записи которого используются только различные цифры.
4. Петя считает год счастливым, если сумма цифр в его десятичной записи делится на 5. Например, 2021 год счастливый. Сколько по мнению Пети было счастливых лет в 18 веке? Первый год 18 века 1700, а последний – 1799.
5. Футбольный мяч шит из 64 кусочков кожи: белых в форме шестиугольников и черных в форме пятиугольников. Черные пятиугольники граничат только с белыми шестиугольниками, а любой белый шестиугольник граничит с тремя черными пятиугольниками и тремя белыми шестиугольниками. Найти число черных пятиугольников на футбольном мяче.

Ответы и решения

1.
$$\sqrt{1 + 2022^2 + \frac{2022^2}{2023^2} + \frac{2022}{2023}} =$$
$$\sqrt{(1 + 2022)^2 - 2 \cdot 2022 + \frac{2022^2}{2023^2} + \frac{2022}{2023}} = \sqrt{2023^2 - 2 \cdot 2023 \cdot \frac{2022}{2023} + \frac{2022^2}{2023^2} + \frac{2022}{2023}} =$$
$$= \left| 2023 - \frac{2022}{2023} \right| + \frac{2022}{2023} = 2023$$

Ответ: 2023.

2. Пусть максимальное число учеников группы *A* равно m . Тогда число учеников в группе *B* равно $(30 - m)$. Каждый ученик группы *A* был побит одним из учеников группы *B*, поэтому $m \leq 30 - m$. Следовательно, $m \leq 15$. Покажем, что возможен вариант $m = 15$. Разместим всех учеников за круглым столом и предположим, что каждый ученик дрался с соседом, расположенным от него справа. Тогда ученики, сидящие «через одного», не могут поставить «шишку» друг другу и поэтому попадают в группу *A*. Их 15 человек.

Ответ: 15.

3. Случай 1. Искомое число имеет вид $\overline{9876m}$

По признаку делимости на 11 имеем, что число $9 - 8 + 7 - 6 + m = m + 2$ делится на 11. С учетом того, что m цифра, получим единственное $m = 9$. Последнее невозможно, поскольку такая цифра в записи числа уже использовалась.

Случай 2. Искомое число имеет вид $\overline{9875m}$

По признаку делимости на 11 имеем, что число $9 - 8 + 7 - 5 + m = m + 3$ делится на 11. С учетом того, что m цифра, получим единственное $m = 8$. Последнее невозможно, поскольку такая цифра в записи числа уже использовалась.

Случай 3. Искомое число имеет вид $\overline{9874m}$

По признаку делимости на 11 имеем, что число $9 - 8 + 7 - 4 + m = m + 4$ делится на 11. С учетом того, что m цифра, получим единственное $m = 7$. Последнее невозможно, поскольку такая цифра в записи числа уже использовалась.

Случай 4. Искомое число имеет вид $\overline{9873m}$

По признаку делимости на 11 имеем, что число $9 - 8 + 7 - 3 + m = m + 5$ делится на 11. С учетом того, что m цифра, получим единственное $m = 6$. Оно удовлетворяет условию.

Ответ: 98736.

4. Разобьем век на десятилетия, начиная с года оканчивающегося нулем и заканчивающегося девяткой. Например, 1700 – 1709, 1710 – 1719, и т.д. Суммы цифр лет, относящиеся к одному десятку, все различные, отличающиеся на 1 числа. Например, для первого десятка эти суммы равны 8, 9, 10, ..., 17. Среди десяти подряд написанных целых чисел ровно 2 делятся на пять. В первом десятке это 10 и 15. Число десятков в 18 веке десять, поэтому 20 лет окажутся счастливыми.

Ответ: 20.

5. Пусть n – число пятиугольников, тогда $64 - n$ – число шестиугольников. Число черно-белых границ равно с одной стороны $5n$, а с другой $-3(64 - n)$:

Следовательно, $5n = 3(64 - n)$. Из этого равенства находим, что $n = 24$.

Ответ: 24.

Вариант № 2

1. Вычислить $\sqrt{1 + 2021^2 + \frac{2021^2}{2022^2}} + \frac{2021}{2022}$.

Ответ: 2022.

2. В 7^Б классе 28 учеников. В начале учебного года в классе случилась большая драка, в которой участвовали все ученики без исключения, при этом каждый ученик получил по одной «шишке» от товарищей и сам поставил ровно одну «шишку» кому-то из них. При разборе инцидента классным руководителем класс был разделен на две группы А и В. В группу А попали ученики, не дравшиеся между собой, в группу В – остальные. Какое максимальное число учеников могли попасть в группу А?

Ответ: 14.

3. Найти наибольшее пятизначное число кратное 9, в десятичной записи которого используются только различные цифры.

Ответ: 98730.

4. Петя считает год счастливым, если сумма цифр в его десятичной записи делится на 5. Например, 2021 год счастливый. Сколько по мнению Пети было счастливых лет с 1799 года по 1917?

Ответ: 23.

5. Футбольный мяч сшит из 128 кусочков кожи: белых в форме шестиугольников и черных в форме пятиугольников. Черные пятиугольники граничат только с белыми шестиугольниками, а любой белый шестиугольник граничит с тремя черными пятиугольниками и тремя белыми шестиугольниками. Найти число белых шестиугольников на футбольном мяче.

Ответ: 80.

Вариант № 3

1. Вычислить $\sqrt{1 + 2020^2 + \frac{2020^2}{2021^2}} + \frac{2020}{2021}$.

Ответ: 2021.

2. В 7^В классе 26 учеников. В начале учебного года в классе случилась большая драка, в которой участвовали все ученики без исключения, при этом каждый ученик получил по

одной «шишке» от товарищей и сам поставил ровно одну «шишку» кому-то из них. При разборе инцидента классным руководителем класс был разделен на две группы *A* и *B*. В группу *A* попали ученики, не дравшиеся между собой, в группу *B* – остальные. Какое максимальное число учеников могли попасть в группу *A*?

Ответ: 13.

3. Найти наибольшее пятизначное число кратное 14, в десятичной записи которого используются только различные цифры.

Ответ: 98756.

4. Петя считает год счастливым, если сумма цифр в его десятичной записи делится на 5. Например, 2021 год счастливый. Сколько по мнению Пети было счастливых лет с 1812 года по 1941 (оба года включая)?

Ответ: 26.

5. Футбольный мяч сшит из 32 кусочков кожи: белых в форме шестиугольников и черных в форме пятиугольников. Черные пятиугольники граничат только с белыми шестиугольниками, а любой белый шестиугольник граничит с тремя черными пятиугольниками и тремя белыми шестиугольниками. Найти число черных пятиугольников на футбольном мяче.

Ответ: 12.

Вариант № 4

1. Вычислить $\sqrt{1 + 2023^2 + \frac{2023^2}{2024^2} + \frac{2023}{2024}}$.

Ответ: 2024.

2. В 7^Д классе 24 ученика. В начале учебного года в классе случилась большая драка, в которой участвовали все ученики без исключения, при этом каждый ученик получил по одной «шишке» от товарищей и сам поставил ровно одну «шишку» кому-то из них. При разборе инцидента классным руководителем класс был разделен на две группы *A* и *B*. В группу *A* попали ученики, не дравшиеся между собой, в группу *B* – остальные. Какое максимальное число учеников могли попасть в группу *A*?

Ответ: 12.

3. Найти наибольшее пятизначное число кратное 17, в десятичной записи которого используются только различные цифры.

Ответ: 98753.

4. Петя считает год счастливым, если сумма цифр в его десятичной записи делится на 5. Например, 2021 год счастливый. Сколько по мнению Пети было счастливых лет у его деда, родившегося 1 января 1947 года и до дня рождения Пети 31 декабря 2005 года?

Ответ: 11 лет.

5. Футбольный мяч сшит из 256 кусочков кожи: белых в форме шестиугольников и черных в форме пятиугольников. Черные пятиугольники граничат только с белыми шестиугольниками, а любой белый шестиугольник граничит с тремя черными пятиугольниками и тремя белыми шестиугольниками. Найти число белых шестиугольников на футбольном мяче.

Ответ: 160.

Критерии проверки работ, 7 класс
Предварительный тур отраслевой физико-математической олимпиады
школьников «Росатом», математика

Задача 1.

- 1) имеется попытка выделить полный квадрат под корнем – 0,5 балла.
- 2) Выделил полный квадрат и получил правильный ответ – 2 балла.

Задача 2.

- 1) Показал, что в группе А находится не более половины класса – 1 балл.
- 2) Доказал, что в группе А ровно половина класса – 2 балла.

Задача 3.

- 1) Правильно указал вид, в каком надо искать наибольшее пятизначное число – 1 балл.
- 2) Используя признак делимости, рассмотрел хотя бы один случай – 1,5 балла.
- 3) Получил правильный ответ – 2 балла.

Задача 4.

- 1) Разбил весь временной промежуток на десятки и отметил, что в каждом из этих десятков два «счастливых» числа» – 1 балл.
- 2) Правильно подсчитал количество «счастливых» годов по этой схеме или просто перечислив все эти счастливые годы. – 2 балла.

Задача 5.

- 1) Ввёл переменное, обозначающее количество пятиугольников или шестиугольников. – 0,5 балла.
- 2) Подсчитал число чёрно-белых границ и составил уравнение для нахождения неизвестного. – 1,5 балла.
- 3) Нашёл число пятиугольников (или шестиугольников) – 2 балла.