

**Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»  
Заключительный тур отраслевой физико-математической олимпиады  
школьников «Росатом», математика,  
10 класс**

**Вариант № 1**

1. В поезде 10 вагонов и в них находятся 270 пассажиров. Во втором вагоне более, чем на одного пассажира больше, чем в первом, в третьем вагоне более чем на одного пассажира больше, чем во втором и так до последнего вагона. Число пассажиров в последнем вагоне не более, чем в 2 раза превышает количество пассажиров в первом вагоне. Сколько пассажиров едет в первом вагоне?

2. Найти на интервале  $(0; 2\pi)$  наибольшее решение уравнения

$$(\sin x + \sin 2x + \sin 3x)^3 = \sin^3 x + \sin^3 2x + \sin^3 3x.$$

3. Найти первые 100 цифр после запятой в десятичной форме записи числа  $(7 + 4\sqrt{3})^{2023}$ .

4. Решить уравнение  $\left|2x - \sqrt{1 - 4x^2}\right| = 4\sqrt{2}x\sqrt{1 - 4x^2}$ .

5. Четырехугольник  $ABCD$  вписан в окружность и его диагонали пересекаются в точке  $P$ . Точки  $K, L$  и  $M$  – середины сторон  $AB, BC$  и  $CD$  соответственно. Радиус окружности, описанной около треугольника  $KLP$ , равен 1. Найти радиус окружности, описанной около треугольника  $LMP$ .

**Вариант № 2**

1. В поезде 12 вагонов и в них находятся 384 пассажиров. Во втором вагоне более, чем на два пассажира больше, чем в первом, в третьем вагоне более чем на два пассажира больше, чем во втором и так до последнего вагона. Число пассажиров в последнем вагоне не более, чем в 3 раза превышает количество пассажиров в первом вагоне. Сколько пассажиров едет в первом вагоне?

2. Найти на интервале  $(0; 2\pi)$  наибольшее решение уравнения

$$(\sin x + \cos x + \sin 3x)^3 = \sin^3 x + \cos^3 x + \sin^3 3x.$$

3. Найти первые 1000 цифр после запятой в десятичной форме записи числа  $(8 + \sqrt{65})^{2022}$ .

4. Решить уравнение  $\left|3x - \sqrt{1 - 9x^2}\right| = \sqrt{2}(18x^2 - 1)$ .

5. Четырехугольник  $ABCD$  вписан в окружность и его диагонали пересекаются в точке  $P$ . Точки  $K, L$  и  $M$  – середины сторон  $AB, BC$  и  $CD$  соответственно. Радиус окружности, описанной около треугольника  $KLP$ , равен 2. Найти радиус окружности, описанной около треугольника  $LMP$ .

### Вариант № 3

1. В поезде 14 вагонов и в них находятся 600 пассажиров. Во втором вагоне более, чем на три пассажира больше, чем в первом, в третьем вагоне более чем на три пассажира больше, чем во втором и так до последнего вагона. Число пассажиров в последнем вагоне не более, чем в 4 раза превышает количество пассажиров в первом вагоне. Сколько пассажиров едет в первом вагоне?

2. Найти на интервале  $(0; 2\pi)$  наибольшее решение уравнения

$$(\cos 2x + \sin 3x + \cos 4x)^3 = \cos^3 2x + \sin^3 3x + \cos^3 4x.$$

3. Найти первые 2000 цифр после запятой в десятичной форме записи числа  $(9 + 4\sqrt{5})^{2021}$ .

4. Решить уравнение  $\left|4x - \sqrt{1 - 16x^2}\right| = (32x^2 - 1)\sqrt{1 - 16x^2}$ .

5. Четырехугольник  $ABCD$  вписан в окружность и его диагонали пересекаются в точке  $P$ . Точки  $K, L$  и  $M$  – середины сторон  $AB, BC$  и  $CD$  соответственно. Радиус окружности, описанной около треугольника  $KLP$ , равен 3. Найти радиус окружности, описанной около треугольника  $LMP$ .

### Вариант № 4

1. В поезде 16 вагонов и в них находятся 880 пассажиров. Во втором вагоне более, чем на четыре пассажира больше, чем в первом, в третьем вагоне более чем на четыре пассажира больше, чем во втором и так до последнего вагона. Число пассажиров в последнем вагоне не более, чем в 5 раза превышает количество пассажиров в первом вагоне. Сколько пассажиров едет в первом вагоне?

2. Найти на интервале  $(0; 2\pi)$  наибольшее решение уравнения

$$(\cos 3x + \cos 4x + \cos 5x)^3 = \cos^3 3x + \cos^3 4x + \cos^3 5x.$$

3. Найти первые 200 цифр после запятой в десятичной форме записи числа  $(7 + 5\sqrt{2})^{2020}$ .

4. Решить уравнение  $\left|5x - \sqrt{1 - 25x^2}\right| = 5\sqrt{2}x(100x^2 - 3)$ .

5. Четырехугольник  $ABCD$  вписан в окружность и его диагонали пересекаются в точке  $P$ . Точки  $K, L$  и  $M$  – середины сторон  $AB, BC$  и  $CD$  соответственно. Радиус окружности, описанной около треугольника  $KLP$ , равен 4. Найти радиус окружности, описанной около треугольника  $LMP$ .