

**Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»**  
**Предварительный тур отраслевой физико-математической олимпиады**  
**школьников «Росатом», математика, 10 класс.**

**Вариант № 1**

1. Число  $A$  в десятичной форме записи имеет вид  $\underbrace{777\dots7}_{2023} m \underbrace{999\dots9}_{2022}$  с некоторой цифрой  $m$ .

Найти  $m$ , если известно, что  $A$  кратно 13.

2. Решить уравнение  $\sin^2 x \cdot \operatorname{ctg}^4 2x - \sin^2 x - \operatorname{ctg}^4 2x + 4 \sin x \cdot \operatorname{ctg}^2 2x + 1 = 0$ .

3. Вычислить значение произведения  $\frac{2^3 - 1}{2^3 + 1} \cdot \frac{3^3 - 1}{3^3 + 1} \cdot \frac{4^3 - 1}{4^3 + 1} \cdot \dots \cdot \frac{100^3 - 1}{100^3 + 1}$ .

4. Решить уравнение  $x^3 - 2[x] = 5$ . Здесь  $[x]$  – целая часть числа  $x$  – наибольшее целое число, не превосходящее  $x$ .

5. На сторонах  $AB$  и  $BC$  вне треугольника  $ABC$  построены два правильных треугольника  $ABM$  и  $BCN$ . Точки  $P, Q$  и  $R$  – середины отрезков  $AB, MN$  и  $BC$  соответственно. Найти площадь треугольника  $PQR$ , если длина стороны  $AC$  треугольника  $ABC$  равна 4.

**Вариант № 2**

1. Число  $A$  в десятичной форме записи имеет вид  $\underbrace{888\dots8}_{2019} m \underbrace{666\dots6}_{2024}$  с некоторой цифрой  $m$ .

Найти  $m$ , если известно, что  $A$  кратно 7.

2. Решить уравнение  $\cos^2 x \cdot \operatorname{tg}^4 2x - \cos^2 x - \operatorname{tg}^4 2x + 4 \cos x \cdot \operatorname{tg}^2 2x + 1 = 0$ .

3. Вычислить значение произведения  $\frac{2^3 - 1}{2^3 + 1} \cdot \frac{3^3 - 1}{3^3 + 1} \cdot \frac{4^3 - 1}{4^3 + 1} \cdot \dots \cdot \frac{200^3 - 1}{200^3 + 1}$ .

4. Решить уравнение  $x^3 - 3[x] = 4$ . Здесь  $[x]$  – целая часть числа  $x$  – наибольшее целое число, не превосходящее  $x$ .

5. На сторонах  $AB$  и  $BC$  вне треугольника  $ABC$  построены два правильных треугольника  $ABM$  и  $BCN$ . Точки  $P, Q$  и  $R$  – середины отрезков  $AB, MN$  и  $BC$  соответственно. Найти площадь треугольника  $PQR$ , если длина стороны  $AC$  треугольника  $ABC$  равна 8.

### Вариант № 3

1. Число  $A$  в десятичной форме записи имеет вид  $\underbrace{888\dots 8}_{2010} m \underbrace{111\dots 1}_{2017}$  с некоторой цифрой  $m$ .

Найти  $m$ , если известно, что  $A$  кратно 21.

2. Решить уравнение  $\cos^2 x \cdot \operatorname{ctg}^4 2x - \cos^2 x - \operatorname{ctg}^4 2x + 4 \cos x \cdot \operatorname{ctg}^2 2x + 1 = 0$ .

3. Вычислить значение произведения  $\frac{2^3 - 1}{2^3 + 1} \cdot \frac{3^3 - 1}{3^3 + 1} \cdot \frac{4^3 - 1}{4^3 + 1} \cdot \dots \cdot \frac{300^3 - 1}{300^3 + 1}$ .

4. Решить уравнение  $x^3 - 6[x] = 7$ . Здесь  $[x]$  – целая часть числа  $x$  – наибольшее целое число, не превосходящее  $x$ .

5. На сторонах  $AB$  и  $BC$  вне треугольника  $ABC$  построены два правильных треугольника  $ABM$  и  $BCN$ . Точки  $P, Q$  и  $R$  – середины отрезков  $AB, MN$  и  $BC$  соответственно. Найти площадь треугольника  $PQR$ , если длина стороны  $AC$  треугольника  $ABC$  равна 2.

### Вариант № 4

1. Число  $A$  в десятичной форме записи имеет вид  $\underbrace{888\dots 8}_{2019} m \underbrace{666\dots 6}_{2024}$  с некоторой цифрой  $m$ .

Найти  $m$ , если известно, что  $A$  кратно 39.

2. Решить уравнение  $\sin^2 x \cdot \operatorname{tg}^4 2x - \sin^2 x - \operatorname{tg}^4 2x + 4 \sin x \cdot \operatorname{tg}^2 2x + 1 = 0$ .

3. Вычислить значение произведения  $\frac{2^3 - 1}{2^3 + 1} \cdot \frac{3^3 - 1}{3^3 + 1} \cdot \frac{4^3 - 1}{4^3 + 1} \cdot \dots \cdot \frac{400^3 - 1}{400^3 + 1}$ .

4. Решить уравнение  $x^3 - 9[x] = 8$ . Здесь  $[x]$  – целая часть числа  $x$  – наибольшее целое число, не превосходящее  $x$ .

5. На сторонах  $AB$  и  $BC$  вне треугольника  $ABC$  построены два правильных треугольника  $ABM$  и  $BCN$ . Точки  $P, Q$  и  $R$  – середины отрезков  $AB, MN$  и  $BC$  соответственно. Найти площадь треугольника  $PQR$ , если длина стороны  $AC$  треугольника  $ABC$  равна 1.