

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Заключительный тур отраслевой физико-математической олимпиады
школьников «Росатом», математика,
7 класс

Вариант № 1

1. Каждая из четырех сторон квадрата разделена точками на 9 равных отрезков. На каждой стороне квадрата выбирается по точке деления, исключая вершины, и они являются вершинами выпуклого четырехугольника. Сколько существует таких четырехугольников, у которых ни одна из диагоналей не параллельна сторонам квадрата?

2. При каком натуральном n справедливо равенство

$$\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{7}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2n-1}+\sqrt{2n+1}} = 50 ?$$

3. Петя, Ваня, Сергей и Иван Иванович являются учредителями предприятия с некоторым начальным капиталом. Если Петя удвоит свою долю в начальном капитале, то он возрастет на 20%. Если то же проделает Ваня, то капитал возрастет на 30%. Если Сергей увеличит свою долю в три раза, то рост капитала составит 40%. Во сколько раз должен увеличить свою долю капитала Иван Иванович, чтобы его доля в начальном капитале превысила 51%?

4. Найти последнюю цифру в десятичной записи числа $1^2 + 2^2 + \dots + 2023^2$.

5. Выпуклый четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность. Его диагональ BD является биссектрисой угла при вершине B , составляет острый угол 72° с другой диагональю и угол 53° со стороной AD . Найти углы четырехугольника.

Вариант 2

1. Каждая из четырех сторон квадрата разделена точками на 10 равных отрезков. На каждой стороне квадрата выбирается по точке деления, исключая вершины, и они являются вершинами выпуклого четырехугольника. Сколько существует таких четырехугольников, у которых ни одна из диагоналей не параллельна сторонам квадрата?

2. При каком натуральном n справедливо равенство

$$\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{11}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{3n-2}+\sqrt{3n+1}} = 10 ?$$

3. Петя, Ваня, Сергей и Иван Иванович являются учредителями предприятия с некоторым начальным капиталом. Если Петя удвоит свою долю в начальном капитале, то он возрастет на 30%. Если то же проделает Ваня, то капитал возрастет на 25%. Если Сергей увеличит свою долю в три раза, то рост капитала составит 50%. Во сколько раз должен увеличить свою долю капитала Иван Иванович, чтобы его доля в начальном капитале превысила 60%?

4. Найти последнюю цифру в десятичной записи числа $1^2 + 2^2 + \dots + 2022^2$.

5. Выпуклый четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность. Его диагональ BD является биссектрисой угла при вершине B , составляет острый угол 80° с другой диагональю и угол 55° со стороной AD . Найти углы четырехугольника.

Вариант 3

1. Каждая из четырех сторон квадрата разделена точками на 11 равных отрезков. На каждой стороне квадрата выбирается по точке деления, исключая вершины, и они являются вершинами выпуклого четырехугольника. Сколько существует таких четырехугольников, у которых ни одна из диагоналей не параллельна сторонам квадрата?

2. При каком натуральном n справедливо равенство

$$\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{9}} + \frac{1}{\sqrt{9}+\sqrt{13}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{4n-3}+\sqrt{4n+1}} = 20 ?$$

3. Петя, Ваня, Сергей и Иван Иванович являются учредителями предприятия с некоторым начальным капиталом. Если Петя удвоит свою долю в начальном капитале, то он возрастет на 25%. Если то же проделает Ваня, то капитал возрастет на 35%. Если Сергей увеличит свою долю в три раза, то рост капитала составит 40%. Во сколько раз должен увеличить свою долю капитала Иван Иванович, чтобы его доля в начальном капитале превысила 50%?

4. Найти последнюю цифру в десятичной записи числа $1^2 + 2^2 + \dots + 2021^2$.

5. Выпуклый четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность. Его диагональ BD является биссектрисой угла при вершине B , составляет острый угол 75° с другой диагональю и угол 70° со стороной AD . Найти углы четырехугольника.

Вариант 4

1. Каждая из четырех сторон квадрата разделена точками на 12 равных отрезков. На каждой стороне квадрата выбирается по точке деления, исключая вершины, и они являются вершинами выпуклого четырехугольника. Сколько существует таких четырехугольников, у которых ни одна из диагоналей не параллельна сторонам квадрата?

2. При каком натуральном n справедливо равенство

$$\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{6}} + \frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{11}} + \frac{1}{\sqrt{11}+\sqrt{16}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{5n-4}+\sqrt{5n+1}} = 30 ?$$

3. Петя, Ваня, Сергей и Иван Иванович являются учредителями предприятия с некоторым начальным капиталом. Если Петя удвоит свою долю в начальном капитале, то он возрастет на 30%. Если то же проделает Ваня, то капитал возрастет на 40%. Если Сергей увеличит свою долю в три раза, то рост капитала составит 20%. Во сколько раз должен увеличить свою долю капитала Иван Иванович, чтобы его доля в начальном капитале превысила 75%?

4. Найти последнюю цифру в десятичной записи числа $1^2 + 2^2 + \dots + 2021^2$.

5. Выпуклый четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность. Его диагональ BD является биссектрисой угла при вершине B , составляет острый угол 65° с другой диагональю и угол 55° со стороной AD . Найти углы четырехугольника.