

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Заключительный тур отраслевой физико-математической олимпиады
школьников «Росатом», математика,
8 класс

Вариант № 1

1. Ученики 8^А класса разделились на три категории. В первую вошли ученики, любящие свою школу, во вторую – «любящие, но не очень», а в третью – те, кто не любит свою школу. Ученики из первой категории на вопросы анкеты всегда дают правдивые ответы, из третьей – всегда лгут. Ученики второй группы обманывают и говорят правду при ответе на вопросы строго «через раз». На три вопроса анкеты: 1) Любишь ли ты школу? 2) Любишь ли ты школу, но не очень? 3) Ты не любишь школу? учеников просили ответить «Да» или «Нет». Оказалось, что «Да» на первый вопрос ответили 25, на второй – 21, на третий – 6 учеников. Сколько учеников класса «любят школу, но не очень», если в классе 31 ученик?

2. При каких значениях a корни уравнения $x^2 - \left(a + \frac{1}{a}\right)x + (a + 2\sqrt{6})\left(\frac{1}{a} - 2\sqrt{6}\right) = 0$ целые числа?

3. Сколько существует натуральных чисел, не превосходящих $496125 = 3^4 \cdot 5^3 \cdot 7^2$, кратных 49, но не делящихся ни на 3, ни на 5?

4. Найти наименьшее натуральное число n , кратное 7, для которого выражение $n^2 + 25n + 100$ делится нацело на 115.

5. Угол при вершине B треугольника ABC равен 130° . Через точки A и C проведены прямые, перпендикулярные прямой AC и пересекающие окружность, описанную около треугольника ABC , в точках E и D . Найти острый угол между диагоналями четырехугольника с вершинами в точках A, C, D и E .

Вариант № 2

1. Ученики 8^В класса разделились на три категории. В первую вошли ученики, любящие свою школу, во вторую – «любящие, но не очень», а в третью – те, кто не любит свою школу. Ученики из первой категории на вопросы анкеты всегда дают правдивые ответы, из третьей – всегда лгут. Ученики второй группы обманывают и говорят правду при ответе на вопросы строго «через раз». На три вопроса анкеты: 1) Любишь ли ты школу? 2) Любишь ли ты школу, но не очень? 3) Ты не любишь школу? учеников просили ответить «Да» или «Нет». Оказалось, что «Да» на первый вопрос ответили 29, на второй – 22, на третий – 8 учеников. Сколько учеников класса «любят школу, но не очень», если в классе 32 ученика?

2. При каких значениях a корни уравнения $x^2 - \left(a + \frac{1}{a}\right)x + (a + \sqrt{35})\left(\frac{1}{a} - \sqrt{35}\right) = 0$ целые числа?

3. Сколько существует натуральных чисел, не превосходящих $305613 = 3^4 \cdot 7^3 \cdot 11$, кратных 11, но не делящихся ни на 3, ни на 7?

4. Найти наименьшее натуральное число n , кратное 5, для которого выражение $n^2 + 11n + 18$ делится нацело на 259.

5. Угол при вершине B треугольника ABC равен 70° . Через точки A и C проведены прямые, перпендикулярные прямой AC и пересекающие окружность, описанную около треугольника ABC , в точках E и D . Найти острый угол между диагоналями четырехугольника с вершинами в точках A, C, D и E .

Вариант № 3

1. Ученики 8^B класса разделились на три категории. В первую вошли ученики, любящие свою школу, во вторую – «любящие, но не очень», а в третью – те, кто не любит свою школу. Ученики из первой категории на вопросы анкеты всегда дают правдивые ответы, из третьей – всегда лгут. Ученики второй группы обманывают и говорят правду при ответе на вопросы строго «через раз». На три вопроса анкеты: 1) Любишь ли ты школу? 2) Любишь ли ты школу, но не очень? 3) Ты не любишь школу? учеников просили ответить «Да» или «Нет». Оказалось, что «Да» на первый вопрос ответили 28, на второй – 19, на третий – 7 учеников. Сколько учеников класса «любят школу, но не очень», если в классе 30 учеников?

2. При каких значениях a корни уравнения $x^2 - \left(a + \frac{1}{a}\right)x + (a + 4\sqrt{3})\left(\frac{1}{a} - 4\sqrt{3}\right) = 0$ целые числа?

3. Сколько существует натуральных чисел, не превосходящих $79625 = 5^3 \cdot 7^2 \cdot 13$, кратных 13, но не делящихся ни на 5, ни на 7?

4. Найти наименьшее натуральное число n , кратное 3, для которого выражение $n^2 + 20n + 51$ делится нацело на 203.

5. Угол при вершине B треугольника ABC равен 102° . Через точки A и C проведены прямые, перпендикулярные прямой AC и пересекающие окружность, описанную около треугольника ABC , в точках D и E . Найти острый угол между диагоналями четырехугольника с вершинами в точках A, C, D и E .

Вариант № 4

1. Ученики 8^Г класса разделились на три категории. В первую вошли ученики, любящие свою школу, во вторую – «любящие, но не очень», а в третью – те, кто не любит свою школу. Ученики из первой категории на вопросы анкеты всегда дают правдивые ответы, из третьей – всегда лгут. Ученики второй группы обманывают и говорят правду при ответе на вопросы строго «через раз». На три вопроса анкеты: 1) Любишь ли ты школу? 2) Любишь ли ты школу, но не очень? 3) Ты не любишь школу? учеников просили ответить «Да» или «Нет». Оказалось, что «Да» на первый вопрос ответили 24, на второй – 14, на третий – 4 учеников. Сколько учеников класса «любят школу, но не очень», если в классе 28 учеников?

2. При каких значениях a корни уравнения $x^2 - \left(a + \frac{1}{a}\right)x + (a + 4\sqrt{5})\left(\frac{1}{a} - 4\sqrt{5}\right) = 0$ целые числа?

3. Сколько существует натуральных чисел, не превосходящих $705551 = 7^3 \cdot 11^2 \cdot 17$, кратных 17, но не делящихся ни на 7, ни на 11?

4. Найти наименьшее натуральное число n , кратное 11, для которого выражение $n^2 + 17n + 30$ делится нацело на 403.

5. Угол при вершине B треугольника ABC равен 58° . Через точки A и C проведены прямые, перпендикулярные прямой AC и пересекающие окружность, описанную около треугольника ABC , в точках D и E . Найти угол между диагоналями четырехугольника с вершинами в точках A, C, D и E .