

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Предварительный тур отраслевой физико-математической олимпиады
школьников «Росатом», математика, 8 класс

Вариант № 1

1. Набор из 50 чисел таков, что прибавление к каждому из них числа 2 не меняет величину суммы их квадратов. На сколько изменится сумма квадратов этих чисел, если к каждому числу прибавить по 3?
2. На окружности в девяти различных точках размещены цифры 1, 2, ..., 9 в произвольном порядке. По ним строятся девять различных двузначных чисел по следующему правилу: к любой из написанных цифр приписывается справа цифра, следующая за ней на окружности по часовой стрелке. Найти сумму таких двузначных чисел.
3. В семье Пети (папа, мама, дети, включая Петю) пьют чай с молоком, при этом каждый добавляет молоко в свою чашку по вкусу. Вечером каждый член семьи выпил по полной чашке чая с молоком. При этом оказалось, что Петя выпил $\frac{1}{6}$ всего молока и $\frac{1}{9}$ часть чая. Сколько детей в семье Пети, если в молочнике было более двух чашек молока, и он был полностью выпит?
4. В 8^A классе не более 38 учеников, среди них есть мальчики с именем Даня. Треть учеников класса выше по росту каждого ученика с именем Даня, и только $\frac{5}{12}$ учеников класса имеют рост меньше роста любого Дани. Какое максимальное число Даней могло учиться в таком 8^A классе?
5. Длина диагонали AC ромба $ABCD$ с острым углом при вершине A равна 3. Точки M и N на сторонах DA и DC – основания высот ромба, опущенных из вершины B . Высота BM пересекает диагональ AC в точке P так, что $AP : PC = 1 : 3$. Найти длину отрезка MN .

Вариант № 2

1. Набор из 60 чисел таков, что прибавление к каждому из них числа 3 не меняет величину суммы их квадратов. На сколько изменится сумма квадратов этих чисел, если к каждому числу прибавить по 4?
2. На окружности в девяти различных точках размещены цифры 1, 2, ..., 9 в произвольном порядке. По ним строятся девять различных трехзначных чисел по следующему правилу: к любой из написанных цифр приписывается справа две цифры, следующие за ней на окружности по часовой стрелке. Найти сумму таких трехзначных чисел.
3. В семье Пети (папа, мама, дети, включая Петю, всего менее 10 человек) пьют чай с молоком, при этом каждый добавляет молоко в свою чашку по вкусу. Вечером каждый член семьи выпил по полной чашке чая с молоком. При этом оказалось, что Петя выпил $\frac{1}{8}$ всего молока и $\frac{1}{12}$ часть чая. Сколько детей в семье Пети, если чай и молоко были полностью выпиты?
4. В 8^B классе не более 36 учеников, среди них есть мальчики с именем Петя. Седьмая часть учеников класса выше по росту каждого ученика с именем Петя, и только $\frac{2}{5}$ учеников класса имеют рост меньше роста любого Пети. Какое максимальное число Петей могло учиться в таком 8^B классе?
5. Длина диагонали AC ромба $ABCD$ с острым углом при вершине A равна 4. Точки M и N на сторонах DA и DC – основания высот ромба, опущенных из вершины B .

Высота BM пересекает диагональ AC в точке P так, что $AP : PC = 1 : 4$. Найти длину отрезка MN .

Вариант № 3

1. Набор из 70 чисел таков, что прибавление к каждому из них числа 4 не меняет величину суммы их квадратов. На сколько изменится сумма квадратов этих чисел, если к каждому числу прибавить по 5?

2. На окружности в девяти различных точках размещены цифры $1, 2, \dots, 9$ в произвольном порядке. По ним строятся девять различных четырехзначных чисел по следующему правилу: к любой из написанных цифр приписывается справа три цифры, следующие за ней на окружности по часовой стрелке. Найти сумму таких четырехзначных чисел.

3. В семье Пети (папа, мама, дети, включая Петю) пьют чай с молоком, при этом каждый добавляет молоко в свою чашку по вкусу. Вечером каждый член семьи выпил по полной чашке чая с молоком. При этом оказалось, что Петя выпил $\frac{1}{4}$ всего молока и $\frac{1}{6}$ часть чая. Сколько детей в семье Пети, если чай и молоко были полностью выпиты?

4. В 8^B классе не более 43 учеников, среди них есть мальчики с именем Ваня. Шестая часть учеников класса выше по росту каждого ученика с именем Ваня, и только $\frac{4}{7}$ учеников класса имеют рост меньше роста любого Вани. Какое максимальное число Ваней могло учиться в таком 8^B классе?

5. Длина диагонали AC ромба $ABCD$ с острым углом при вершине A равна 12. Точки M и N на сторонах DA и DC – основания высот ромба, опущенных из вершины B . Высота BM пересекает диагональ AC в точке P так, что $AP : PC = 2 : 3$. Найти длину отрезка MN .

Вариант № 4

1. Набор из 80 чисел таков, что прибавление к каждому из них числа 5 не меняет величину суммы их квадратов. На сколько изменится сумма квадратов этих чисел, если к каждому числу прибавить по 6?

2. На окружности в девяти различных точках размещены цифры $1, 2, \dots, 9$ в произвольном порядке. По ним строятся девять различных пятизначных чисел по следующему правилу: к любой из написанных цифр приписывается справа четыре цифры, следующие за ней на окружности по часовой стрелке. Найти сумму таких пятизначных чисел.

3. В семье Пети пьют чай с молоком, при этом каждый добавляет молоко в свою чашку по вкусу. Вечером каждый член семьи выпил по полной чашке чая с молоком. При этом оказалось, что Петя выпил $\frac{1}{8}$ всего молока и $\frac{1}{10}$ часть чая. Сколько человек в семье Пети участвовало в чаепитии, если чай и молоко были полностью выпиты?

4. В 8^{Γ} классе не более 37 учеников, среди них есть мальчики с именем Саша. Пятая часть учеников класса выше по росту каждого ученика с именем Саша, и только $\frac{3}{7}$ учеников класса имеют рост меньше роста любого Саши. Какое максимальное число Сашей могло учиться в таком 8^{Γ} классе?

5. Длина диагонали AC ромба $ABCD$ с острым углом при вершине A равна 20. Точки M и N на сторонах DA и DC – основания высот ромба, опущенных из вершины B . Высота BM пересекает диагональ AC в точке P так, что $AP : PC = 3 : 4$. Найти длину отрезка MN .