

**Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»**  
**Предварительный тур отраслевой физико-математической олимпиады**  
**школьников «Росатом», математика, 9 класс**

**Вариант № 1**

1. Петя не заметил знака умножения, стоящего между двумя натуральными числами: двузначным  $a$  и трехзначным  $b$ . В результате этой ошибки он записал в тетрадь пятизначное число  $\overline{ab}$ , которое оказалось в три раза больше произведения числа  $a$  и  $b$ . Найти наибольшее возможное число, которое мог записать Петя в свою тетрадь.
2. Сколько существует целых чисел на отрезке  $[-8^3; 3^6]$  не являющихся ни квадратами, ни кубами других целых чисел?
3. Вычислить значение произведения  $\left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{9}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{16}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{2022^2}\right)$ .
4. Найти наибольшее и наименьшее значения выражения  $x + y$ , если  $(x; y)$  связаны соотношением  $\sqrt{x-1} + \sqrt{y-1} = 1$ . При каких  $(x; y)$  они достигаются?
5. На дуге  $AC$  окружности описанной около равностороннего треугольника  $ABC$  выбрана точка  $M$  так, что длины отрезков  $MA$  и  $MC$  равны 1 и 2. Прямая  $BM$  пересекает сторону  $AC$  в точке  $N$ . Найти длину отрезка  $MN$  и сторону треугольника  $ABC$ .

**Вариант № 2**

1. Петя не заметил знака умножения, стоящего между двумя натуральными числами: трехзначным  $a$  и четырехзначным  $b$ . В результате этой ошибки он записал в тетрадь семизначное число  $\overline{ab}$ , которое оказалось в три раза больше произведения числа  $a$  и  $b$ . Найти наибольшее возможное число, которое мог записать Петя в свою тетрадь.
2. Сколько существует целых чисел на отрезке  $[-4^5; 3^{10}]$  являющихся квадратами или пятыми степенями других целых чисел?
3. Вычислить значение произведения  $\left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{9}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{16}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{2023^2}\right)$ .
4. Найти наибольшее и наименьшее значения выражения  $2x + y$ , если  $(x; y)$  связаны соотношением  $\sqrt{x-1} + \sqrt{y-4} = 2$ . При каких  $(x; y)$  они достигаются?
5. На дуге  $AC$  окружности описанной около равностороннего треугольника  $ABC$  выбрана точка  $M$  так, что длины отрезков  $MA$  и  $MC$  равны 2 и 3. Прямая  $BM$  пересекает сторону  $AC$  в точке  $N$ . Найти длину отрезка  $MN$  и сторону треугольника  $ABC$ .

### Вариант № 3

1. Петя не заметил знака умножения, стоящего между двумя натуральными числами: двузначным  $a$  и четырехзначным  $b$ . В результате этой ошибки он записал в тетрадь шестизначное число  $\overline{ab}$ , которое оказалось в три раза больше произведения числа  $a$  и  $b$ . Найти наибольшее возможное число, которое мог записать Петя в свою тетрадь.
2. Сколько существует целых чисел на отрезке  $[-8^5; 5^{15}]$  являющихся кубами или пятыми степенями других целых чисел?
3. Вычислить значение произведения  $\left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{9}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{16}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{2021^2}\right)$ .
4. Найти наибольшее и наименьшее значения выражения  $x - 2y$ , если  $(x; y)$  связаны соотношением  $\sqrt{x-2} + \sqrt{y-3} = 3$ . При каких  $(x; y)$  они достигаются?
5. На дуге  $AC$  окружности описанной около равностороннего треугольника  $ABC$  выбрана точка  $M$  так, что длины отрезков  $MA$  и  $MC$  равны 3 и 4. Прямая  $BM$  пересекает сторону  $AC$  в точке  $N$ . Найти длину отрезка  $MN$  и сторону треугольника  $ABC$ .

### Вариант № 4

1. Петя не заметил знака умножения, стоящего между двумя натуральными числами: четырехзначным  $a$  и четырехзначным  $b$ . В результате этой ошибки он записал в тетрадь восьмизначное число  $\overline{ab}$ , которое оказалось в три раза больше произведения числа  $a$  и  $b$ . Найти наибольшее возможное число, которое мог записать Петя в свою тетрадь.
2. Сколько существует целых чисел на отрезке  $[-3^9; 2^{18}]$  являющихся квадратами или кубами других целых чисел?
3. Вычислить значение произведения  $\left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{9}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{16}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{2020^2}\right)$ .
4. Найти наибольшее и наименьшее значения выражения  $2x + 3y$ , если  $(x; y)$  связаны соотношением  $\sqrt{x-3} + \sqrt{y-4} = 4$ . При каких  $(x; y)$  они достигаются?
5. На дуге  $AC$  окружности описанной около равностороннего треугольника  $ABC$  выбрана точка  $M$  так, что длины отрезков  $MA$  и  $MC$  равны 4 и 5. Прямая  $BM$  пересекает сторону  $AC$  в точке  $N$ . Найти длину отрезка  $MN$  и сторону треугольника  $ABC$ .