

**Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Заключительный тур отраслевой физико-математической олимпиады
школьников «Росатом», математика, 8 класс, 17 февраля 2024 года**

Вариант № 1

1. В 8^а классе не более 30 учеников: мальчиков и девочек. Известно, что $\frac{2}{3}$ мальчиков дружат с девочками и $\frac{3}{5}$ девочек дружат с мальчиками. Сколько в классе мальчиков и девочек?
2. Оказалось, что число 465 при делении на целое число a имеет остаток, равный частному. Найдите все такие числа a .
3. Найдите все тройки чисел, для которых

$$\begin{cases} x + 2y \geq z, \\ x^2 + 36y^2 + 10 = 6z. \end{cases}$$

4. Найдите натуральные числа x , удовлетворяющие уравнению $x^{x-2} + x^{3-x} = x + 1$.
5. В основании пирамиды лежит выпуклый многоугольник, имеющий 2024 вершины. Какое наибольшее число вершин может иметь многоугольник, полученный сечением пирамиды плоскостью, не проходящей через вершины пирамиды?

Вариант № 2

1. В 8^б классе учатся мальчики и девочки, всего в классе не более 30, но не менее 20 учеников. Известно, что $\frac{1}{3}$ мальчиков дружат с девочками и $\frac{2}{5}$ девочек дружат с мальчиками. Сколько в классе мальчиков?
2. Оказалось, что число 2002 при делении на целое число a имеет остаток, равный частному. Найдите все такие числа a .
3. Найдите все тройки чисел, для которых

$$\begin{cases} x - 3y \geq z, \\ x^2 + 9y^2 + 8 = 4z. \end{cases}$$

4. Найдите натуральные числа x , удовлетворяющие уравнению $x^{x-1} + x^{2-x} = x + 1$.
5. В основании пирамиды лежит выпуклый многоугольник, имеющий 2023 вершины. Какое наибольшее число вершин может иметь многоугольник, полученный сечением пирамиды плоскостью, не проходящей через вершины пирамиды?

Вариант № 3

1. В 8^в классе учатся мальчики и девочки, всего в классе не более 25 учеников. Известно, что $\frac{3}{4}$ мальчиков дружат с девочками и $\frac{1}{5}$ девочек дружат с мальчиками. Сколько в классе девочек?

2. Оказалось, что число 1995 при делении на целое число a имеет остаток, равный частному. Найдите все такие числа a .

3. Найдите все тройки чисел, для которых

$$\begin{cases} 12y - x \geq z, \\ x^2 + 16y^2 + 10 = 2z. \end{cases}$$

4. Найдите натуральные числа x , удовлетворяющие уравнению $x^{x-3} + x^{4-x} = x + 1$.

5. В основании пирамиды лежит выпуклый многоугольник, имеющий 2022 вершины. Какое наибольшее число вершин может иметь многоугольник, полученный сечением пирамиды плоскостью, не проходящей через вершины пирамиды?

Вариант № 4

1. В 8^л классе учатся мальчики и девочки. Известно, что $\frac{3}{7}$ мальчиков дружат с девочками и $\frac{2}{5}$ девочек дружат с мальчиками. Какое наименьшее число учеников может учиться в таком классе?

2. Оказалось, что число 1785 при делении на целое число a имеет остаток, равный частному. Найдите все такие числа a .

3. Найдите все тройки чисел, для которых

$$\begin{cases} 15y - 2x \geq z, \\ x^2 + 25y^2 + 13 = 2z. \end{cases}$$

4. Найдите натуральные числа x , удовлетворяющие уравнению $x^{x-4} + x^{5-x} = x + 1$.

5. В основании пирамиды лежит выпуклый многоугольник, имеющий 2025 вершины. Какое наибольшее число вершин может иметь многоугольник, полученный сечением пирамиды плоскостью, не проходящей через вершины пирамиды?