

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Заключительный тур отраслевой физико-математической олимпиады
школьников «Росатом», математика, 8 класс

Вариант 1.

1. Тетя Маша продавала мороженое ребятам на следующих условиях: если ты, купив мороженое, потом приводишь трех своих друзей, и они также купят мороженое, то тебе возвращаются потраченные деньги. Покупатели разделились на пришедших самостоятельно и приведенных своими друзьями. Пришли самостоятельно – 11 ребят, а среди «приведенных» – 45 покупателей, которые в дальнейшем никого не привели. Сколько ребят получили мороженое бесплатно?
2. Найти наименьшее целое число, кратное 1944, половина которого является квадратом целого числа, а шестая часть – кубом целого числа.
3. Найти приведенный квадратный трехчлен вида $P(x) = x^2 + ax + b$ с целыми коэффициентами, имеющий целые корни, для которого многочлен $Q(x) = P(x) + c(x + 2)$ также имеет целые корни при любых целых c .
4. На тарелке лежат одиннадцать кусков колбасы. Петя и Ваня решили разделить колбасу между собой поровну (по весу). Петя взялся разделить колбасу с условием, что резать придется не более одного куска, и разделил. А вы можете это сделать? (предполагается, что в доме есть весы).
5. Прямая, параллельная основанию AC треугольника ABC , пересекает боковые стороны AB и BC в точках M и N соответственно и разбивает треугольник на две части: треугольник с площадью 1 и трапецию с площадью 3. Диагонали AN и CM трапеции пересекаются в точке P . Найти площадь треугольника AMP .

Вариант 2

1. Тетя Маша продавала мороженое ребятам на следующих условиях: если ты, купив мороженое, потом приводишь четырех своих друзей, и они также купят мороженое, то тебе возвращаются потраченные деньги. Покупатели разделились на пришедших самостоятельно и приведенных своими друзьями. Пришли самостоятельно – 23 ребенка, а среди «приведенных» – 47 покупателей, которые в дальнейшем никого не привели. Сколько ребят получили мороженое бесплатно?
2. Найти наименьшее целое число, кратное 10125, треть которого является кубом целого числа, а пятнадцатая часть – квадратом целого числа.
3. Найти приведенный квадратный трехчлен вида $P(x) = x^2 + ax + b$ с целыми коэффициентами, имеющий целые корни, для которого многочлен $Q(x) = P(x) + c(x + 3)$ также имеет целые корни при любых целых c .
4. На тарелке лежат тринадцать кусков колбасы. Петя и Ваня решили разделить колбасу между собой поровну (по весу). Петя взялся разделить колбасу с условием, что резать придется не более одного куска, и разделил. А вы можете это сделать? (предполагается, что в доме есть весы).
5. Прямая, параллельная основанию AC треугольника ABC , пересекает боковые стороны AB и BC в точках M и N соответственно и разбивает треугольник на две части: треугольник с площадью 1 и трапецию с площадью 8. Диагонали AN и CM трапеции пересекаются в точке P . Найти площадь треугольника AMP .

Вариант 3

1. Тетя Маша продавала мороженое ребятам на следующих условиях: если ты, купив мороженое, потом приводишь пять своих друзей, и они также купят мороженое, то тебе возвращаются потраченные деньги. Покупатели разделились на пришедших самостоятельно и приведенных своими друзьями. Пришли самостоятельно – 25 детей, а среди «приведенных» – 45 покупателей, которые в дальнейшем никого не привели. Сколько ребят получили мороженое бесплатно?
2. Найти наименьшее целое число, кратное 1372, половина которого является кубом целого числа, а четырнадцатая часть – пятой степенью целого числа.
3. Найти приведенный квадратный трехчлен вида $P(x) = x^2 + ax + b$ с целыми коэффициентами, имеющий целые корни, для которого многочлен $Q(x) = P(x) + c(x + 4)$ также имеет целые корни при любых целых c .

4. На тарелке лежат пятнадцать кусков колбасы. Петя и Ваня решили разделить колбасу между собой поровну (по весу). Петя взялся разделить колбасу с условием, что резать придётся не более одного куска, и разделил. А вы можете это сделать? (предполагается, что в доме есть весы).
5. Прямая, параллельная основанию AC треугольника ABC , пересекает боковые стороны AB и BC в точках M и N соответственно и разбивает треугольник на две части: треугольник с площадью 2 и трапецию с площадью 6. Диагонали AN и CM трапеции пересекаются в точке P . Найти площадь треугольника AMP .

Вариант 4

1. Тетя Маша продавала мороженое ребятам на следующих условиях: если ты, купив мороженое, потом приводишь шесть своих друзей, и они также купят мороженое, то тебе возвращаются потраченные деньги. Покупатели разделились на пришедших самостоятельно и приведенных своими друзьями. Пришли самостоятельно – 18 детей, а среди «приведенных» – 53 покупателей, которые в дальнейшем никого не привели. Сколько ребят получили мороженое бесплатно?
2. Найти наименьшее целое число, кратное 1225, пятая часть которого является четвертой степенью целого числа, а тридцать пятая часть – пятой степенью целого числа.
3. Найти приведенный квадратный трехчлен вида $P(x) = x^2 + ax + b$ с целыми коэффициентами, имеющий целые корни, для которого многочлен $Q(x) = P(x) + c(x + 5)$ также имеет целые корни при любых целых c .
4. На тарелке лежат девять кусков колбасы. Петя и Ваня решили разделить колбасу между собой поровну (по весу). Петя взялся разделить колбасу с условием, что резать придётся не более одного куска, и разделил. А вы можете это сделать? (предполагается, что в доме есть весы).
5. Прямая, параллельная основанию AC треугольника ABC , пересекает боковые стороны AB и BC в точках M и N соответственно и разбивает треугольник на две части: треугольник с площадью 4 и трапецию с площадью 5. Диагонали AN и CM трапеции пересекаются в точке P . Найти площадь треугольника AMP .