

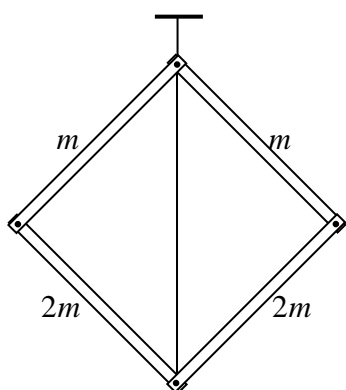
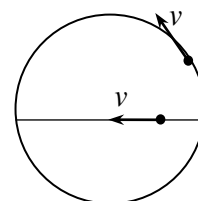
**Решения и критерии оценивания задач
Заключительного тура олимпиады «Росатом» по физике,
2022-2023 учебный год, 10 класс**

1 вариант

1. Тело массой m_1 налетает на покоящееся тело с некоторой неизвестной массой m_2 . Известно, что после центрального абсолютно упругого столкновения импульс тела с массой m_1 вдвое превосходит импульс тела с массой m_2 . Найти массу m_2 .

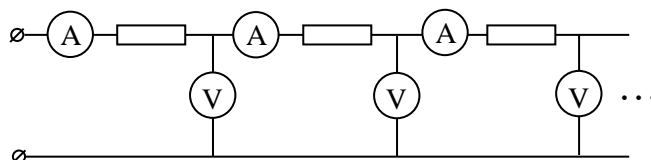
2. Найти отношение плотности сухого и влажного воздуха при температуре $t = 20^\circ\text{C}$ и давлении $p = 10^5$ Па. Считать, что влажный воздух содержит насыщенный водяной пар. Давление насыщенного пара при этой температуре составляет $p_0 = 2 \cdot 10^3$ Па. Средняя молярная масса воздуха $\mu_{\text{возд}} = 29$ г/моль, молярная масса атомарного водорода $\mu_{\text{H}} = 1$ г/моль, молярная масса атомарного кислорода $\mu_{\text{O}} = 16$ г/моль.

3. Два тела одновременно начинают двигаться из одной точки с постоянными (и одинаковыми) скоростями v : одно - по окружности радиуса R , проходящей через эту точку, второе – по диаметру этой окружности (см. рисунок). Через какое время после начала движения расстояние между телами будет максимальным? Чему равно максимальное расстояние между телами? Ограничитесь рассмотрением промежутка времени, в течение которого второе тело прошло вдоль диаметра.



4. Четыре стержня одинаковой длины с массами m , m , $2m$ и $2m$ соединили шарнирно. Затем вершины, в которых скреплены два стержня массой m и два стержня массой $2m$, соединили нерастяжимой веревкой такой длины, что конструкция из стержней представляет собой квадрат (см. рисунок). Квадрат подвесили на веревке к потолку за вершину, в которой скреплены два стержня массой m (см. рисунок). Найти силу натяжения веревки, соединяющей вершины квадрата.

5. К источнику постоянного напряжения U подключили бесконечную цепь одинаковых амперметров, резисторов и вольтметров. Сопротивление каждого



амперметра r , резистора $3r$, вольтметра $1000r$. Найти показания первого и второго амперметров, а также сумму показаний всех амперметров и вольтметров.

Решения и критерии оценивания

1. После центрального абсолютно упругого столкновения налетающее тело может двигаться и вперед, и назад (в зависимости от соотношения масс тел). Но поскольку величина его импульса больше величины импульса первоначально покоившегося тела, из закона сохранения импульса следует, что его импульс направлен в направлении первоначального движения. Поэтому закон сохранения импульса в проекциях на направление движения первоначально движущегося тела дает

$$p_0 = p_1 + p_2 = 2p_2 + p_2 = 3p_2$$

где p_0 , p_1 и p_2 - импульс налетающего тела и импульсы тел m_1 и m_2 после столкновения соответственно. Отсюда находим

$$p_1 = \frac{2p_0}{3}, \quad p_2 = \frac{p_0}{3}$$

Используем далее закон сохранения энергии

$$\frac{p_0^2}{2m_1} = \frac{p_1^2}{2m_1} + \frac{p_2^2}{2m_2}$$

С учетом предыдущей формулы получаем

$$m_2 = \frac{m_1}{5}.$$

Критерии оценки решения задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

1. Верная идея решения – использовать законы сохранения энергии и импульса - 1 балл
2. Вывод о том, что оба тела движутся в одну сторону – 1 балл
3. Правильно найдены импульсы тел – 1 балл
4. Правильный закон сохранения энергии – 1 балл
5. Правильный ответ – 1 балл

Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

2. Пусть в одном кубическом метре сухого воздуха содержится N «усредненных» молекул воздуха с молярной массой $m_0 = 29$ а.е.м. Тогда масса $m_{с.в.}$ всех молекул сухого воздуха, содержащихся в одном кубическом метре, равна

$$m_{с.в.} = Nm_0 = \frac{N}{N_A} N_A m_0 = \frac{N}{N_A} \mu_{возд}$$

Как следует из закона Дальтона, при тех же самых температуре и давлении кубический метр кубический метр влажного воздуха содержит точно такое же суммарное количество молекул – воздуха и воды. А поскольку пар по условию является насыщенным, парциальное давление паров воды равно давлению насыщенного водяного пара при данной температуре, т.е. составляет долю p_0/p от давления всего влажного воздуха. Поэтому парциальное давление воздуха составляет долю $1 - (p_0/p)$ от давления всего влажного воздуха. Поэтому и количество молекул воздуха и воды составляет такие же доли от суммарного количества молекул во влажном воздухе. Следовательно,

масса $m_{\text{с.в.}}$ всех молекул, содержащихся в одном кубическом метре влажного воздуха может быть найдена как

$$m_{\text{с.в.}} = \left(1 - \frac{p_0}{p}\right) \frac{N}{N_A} \mu_{\text{возд}} + \frac{p_0}{p} \frac{N}{N_A} \mu_{\text{вод}}$$

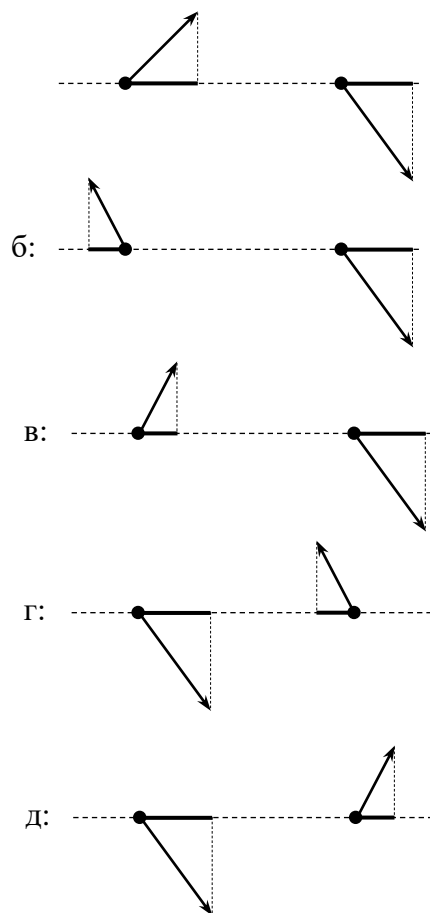
где $\mu_{\text{вод}} = 18$ г/моль – молярная масса воды. Отсюда находим отношение плотностей сухого и влажного воздуха при данных условиях

$$\frac{\rho_{\text{с.в.}}}{\rho_{\text{в.в.}}} = \frac{p \mu_{\text{возд}}}{(p - p_0) \mu_{\text{возд}} + p_0 \mu_{\text{вод}}} = 1,0076$$

Критерии оценки решения задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

- 1. правильная идея решения – использование закона Клапейрона-Менделеева для воздуха и закона Дальтона для смеси воздуха и водяного пара - 1 балл**
 - 2. Вывод об одинаковой концентрации молекул в сухом и влажном воздухе при одинаковых температуре и давлении – 1 балл**
 - 3. Правильная формула для массы молекул во влажном воздухе – 1 балл**
 - 4. Правильный ответ для отношения плотностей сухого и влажного воздуха (формула) – 1 балл**
 - 5. Правильный ответ для отношения плотностей сухого и влажного воздуха (число) – 1 балл**
- Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.**

3. Очевидно, что расстояние между двумя произвольно движущимися телами будет увеличиваться, если проекции скоростей тел на прямую, соединяющую тела, одинаковы (рис. а; проекции показаны жирным). Это расстояние будет увеличиваться, если проекции скоростей тел на ось, соединяющую тела, имеют разные знаки так, как это показано на рисунке б, или одинаковые знаки, но проекция скорости догоняющего тела меньше проекции скорости убегающего (рис. в). И это расстояние будет уменьшаться, если проекции скоростей тел на соединяющую их ось имеют разные знаки так, как это показано на рисунке г, или одинаковые знаки, но проекция скорости догоняющего больше проекции скорости убегающего (рис. д). А поскольку скорость тела, движущегося по диаметру, направлена вдоль диаметра, а второго – по касательной к окружности и одинаковы по величине, то до того момента, когда второе тело пройдет четверть окружности проекции скоростей тел на прямую их соединяющую будут иметь разное знаки, и расстояние между телами будет расти.

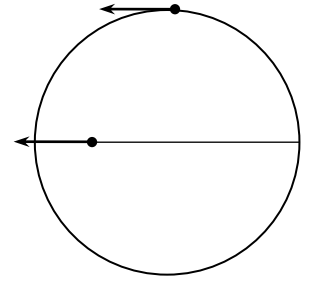


После этого момента расстояние между телами будет уменьшаться, поскольку скорости тел одинаковы по величине, а скорость тела, движущегося по окружности будет направлена под меньшим углом к прямой, соединяющей тела. Следовательно, расстояние между телами будет максимально, когда тело, движущееся по окружности, пройдет четверть окружности (см. рисунок). Поэтому это произойдет через время

$$t = \frac{\pi R}{2v}$$

после начала движения. Тело, движущееся по диаметру, пройдет к этому моменту кусок диаметра с длиной, равной четверти длины окружности

$$x = vt = \frac{\pi R}{2}$$



А расстояние S между телами в этот момент можно найти по теореме Пифагора

$$S = \sqrt{\left(\frac{\pi R}{2} - R\right)^2 + R^2} = \frac{R}{2} \sqrt{(\pi - 2)^2 + 4}$$

Критерии оценки решения задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

1. Правильная идея решения – при максимальном расстоянии между телами проекция скоростей тел на отрезок, соединяющий тела одинаковы - 1 балл
 2. Правильно находятся проекции скоростей тел на отрезок, соединяющий тела – 1 балл
 3. Правильный вывод (с обоснованием), что максимальным расстояние между телами будет в тот момент, когда тело, движущееся по окружности, пройдет четверть окружности – 1 балл
 4. Правильное найдено время, через которое расстояние между телами максимально – 1 балл
 5. Правильно найдено максимальное расстояние между телами – 1 балл
- Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.
При решении через производную при условии получения правильных ответов ставить максимальный балл

4. Рассмотрим условия равновесия стержней. Пусть сила \vec{F} , действующая со стороны верхнего стержня на нижний, направлена под углом α к нижнему стержню (см. нижний рисунок). Тогда условие моментов для нижнего стержня относительно его нижней точки дает

$$Fl \sin \alpha = 2mg \frac{l}{2} \cos 45^\circ$$

(l - длина стержня). Для верхнего стержня условие моментов относительно его верхней точки (см. верхний рисунок) дает

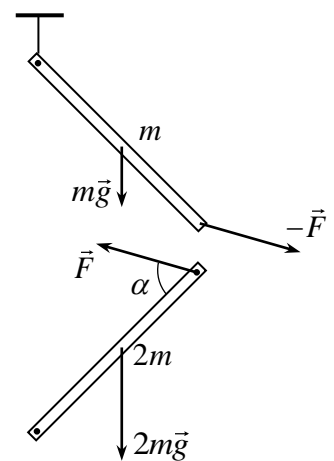
$$Fl \sin(90^\circ - \alpha) = mg \frac{l}{2} \cos 45^\circ$$

Деля эти равенства друг на друга, получим

$$\operatorname{tg} \alpha = 2, \quad \Rightarrow \quad \sin \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}, \quad \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

Подставляя значения тригонометрических функций угла α в условие равновесия верхнего или нижнего стержня, найдем

$$F = \frac{\sqrt{10}}{4} mg$$



Рассмотрим теперь условие равновесия (условие сил) для двух нижних стержней. На них действуют: сила тяжести $4m\vec{g}$, искомая сила натяжения веревки T , и две силы F в шарнирах.

Поэтому условие равновесия дает

$$T = 4mg - 2F \sin(\alpha - 45^\circ) = \frac{7}{2}mg$$

Критерии оценки решения задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

1. Правильная идея решения – использовать уравнения статики - 1 балл

2. Правильные условия равновесия (уравнения моментов) для верхних стержней - 1 балл

3. Правильные условия равновесия (уравнения моментов) для нижних стержней – 1 балл

4. Правильно найдены силы взаимодействия (модуль и направление) верхних и нижних стержней – 1 балл

5. Правильный ответ – 1 балл

Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

При правильном решении задачи методом виртуальных перемещений ставится полный балл.

5. Найдем сопротивление цепи R_x . Мысленно отрезая одну ячейку и требуя, чтобы оставшееся сопротивление было равно R_x , получим уравнение для R_x

$$R_x = 4r + \frac{1000r \cdot R_x}{1000r + R_x},$$

которое сводится к квадратному

$$R_x^2 - 4rR_x - 4000r^2 = 0$$

решая это квадратное уравнение и выбирая положительный корень, найдем

$$R_x = 2r + \sqrt{4r^2 + 4000r^2} \approx 65r$$

Отсюда находим ток через источник, который совпадает с показаниями первого амперметра

$$I_1 = \frac{U}{65r}$$

Напряжение на первом вольтметре можно найти как

$$U_1 = U - 4rI_1 = \frac{61}{65}U$$

Это значит, что ко второму звену цепочки приложено такое напряжение, и показания второго амперметра в $61/65$ раза меньше показаний первого

$$I_2 = \frac{61}{65}I_1 = \frac{61U}{65^2r}$$

Сумму показаний вольтметров можно найти так. Очевидно, что сумма токов через все вольтметры равна току через источник. Поэтому сумма показаний вольтметров равна

$$U_{\text{сум}} = U_1 + U_2 + U_3 + \dots = 1000r(I_{1V} + I_{2V} + I_{3V} + \dots) = 1000rI_1 = \frac{1000}{65}U = 15,4U$$

Сумму показаний амперметров можно найти так. Очевидно, сумма падений напряжения на амперметрах и резисторах равна напряжению источника. Но падение напряжения на каждом амперметре составляет треть от падения напряжения на последовательно с ним соединенном

резисторе. Поэтому сумма падений напряжений на всех амперметрах составляет одну четверть напряжения источника. Или

$$\frac{1}{4}U = I_1r + I_2r + I_3r + \dots = I_{\text{сум}}r$$

Поэтому

$$I_{\text{сум}} = \frac{U}{4r}$$

Критерии оценки решения задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

- 1. Правильно найдено сопротивление цепи - 1 балл**
- 2. Правильно найдено показание первого амперметра – 1 балл**
- 3. Правильно найдено показание второго амперметра – 1 балл**
- 4. Правильно найдена сумма показаний всех вольтметров – 1 балл**
- 5. Правильно найдена сумма показаний всех амперметров – 1 балл**

Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

При решении с суммированием геометрической прогрессии (при условии получения правильных ответов) ставится полный балл

Оценка работы

Оценка работы складывается из оценки задач. Максимальная оценка – 25 баллов. Допустимыми являются все целые оценки от 0 до 25.