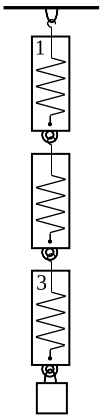
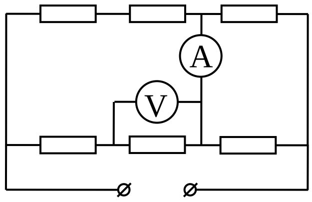
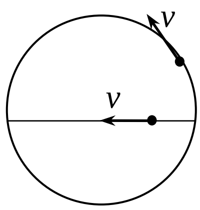
Решения и критерии оценивания задач
Заключительного тура олимпиады «Росатом» по физике,
2022-2023 учебный год, 9 класс



1. Три одинаковых динамометра соединены своими крючками и подвешены за один из них к потолку. К нижнему динамометру подвешен груз (см. рисунок). Известно, что показания верхнего динамометра (отмечен на рисунке цифрой 1) - $F_1 = 16$ Н, нижнего (отмечен цифрой 3) - $F_3 = 6$ Н. Найти показания среднего динамометра (отмечен цифрой 2), массу динамометров и массу груза. Считать, что $g = 10$ м/с^2.

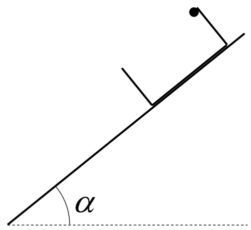


2. Имеется электрическая цепь, схема которой приведена на рисунке. В цепи все резисторы одинаковы и равны $R = 1$ кОм, сопротивление амперметра пренебрежимо мало. Когда к цепи прикладывают напряжение $U = 120$ В, амперметр показывает силу тока $I_A = 3$ мА. Найти показания вольтметра.



3. Два тела одновременно начинают двигаться из одной точки с постоянными (и одинаковыми) скоростями v: одно - по окружности радиуса R, проходящей через эту точку, второе – по диаметру этой окружности (см. рисунок). Через какое время после начала движения расстояние между телами будет максимальным? Чему равно максимальное расстояние между телами? Ограничиться рассмотрением промежутка времени, в течение которого второе тело прошло вдоль диаметра.

4. Если в сосуд с очень горячей водой поместить работающий нагреватель, то температура воды повышается на $\Delta T = 1^\circ$ С за время t. Если мощность нагревателя увеличить вдвое, за то же время t вода нагревается на $2{,}1\Delta T$. На сколько нагреется вода в сосуде за время t, если мощность нагревателя увеличить втрое по сравнению с первоначальной.



5. На очень длинной гладкой наклонной плоскости с углом наклона α удерживают прямоугольную коробку высотой h. В некоторый момент времени коробку отпускают, и она начинает скользить по плоскости. В этот же момент от верхнего края коробки начинает падать маленький упругий шарик (см. рисунок). Какой путь пройдет коробка по плоскости к моменту 6-го удара шарика о ее дно? Столкновения шарика с дном коробки упругие.

Решения и критерии оценивания

1. Пружина верхнего динамометра удерживает три динамометра и груз. Поэтому его показания равны силе тяжести груза и утроенной силе тяжести, действующей на сам динамометр

$$F_1 = 3mg + Mg$$

где m - масса динамометра, M - масса груза. Аналогично, пружина нижнего динамометра удерживает сам динамометр и груз. Поэтому его показания будут равны

$$F_3 = mg + Mg$$

Отсюда находим

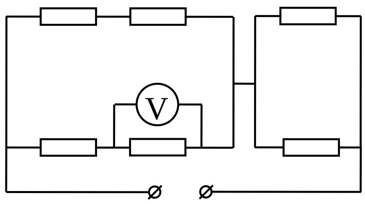
$$m = \frac{F_1 - F_3}{2g} = 0{,}5 \text{ кг}, \; M = \frac{3F_3 - F_1}{2g} = 0{,}1 \text{ кг}$$

Чтобы найти показания среднего динамометра, заметим, что его пружина удерживает два динамометра и груз. Поэтому

$$F_2 = 2mg + Mg = \frac{F_3 + F_1}{2} = 11 \text{ Н}$$

Критерии оценки решения задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)
1. Правильное условие равновесия верхнего динамометра - 1 балл
2. Правильное условие равновесия нижнего динамометра – 1 балл
3. Правильный ответ для массы динамометра и тела – 1 балл
4. Правильное условие равновесия среднего динамометра – 1 балл
5. Правильный ответ для показаний среднего динамометра (формула и число) – 1 балл
Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

2. Поскольку амперметр не имеет сопротивления, данная в условии цепь может быть перерисована так, как это показано на рисунке справа.



Пусть ток через два левых верхних резистора равен I_1. Тогда ток через правый верхний резистор равен - $I_1 + I_A$, и по закону Ома для верхней ветви имеем

$$U = I_1 2R + (I_1 + I_A)R$$

Отсюда

$$I_1 = \frac{U - I_A R}{3R}$$

Для нижней ветви имеем

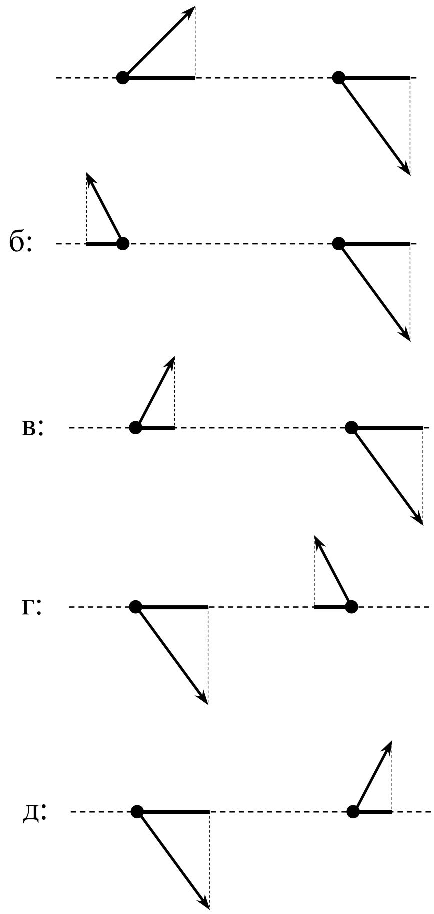
$$U = I_2 R + V + (I_1 + I_A)R$$

где I_2 - ток через левый нижний резистор, V показания вольтметра. Здесь учтено, что токи через правый верхний и правый нижний резисторы одинаковы. С другой стороны, $I_1 + I_2$ - есть ток в цепи, т.е. $2(I_1 + I_A)$. Поэтому $I_2 = I_1 + 2I_A$, и из предыдущей формулы находим

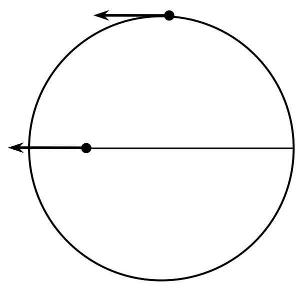
$$V = \frac{1}{3}U - \frac{7}{3}I_A R = 33\ \text{В}$$

Критерии оценки решения задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)
1. Правильная эквивалентная цепь – замыкание верхней и нижней ветвей цепи в месте расположения амперметра - 1 балл
2. Правильный расчет напряжения на верхней ветви цепи – 1 балл
3. Правильный расчет напряжения на нижней ветви цепи – 1 балл
4. Одинаковость токов через правый-верхний и правый-нижний резисторы – 1 балл
5. Правильный ответ для показаний вольтметра – 1 балл
Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

3. Очевидно, что расстояние между двумя произвольно движущимися телами будет увеличиваться, если проекции скоростей тел на ось, соединяющую тела, одинаковы (рис. а; проекции показаны жирным). Это расстояние будет увеличиваться, если проекции скоростей тел на ось, соединяющую тела, имеют разные знаки так, как это показано на рисунке б, или одинаковые знаки, но проекция скорости догоняющего тела меньше проекции скорости убегающего (рис. в). И это расстояние будет уменьшаться, если проекции скоростей тел на соединяющую их ось имеют разные знаки так, как это показано на рисунке г, или одинаковые знаки, но проекция скорости догоняющего больше проекции скорости убегающего (рис. д). А поскольку скорость тела, движущегося по диаметру, направлена вдоль диаметра, а второго – по касательной к окружности и одинаковы по величине, то до того момента, когда второе тело пройдет четверть окружности проекции скоростей тел на прямую их соединяющую будут иметь разнее знаки, и



расстояние между телами будет расти. После этого момента расстояние между телами будет уменьшаться, поскольку скорости тел одинаковы по величине, а скорость тела, движущегося по окружности будет направлена под меньшим углом к прямой, соединяющей тела. Следовательно, расстояние между телами будет максимально, когда тело, движущееся по окружности, пройдет четверть окружности (см. рисунок). Поэтому это произойдет через время



$$t = \frac{\pi R}{2v}$$

после начала движения. Тело, движущееся по диаметру, пройдет к этому моменту кусок диаметра с длиной, равной четверти длины окружности

$$x = vt = \frac{\pi R}{2}$$

А расстояние S между телами в этот момент можно найти по теореме Пифагора

$$S = \sqrt{\left(\frac{\pi R}{2} - R\right)^2 + R^2} = \frac{R}{2}\sqrt{(\pi - 2)^2 + 4}$$

Критерии оценки решения задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)
1. Правильная идея решения – при максимальном расстоянии между телами проекция скоростей тел на отрезок, соединяющий тела одинаковы - 1 балл
2. Правильно находятся проекции скоростей тел на отрезок, соединяющий тела – 1 балл
3. Правильный вывод (с обоснованием), что максимальным расстояние между телами будет в тот момент, когда тело, движущееся по окружности, пройдет четверть окружности – 1 балл
4. Правильное найдено время, через которое расстояние между телами максимально – 1 балл
5. Правильно найдено максимальное расстояние между телами – 1 балл
Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.
При решении через производную при условии получения правильных ответов ставить максимальный балл

4. Очевидно, в задаче существуют потери тепла (иначе увеличение температуры за какое-то время было бы пропорционально увеличению мощности нагревателя).

Поскольку вода в сосуде горячая, а поток тепла между телами с разными температурами определяется разностью температур, то можно ожидать, что при изменении температуры воды на один градус разность температур воды и окружающей среды изменяется не сильно, и мощность теплопотерь (количество теплоты, отдаваемой за одну секунду) постоянна. Пусть мощность нагревателя равна P, мощность теплопотерь (количество теплоты, отдаваемой за одну секунду) - w. Тогда уравнения теплового баланса для первого и второго случая имеют вид

$$\begin{aligned} C\Delta T &= Pt - wt \\ C2{,}1\Delta T &= 2Pt - wt \end{aligned} \qquad (*)$$

где C - теплоемкость воды в сосуде. Из системы уравнений (*) получим

$$\frac{Pt}{C} = 1{,}1\Delta T, \qquad \frac{wt}{C} = 0{,}1\Delta T \qquad (**)$$

Подставляя теперь в уравнение теплового баланса для случая, когда мощность нагревателя увеличили втрое

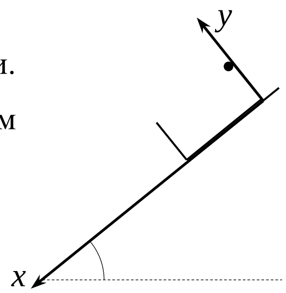
$$C\Delta T_1 = 3Pt - wt$$

мощность нагревателя и теплопотерь (**), найдем

$$\Delta T_1 = 3{,}2\Delta T = 3{,}2^\circ\,\mathrm{C}$$

Критерии оценки решения задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)
1. Обосновано, что нужно учитывать теплопотери - 1 балл
2. Составлены правильные уравнения теплового баланса для одинарной и двукратной мощности нагревателя – 1 балл
3. Получены выражения для мощности нагревателя и мощности теплопотерь – 1 балл
4. Правильное уравнение теплового баланса для трехкратной мощности нагревателя – 1 балл
5. Правильный ответ – 1 балл
Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

5. Найдем сначала интервалы времени между ударами шарика о дно коробки. Поскольку между ударами шарик движется равноускоренно с ускорением свободного падения, поэтому для него справедливы законы движения



$$\vec{R}(t) = \vec{R}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{g}t^2}{2}$$
$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{g}t$$

Проецируя уравнения движения на оси, направленные вдоль плоскости и перпендикулярно плоскости, получим

$$x(t) = \frac{g\sin\alpha t^2}{2}$$
$$y(t) = h - \frac{g\cos\alpha t^2}{2}$$
$$v_x(t) = g\sin\alpha t$$
$$v_y(t) = -g\cos\alpha t$$

Поскольку в момент удара y-координата тела равна нулю, время, прошедшее до первого столкновения тела с коробкой, определяет соотношением

$$t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g\cos\alpha}} \qquad (1)$$

а проекция скорости шарика на ось y в момент удара равна

$$v_y = -\sqrt{2hg\cos\alpha}$$

После отражения от дна проекция скорости шарика на ось y поменяет знак, поэтому уравнение движения в проекции на ось, перпендикулярную плоскости со временем, отсчитанным от момента удара дает

$$y(t) = \sqrt{2hg\cos\alpha}t - \frac{g\cos\alpha t^2}{2}$$

Время до следующего удара, получим, приравнивая y-координату шарика к нулю. Находим

$$\Delta t = 2\sqrt{\frac{2h}{g\cos\alpha}} \qquad (2)$$

(как и должно быть, это время оказалось вдвое большим времени, прошедшего от момента бросания до первого удара). Поэтому от начала движения шарика до шестого его столкновения с дном пройдет пять интервалов (2) и один интервал (1). Т.е. время

$$\Delta t_6 = 11\sqrt{\frac{2h}{g\cos\alpha}} \qquad (3)$$

Найдем теперь путь, пройденный коробкой. Коробка также движется равноускоренно с ускорением $g\sin\alpha$, направленным вдоль плоскости. Поэтому зависимость координаты коробки от времени дается соотношением

$$x(t)=\frac{g\sin\alpha t^2}{2}$$

Подставляя в эту формулу время (3), получим

$$S=\frac{g\sin\alpha}{2}\frac{121\cdot 2h}{g\cos\alpha}=121\cdot h\ \mathrm{tg}\alpha$$

Критерии оценки решения задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)
1. Правильные законы равноускоренного движения - 1 балл
2. Правильное утверждение, что время между ударами определяется проекцией законов равноускоренного движения на направление, перпендикулярное плоскости – 1 балл
3. Правильное утверждение, что расстояние, пройденное коробкой между ударами, определяется проекцией законов равноускоренного движения на направление плоскости, и эта проекция одинакова для шарика и для коробки – 1 балл
4. Правильно найдено время шестого удара шарика о дно – 1 балл
5. Правильный ответ для расстояния, пройденного коробкой – 1 балл
Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

Оценка работы
Оценка работы складывается из оценки задач. Максимальная оценка – 25 баллов. Допустимыми являются все целые оценки от 0 до 25.