Решения
Отборочный тур олимпиады «Росатом», 2022-2023 учебный год,
физика, 9 класс

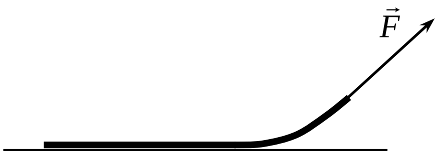
1. Имеются два мотка медной проволоки массой m и $2m$. Диаметр проволоки из первого мотка в три раза больше диаметра проволоки из второго. Найти отношение сопротивления первого мотка проволоки к сопротивлению второго.

2. С поверхности земли вертикально вверх бросили тело. Через некоторое время Δt с поверхности земли вертикально вверх бросили второе тело, начальная скорость которого составляет 2/3 от начальной скорости первого. Найти время задержки броска второго тела Δt, если известно, что тела упали на землю одновременно, а время движения первого тела равно t.

3. Имеется полностью заполненный сосуд с тяжелой жидкостью, в котором плавает кусочек водяного льда массой m. Лед тает. Что произойдет при этом с жидкостью в сосуде – ее уровень понизится, останется неизменным, часть выльется через край? Если уровень понизится, найти объем сосуда, свободный от жидкости. Если жидкость будет переливаться через край, найти объем вылившейся жидкости. Плотность воды ρ, плотность тяжелой жидкости 10ρ.

4. В теплоизолированный калориметр с водой комнатной температуры $t = 20°$ C опускают два тела из одного и того же вещества с массами m и $2m$. Известно, что температура первого тела больше температуры второго тела на $\Delta t = 60°$ C, и что при установлении теплового равновесия температура воды не изменилась. Найти начальные температуры тел.

5. На поверхности стола лежит кусок однородной веревки массой m. На один из концов веревки действует сила $\vec{F}$, в результате чего 1/4 часть длины веревки поднято над столом, 3/4 длины лежит на столе. Считая, что все точки веревки находятся в одной вертикальной плоскости, найдите значения коэффициента трения между веревкой и столом, при которых возможно такое равновесие.



Решения

1. Исходим из формулы сопротивления R цилиндрического проводника длиной l с площадью поперечного сечения проводника S:

$$R = \frac{\rho_0 l}{S} \tag{1}$$

здесь ρ_0 - удельное сопротивление проводника. С другой стороны, длина и площадь поперечного сечения связаны с массой проводника m

$$m = \rho l S \tag{2}$$

где ρ - плотность вещества проводника. Выражая из формулы (2) длину проводника и подставляя ее в (1), получим

$$R = \frac{\rho_0 m}{\rho S^2} \tag{3}$$

Отсюда находим сопротивления первого и второго мотка проволоки. Для первого мотка

$$R_1 = \frac{\rho_0 m}{\rho S^2} \tag{4}$$

Для второго

$$R_2 = \frac{\rho_0 2m}{\rho(S^2/81)} = 162 R_1 \tag{4}$$

Отсюда

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{1}{162}$$

Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. Правильная формула для сопротивления проводника через его длину и площадь поперечного сечения – 0,5 балла
2. Правильное соотношение плотности-массы и объема – 0,5 балла
3. Правильные соотношения для сопротивления проводника через массу плотность и удельное сопротивление – 0,5 балла
4. Правильный ответ для соотношения сопротивлений – 0,5 балла

2. Время падения тела, брошенного вертикально вверх с начальной скоростью v_0 определяется соотношением

$$t = \frac{2v_0}{g}$$

Поскольку время движения второго тела на Δt меньше, чем первого, а его скорость составляет две трети от скорости первого, для времени падения второго тела имеем

$$t - \Delta t = \frac{2\left(2v_0/3\right)}{g}$$

Подставляя время t из первой формулы во вторую, получим

$$\frac{2v_0}{g} - \Delta t = \frac{2(2v_0/3)}{g}$$

Отсюда находим

$$\Delta t = \frac{2v_0}{3g} = \frac{1}{3}t$$

Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. Правильное использование законов равноускоренного движения – 0,5 балла
2. Использование правильной формулы для времени движения – 0,5 балла
3. Правильное уравнение для времени задержки – 0,5 балла
4. Правильный ответ – 0,5 балла

3. Мысленно зафиксируем жидкость в сосуде, найдем объем льдинки погруженный в тяжелую жидкость и объем воды получившийся при таянии льда. Если эти объемы будут одинаковы, уровень жидкости не изменится, жидкость из сосуда не выливается. Если объем получившейся воды больше объема погруженной в тяжелую жидкость части льдинки, вода выльется через край сосуда. Если объем воды меньше объема погруженной в тяжелую жидкость части льдинки, уровень жидкости в сосуде понизится.

Условие плавания льдинки дает

$$mg = 10\rho g V_{п.ч.} \qquad \Rightarrow \qquad V_{п.ч.} = \frac{m}{10\rho}$$

где $V_{п.ч.}$ - объем погруженной в тяжелую жидкость части льдинки.

При таянии льда массой m получится вода объемом V, который находится из следующего очевидного соотношения

$$V_в = \frac{m}{\rho}$$

Сравнивая эти два объема, видим, что

$$V_в > V_{п.ч.},$$

поэтому часть жидкости объемом

$$\Delta V = V_в - V_{п.ч.}$$

выльется из сосуда. Отсюда находим

$$\Delta V = \frac{m}{\rho} - \frac{m}{10\rho} = \frac{9m}{10\rho}$$

Критерии оценки решения задачи (максимальная оценка за решение – 2 балла)
1. Правильное условие плавания льдинки из водяного льда в тяжелой жидкости – 0,5 балла
2. Правильная идея решения – сравнение объема вытесненной жидкости с объемом воды, которая образуется при таянии водяного льда – 0,5 балла
3. Вывод о вытекании части жидкости из сосуда при таянии льда – 0,5 балла
4. Правильный ответ для вытекшего объема жидкости – 0,5 балла
Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

4. Поскольку температура воды не изменилась, не изменилась и ее внутренняя энергия. Следовательно, вода в калориметре и не получала энергию от тел, и не отдавала им свою внутреннюю энергию. Поэтому установление теплового равновесия тел в рассматриваемой ситуации происходит так же, как будто бы воды не было, но конечная температура тел равна температуре воды. Поэтому уравнение теплового баланса имеет вид

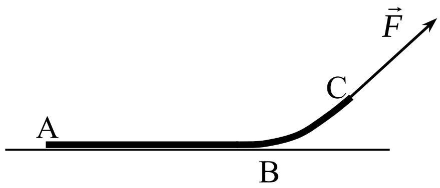
$$cm\left(t_1 - t\right) + c2m\left(t_1 - \Delta t - t\right) = 0$$

где c - удельная теплоемкость вещества тел, t_1 - температура первого тела, $t_1 - \Delta t$ - температура второго тела. Отсюда находим

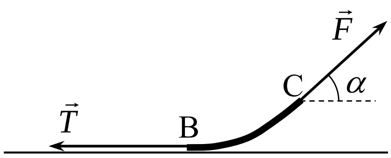
$$t_1 = t + \frac{2}{3}\Delta t = 60^\circ \text{ C}, \qquad t_2 = t_1 - \Delta t = t - \frac{1}{3}\Delta t = 0^\circ \text{ C}$$

Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. Правильная идея решения – исключение из теплового баланса калориметра с водой, поскольку температура воды не изменилась – 0,5 балла
2. Правильное уравнение теплового баланса с конечной температурой равной температуре воды в калориметре – 0,5 балла
3. Правильный ответ для начальной температуры тела с массой m – 0,5 балла
4. Правильный ответ для начальной температуры тела с массой $2m$ – 0,5 балла

5. Условие равновесия участка веревки, который не лежит на столе (BC; см. рисунок), имеет вид



$$\frac{1}{4}m\vec{g} + \vec{F} + \vec{T} = 0$$



где $(1/4)m$ - его масса, $\vec{T}$ - сила натяжения веревки в точке B, действующая на участок BC со стороны участка AB и направленная горизонтально (см. рисунок). В проекциях на горизонтальную и вертикальную оси это условие дает

$$F\cos\alpha = T$$
$$F\sin\alpha = (1/4)mg$$

где α - угол между горизонтом и концом веревки (см. рисунок). Выражая из первого уравнения $\cos\alpha$ и используя основное тригонометрическое тождество, получим из второго уравнения

$$\sqrt{F^2 - T^2} = \frac{1}{4}mg \qquad \Rightarrow \qquad T = \sqrt{F^2 - \frac{1}{16}m^2 g^2} \qquad (1)$$

Поскольку такая же по величине сила T действует со стороны участка веревки BC на лежащий на столе участок веревки AB, условие равновесия участка AB дает

$$T \le F_{тр}^{\max} = \mu N = \frac{3}{4}\mu mg$$

Подставляя в эту формулу силу натяжения веревки (1), получим

$$\mu \geq \frac{1}{3}\sqrt{16\left(\frac{F}{mg}\right)^2 - 1}$$

Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)

1. Правильная идея решения – рассмотрение равновесия поднятого участка веревки – 0,5 балла

2. Правильное нахождение силы натяжения веревки в точке касания поднятого участка и земли – 0,5 балла

3. Правильное условие равновесия участка веревки, лежащего на земле – 0,5 балла

4. Правильный ответ для коэффициента трения между веревкой и столом – 0,5 балла

Оценка работы

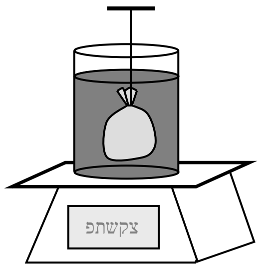
Оценка работы складывается из оценки задач. Максимальная оценка – 10 баллов. Допустимыми являются все целые или «полуцелые» оценки от 0 до 10.

Задания, решения и критерии оценки работ очного отборочного тура
Отраслевой физико-математической олимпиады школьников Росатом и Инженерной олимпиады школьников
9 класс, 2022-2023 учебный год

1 вариант

1. При закалке стальных деталей проводится следующая процедура. Имеются три одинаковых сосуда с маслом при одной и той же температуре. Горячую деталь опускают в первый сосуд, и после установления теплового равновесия температура масла в нем повышается на $\Delta t_1 = 60°C$. После этого деталь переносят во второй сосуд, и после установления теплового равновесия температура масла в нем повышается на $\Delta t_2 = 5°C$. После этого деталь переносят в третий сосуд. Насколько повысится температура масла в нем, когда наступит тепловое равновесие? Какой была первоначальная температура детали, если комнатная температура составляет $t_0 = 20°C$? Сосуды теплоизолированы.

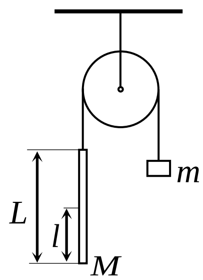
2. Марлевый мешочек заполнен растворимым в воде веществом. Мешочек на нити опускают в стакан с водой, стоящий на весах, так что он не касается дна или стенок сосуда. При этом показания весов изменяются на ΔP. На сколько изменятся показания весов, когда вещество полностью растворится (по сравнению со случаем, когда мешочек уже опущен в воду, но растворение еще не началось)? Весом марли пренебречь. Плотность растворимого вещества втрое больше плотности воды.



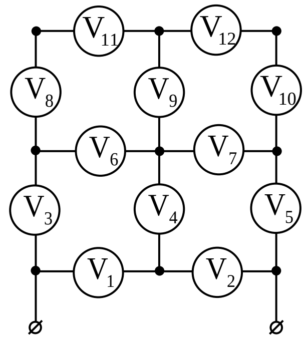
3. В типографию, печатающую газеты, завезли большой рулон газетной бумаги. Через 10 дней непрерывной работы радиус рулона сократился до величины, составляющей 2/3 от первоначального. На сколько еще дней работы хватит оставшейся бумаги? Считать, что расход бумаги одинаков каждый день, и рулон состоит из бумаги целиком.

4. Из одной точки с поверхности земли вертикально вверх бросили с некоторым запаздыванием друг относительно друга два тела. Известно, что начальная скорость первого тела v_0, второго - $2v_0/3$ и что тела упали на землю одновременно. Найти максимальное расстояние между ними в процессе движения. Ответ обосновать.

5. Через блок перекинули невесомую и нерастяжимую нить. К одному концу нити прикрепили небольшое тело массой m, ко второму концу – стержень массой M длиной L. Найти силу натяжения стержня в сечении, находящемся на расстоянии $l = L/3$ от его конца (см. рисунок). Как эта сила зависит от того, какая из масс больше, m или M?



5. Электрическая цепь, схема которой показана на рисунке, состоит из 12 одинаковых вольтметров. К цепи приложили некоторое напряжение (см. рисунок). Известно, что сумма показаний всех двенадцати вольтметров равна $U_0 = 24$ В. Найти показания всех вольтметров.



Решения и критерии оценивания

1. Пусть теплоемкость сосуда с маслом равна C_0, теплоемкость детали C, начальная температура детали t_1. Тогда поскольку установившаяся температура сосуда после установления теплового равновесия равна $t_0 + \Delta t_1$, уравнение теплового баланса теплообмена для опускания детали в первый сосуд с маслом дает

$$C_0 \Delta t_1 = C\left(t - t_0 - \Delta t_1\right)$$

Отсюда находим

$$\Delta t_1 = \frac{C\left(t - t_0\right)}{C + C_0} \tag{1}$$

Отсюда легко получить соотношение для нагревания второго сосуда при опускании в него детали из первого сосуда. Действительно, поскольку $t - t_0$ в числителе формулы (1) – это разность температуры детали и масла, при опускании детали из первого сосуда во второй эта разность составляет Δt_1, а теплоемкости не изменились, для величины Δt_2 имеем

$$\Delta t_2 = \frac{C \Delta t_1}{C + C_0} \tag{2}$$

И аналогично для опускания детали из второго сосуда в третий

$$\Delta t_3 = \frac{C \Delta t_2}{C + C_0} \tag{3}$$

Выражая из формулы (2) отношение $C/(C + C_0)$ и подставляя его в формулу (3) и (1), найдем, насколько повысится температура третьего сосуда и первоначальную температуру детали

$$\Delta t_3 = \frac{\Delta t_2^2}{\Delta t_1} = 0,42°C, \quad t = t_0 + \frac{\Delta t_1^2}{\Delta t_2} = 720°C$$

Критерии оценивания (максимальная оценка за задачу – 2 балла):
1. использование формулы $Q = C\Delta t$ для отданного или полученного телом тепла - 0,5 балла
2. уравнение теплового баланса для опускания первой детали – 0,5 балла
3. изменение температуры детали через первоначальную разность температур детали и масла – 0,5 балла
4. правильный ответ – формула и число – 0,5 балла

2. Когда мешочек опускается в воду, на него начинает действовать сила Архимеда

$$F_A = \rho g V$$

со стороны воды. (ρ - плотность воды, V - объем мешочка, равный объему растворимого вещества). И, следовательно, по третьему закону Ньютона мешочек будет действовать на воду с точно такой же силой. А, значит, вес сосуда увеличится на величину силы Архимеда, действующей на мешочек, т.е. на вес воды в объеме мешочка. Поэтому вес сосуда увеличится на $\rho_0 gV$ (ρ_0 - плотность воды, V - объем мешочка), а показания весов увеличатся на

$$\Delta m = \rho_0 V$$

по сравнению со случаем, когда сосуд взвешивали без мешочка (считаем, что весы проградуированы в единицах массы).

После того как все вещество растворится, все оно все перейдет в раствор, и, следовательно, вес сосуда увеличится (по сравнению со случаем, когда сосуд взвешивали вообще без мешочка) на силу тяжести растворимого вещества, т.е. на величину $\rho gV = 3\rho_0 gV$. Поэтому показания весов после растворения увеличатся на величину

$$\Delta m_1 = 3\rho_0 V - \rho_0 V = 2\rho_0 V = 2\Delta m$$

по сравнению со случаем, когда мешочек в сосуд опустили, но вещество не начало растворяться.

Критерии оценивания (максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. условие равновесия мешочка – 0,5 балла.
2. правильная основная идея – показания весов увеличиваются на силу Архимеда, действующую со стороны воды на мешочек(и мешочка на воду) – 0,5 балла.
3. вычисление массы растворенного вещества – 0,5 балла
4. правильный ответ – 0,5 балла.

3. Найдем объем бумаги, потраченный за 10 дней работы типографии, и объем оставшейся бумаги – сравнение этих объемов и позволит найти, на сколько дней хватит оставшейся бумаги.

Итак, за 10 дней израсходован следующий объем бумаги

$$V = \pi\left(R^2 - \left(\frac{2R}{3}\right)^2\right)h = \frac{5}{9}\pi R^2 h$$

где R - первоначальный радиус рулона, h - его высота. А остался объем бумаги

$$V_{ост} = \pi\left(\frac{2R}{3}\right)^2 h = \frac{4}{9}\pi R^2 h$$

Этот объем составляет 4/5 от объема, потраченного за 10 дней, значит, его хватит на 4/5 от 10 дней, т.е. на 8 дней.

Критерии оценивания (максимальная оценка за задачу – 2 балла):
1. правильная идея решения – пропорциональность времени работы типографии объему бумаги - 0,5 балла
2. правильная формула для объема цилиндра – 0,5 балла
3. использование пропорции для нахождения оставшегося времени работы – 0,5 балла
4. правильный ответ – формула и число – 0,5 балла

4. Докажем, что максимальным расстояние между телами будет в момент броска второго тела. Действительно, уравнения движения тел после броска второго тела имеют вид

$$\begin{aligned}\vec{r}_1(t) &= \vec{r}_1 + \vec{v}_1 t + \frac{\vec{g}t^2}{2} \\ \vec{r}_2(t) &= \vec{v}_2 t + \frac{\vec{g}t^2}{2}\end{aligned} \qquad (4)$$

где $\vec{r}_1(t)$ и $\vec{r}_2(t)$ - радиусы-векторы первого и второго тел относительно системы координат, начало которой находится на поверхности земли, как функции времени t, $\vec{r}_1$ радиус-вектор первого тела относительно этой системы координат в момент броска второго тела, $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ - скорости тел в этот момент времени. В формулах (4) время t отсчитывается от момента броска второго тела. Вычитая эти формулы, получим

$$\vec{r}_1(t) - \vec{r}_2(t) = \vec{r}_1 + (\vec{v}_1 - \vec{v}_2)t \qquad (5)$$

Из формулы (5) следует, что если вектор $\vec{v}_1 - \vec{v}_2$ направлен вертикально вверх (так же как и вектор $\vec{r}_1$) то длина вектора $\vec{r}_1(t) - \vec{r}_2(t)$ всегда растет с течением времени. Если векторы $\vec{r}_1$ и $\vec{v}_1 - \vec{v}_2$ направлены противоположно, то расстояние между телами будет уменьшаться, в какой-то момент оно станет равным нулю, а потом будет снова расти. А поскольку наши тела на землю падают одновременно, у нас реализуется второй случай. Поэтому расстояние между нашими телами до момента их встречи (на поверхности) будет всегда уменьшаться, и, следовательно, максимально оно в тот момент времени, когда второе тело начало свое движение. Найдем это расстояние.

Так как в момент падения скорость первого тела есть $-\vec{v}_0$, а второго $-2\vec{v}_0/3$, времена движения первого и второго тел t_1 и t_2 находятся из уравнений

$$-v_0 = v_0 - gt_1, \qquad -\frac{2}{3}v_0 = \frac{2}{3}v_0 - gt_2$$

Откуда находим времена t_1 и t_2 и время задержки броска второго тела $\Delta t = t_1 - t_2$

$$t_1 = \frac{2v_0}{g}, \qquad t_2 = \frac{4v_0}{3g}, \qquad \Delta t = \frac{2v_0}{3g}$$

Подставляя это время в уравнение движения первого тела

$$x_1(t) = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$$

(здесь координата отсчитывается от поверхности земли, время отсчитывается от момента броска первого тела), найдем расстояние между телами в момент броска второго тела, которое и будет максимальным расстоянием между телами

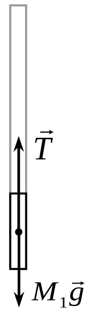
$$S_{\max} = x_1(\Delta t) = \frac{4v_0^2}{9g}$$

Критерии оценивания (максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. правильные уравнения равноускоренного движения - 0,5 балла.

2. доказательство, что максимальным расстояние между телами будет в момент броска второго тела – 0,5 балла.
3. правильные времена движения первого и второго тела – 0,5 балла
4. правильный ответ – 0,5 балла.

5. Рассмотрим отдельно два случая, когда $m > M$ и $m < M$.

Первый случай - $m > M$**.** В этом случае ускорение стержня направлено вверх и равно по величине



$$a = \frac{m - M}{m + M} g$$

Рассмотрим движение участка стержня длиной l. Естественно, он имеет то же ускорение, что и сам стержень, и на него действуют сила тяжести $M_1\vec{g}$ (M_1 - масса рассматриваемого участка) и искомая сила натяжения $\vec{T}$ в сечении, отделяющем этот участок стержня от самого стержня (см. рисунок). Второй закон Ньютона для рассматриваемого участка в проекциях на ось, направленную вертикально вверх, дает

$$M_1 a = T - M_1 g \qquad \Rightarrow \qquad T = M_1 \left(a + g \right) = \frac{2mM_1}{m + M} g \qquad (5)$$

А поскольку длина рассматриваемого участка составляет 1/3 от длины стержня, то и его масса составляет 1/3 от массы стержня: $M_1 = M / 3$, имеем окончательно

$$T = \frac{2mM}{3\left(m + M \right)} g$$

Второй случай - $m < M$**.** Снова рассматриваем второй закон Ньютона для участка стержня длиной l, про который говорится в условии. В этом случае ускорение этого участка равно по величине

$$a = \frac{M - m}{m + M} g$$

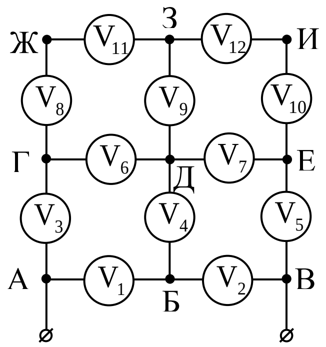
и направлено вертикально вниз. Из второго закона Ньютона для него имеем

$$M_1 a = M_1 g - T \qquad \Rightarrow \qquad T = M_1 \left(g - a \right) = \frac{2mM_1}{m + M} g = \frac{2mM}{3\left(m + M \right)} g \qquad (6)$$

Из сравнения (5) и (6) видим, что сила натяжения стержня в рассматриваемом сечении не зависит от того, какая из масс больше, m или M

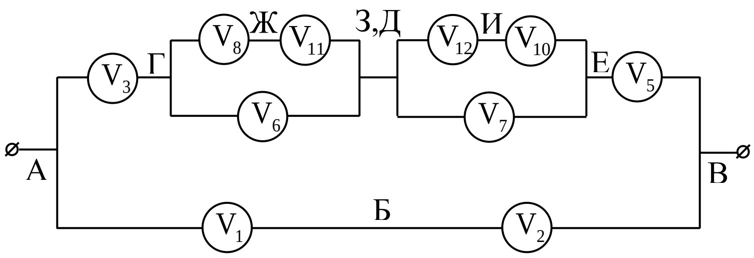
Критерии оценивания (максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. правильный второй закон Ньютона и условия связи - 0,5 балла.
2. правильные ускорения тел – 0,5 балла.
3. правильный ответ для силы натяжения в сечении стержня – 0,5 балла
4. правильное доказательство, что эта сила не зависит от соотношения масс тела и стержня – 0,5 балла.

6. Пусть к цепи приложено напряжение U. Тогда электрическое напряжение между точками Б, Д и З (см. первый рисунок в решении) равно нулю. Следовательно, показания вольтметров V_4 и V_9 - нулевые



$$U_4 = U_9 = 0,$$

и эти вольтметры можно удалить из цепи без изменения токов в каких-либо ее участках. Поэтому данная цепь эквивалентна цепи, показанной на втором рисунке, из которого видно, что напряжение делится пополам на правую и левую половины цепи, и, следовательно, показания вольтметров V_1 и V_2 равны



$$U_1 = U_2 = \frac{1}{2}U$$

Далее. Напряжение на участке А – З,Д равно $U/2$, сопротивление участка Г-З,Д составляет

$$r_{Г-З,Д} = \frac{2r}{3}$$

где r - сопротивление вольтметра, это напряжение делится между участками А-Г и Г-З,Д в пропорции 1:(2/3). Поэтому напряжение на вольтметре V_3 (участок А-Г) равно 3/5 от $U/2$, а на вольтметрах V_6, V_8 и V_{11} составляет 2/5 от $U/2$. Поэтому

$$U_3 = \frac{3}{10}U, \; U_6 = \frac{2}{10}U, \; U_8 = U_{11} = \frac{1}{10}U$$

Аналогично,

$$U_5 = \frac{3}{10}U, \; U_7 = \frac{2}{10}U, \; U_{10} = U_{12} = \frac{1}{10}U$$

В результате условие равенства величине U_0 суммы напряжений на вольтметрах дает

$$U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + U_5 + U_6 + U_7 + U_8 + U_9 + U_{10} + U_{11} + U_{12} = U_0 \qquad \Rightarrow \qquad \frac{24}{10}U = U_0$$

Отсюда находим напряжение, приложенное к цепи

$$U = \frac{10}{24}U_0,$$

а из приведенных выше формул показания каждого вольтметра

$$U_1 = U_2 = \frac{5}{24}U_0 = 5 \text{ В}$$

$$U_3 = U_5 = \frac{3}{24}U_0 = 3 \text{ В}$$

$$U_4 = U_9 = 0$$

$$U_6 = U_7 = \frac{2}{24} U_0 = 2 \text{ В}$$

$$U_8 = U_{10} = U_{11} = U_{12} = \frac{1}{24} U_0 = 1 \text{ В.}$$

Критерии оценивания (максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. выбрасывание (с доказательством) четвертого и девятого вольтметра - 0,5 балла.
2. правильная эквивалентная цепь, сводящаяся к последовательному и параллельному соединению резисторов – 0,5 балла.
3. правильный расчет напряжений на участках этой цепи – 0,5 балла
4. правильный ответ для напряжения на всех вольтметрах – 0,5 балла.

Оценка работы
Оценка работы складывается из оценок задач. Максимальная оценка работы – 12 баллов. Допустимыми являются все целые или «полуцелые» оценки от 0 до 12.
2 вариант (критерии оценки задач такие же как в варианте 1)

1. $\Delta t_3 = \frac{\Delta t_2^2}{\Delta t_1} = 0,36°C$, $t = t_0 + \frac{\Delta t_1^2}{\Delta t_2} = 1000°C$ **2.** $\Delta m_1 = 3\Delta m$. **3.** На 7 дней. **4.** $S_{\max} = \frac{3v_0^2}{8g}$ **5.** $T = \frac{mM}{2(m+M)} g$, сила натяжения не зависит от того, какая из масс больше. **6.** все формулы такие же, как в первом варианте, значения вдвое больше, чем в первом варианте

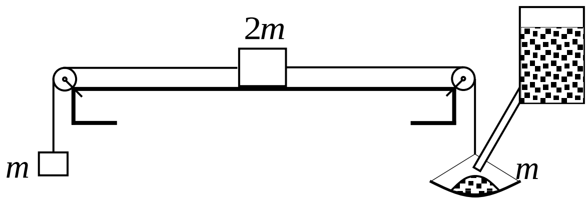
**Задания, решения и критерии оценки работ очного отборочного тура Отраслевой физико-математической олимпиады школьников Росатом и Инженерной олимпиады школьников
9 класс, 2022-2023 учебный год**

1 вариант

1. Из двух городов А и В, расстояние между которыми S, одновременно навстречу друг другу выехали две машины. Машины встретились на расстоянии $2S/5$ от города В и продолжили движение в прежних направлениях. Доехав до городов В и А соответственно машины развернулись поехали назад. На каком расстоянии от города А произойдет вторая встреча машин. Считать, что машины разворачиваются мгновенно.

2. С поверхности Земли стартует ракета и движется вертикально вверх с ускорением $a = 2g$. Через время t_0 двигатель отключается. Через какое время после этого ракета упадет на Землю?

3. На лед, имеющий температуру $t_1 = 0°C$, поставили тонкостенное цилиндрическое ведро, полностью заполненное водой с температурой $t = 50°C$. На какую часть своей высоты ведро погрузится в лед при остывании воды. Считать, что все тепло, отданное водой, получает лед. Теплоемкостью ведра пренебречь. Удельная теплоемкость воды $c = 4,2\cdot 10^3$ Дж/(кг$\cdot$град), удельная теплота плавления льда $\lambda = 3,3\cdot 10^5$ Дж/кг. Плотность воды $\rho = 1000$ кг/м^3, плотность льда $\rho_1 = 900$ кг/м^3.



4. Два тела с массами m и $2m$ связали невесомой и нерастяжимой нитью. Нить перекинули через блок, укрепленный на краю стола. Затем к телу массой $2m$ прикрепили еще одну нить, которую перебросили через блок, укрепленный на противоположном краю стола, а к ней привязали чашку массой m (см. рисунок). Затем в эту чашку насыпали тонкой струйкой песок из бункера. Найти ускорение тел, если масса песка в чашке вдвое превосходит ту минимальную массу песка, при которой тела сдвинутся с места. Коэффициент трения между телом $2m$ и поверхностью μ.

5. Имеется идеальный источник напряжения $U = 24$ В и четыре вольтметра. Если к источнику подсоединить последовательно соединенные вольтметры 1, 2 и 3, то вольтметры 1 и 2 покажут напряжения $U_1 = 4$ В и $U_2 = 8$ В соответственно. Если к источнику подсоединить последовательно соединенные вольтметры 2, 3 и 4, Вольтметр 4 покажет напряжение $U_4 = 16$ В. Какими будут показания всех вольтметров, если их подключить последовательно к данному источнику?

6. К концам невесомого стержня длиной l, который может без трения вращаться вокруг горизонтальной оси, делящий стержень на два части длиной $l/4$ и $3l/4$, прикреплены точечные тела массой $2m$ и m (см. рисунок). Вначале стержень удерживают горизонтально, а в некоторый момент времени отпускают. Найти ускорения тел сразу после этого.

Решения и критерии оценивания

1. Докажем, что если до первой встречи машин прошло время t, то до следующей встречи (после разворотов в соответствующих городах) – время $2t$ от первой встречи. Действительно, сумма расстояний, пройденных машинами до первой встречи, равна расстоянию между городами. После этого машины должны доехать до пунктов назначения - сумма расстояний, пройденных машинами от первой встречи до пунктов назначения равна расстоянию между городами, развернуться и снова проехать в сумме расстояние, равное расстояние между городами. А это значит, что и расстояние, пройденное каждой машиной от первой встречи до второй, вдвое больше расстояния от пунктов выхода до первой встречи.

А поскольку машина, вышедшая из А, прошла до первой встречи расстояние $3S/5$, то от первой до второй встречи она пройдет расстояние $6S/5$. Т.е. от выхода до второй встречи она пройдет расстояние $9S/5$ - успеет дойти до города В, развернуться и пройти до встречи со второй машиной расстояние $4S/5$. А это значит, что вторая встреча машин произойдет на расстоянии $S/5$ от города А.

Критерии оценивания (максимальная оценка за задачу – 2 балла):
1. Правильное соотношение «расстояние-время-скорость» - 0,5 балла
2. Замечено, что суммарное расстояние, пройденное машинами от первой встречи до второй, вдвое большее суммарного расстояния, пройденного машинами от выхода до встречи – 0,5 балла
3. правильные уравнения «расстояние-время-скорость» от первой встречи до второй – 0,5 балла
4. правильный ответ – 0,5 балла

2. Из законов равноускоренного движения для движения ракеты с ускорением $a = 2g$, находим высоту, на которой выключится двигатель, и скорость ракеты в этот момент

$$h = \frac{2gt_0^2}{2} = gt_0^2$$
$$v = 2gt_0$$

Поэтому закон движения для движения ракеты с ускорением g дает вертикальную координату ракеты как функцию времени

$$y(t) = gt_0^2 + 2v_0t_0t - \frac{gt^2}{2}$$

Здесь время отсчитано от момента выключения двигателя, начало координат находится на поверхности земли, ось y направлена вертикально вверх. В момент падения ракеты на землю ее координата становится равной нулю, поэтому для момента падения t_1 имеем

$$\frac{gt_1^2}{2} - 2v_0t_0t_1 - gt_0^2 = 0, \qquad \Rightarrow \qquad \frac{t_1^2}{2} - 2t_0t_1 - t_0^2 = 0$$

Решая это квадратное уравнение и выбирая положительный корень, получаем

$$t_1 = \left(2+\sqrt{6}\right)t_0$$

Критерии оценивания (максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. правильные законы равноускоренного движения – 0,5 балла.
2. правильная высота и скорость ракеты в момент отключения двигателя – 0,5 балла.
3. правильные уравнения для движения ракеты с выключенным двигателем – 0,5 балла
4. правильный ответ – 0,5 балла.

3. Поскольку в конечном состоянии ведро будет окружено льдом с температурой $t_1 = 0°C$, его температура тоже будет равна $t_1 = 0°C$, причем замерзать эта вода не будет, так как не будет теплообмена между водой в ведре с температурой $t_1 = 0°C$ и окружающим льдом с той же температурой. Следовательно, вода потеряет количество тепла

$$Q = cm\left(t - t_1\right)$$

где m - масса воды в ведре, $t = 50°C$ - начальная температура воды в ведре. Все это тепло идет на плавление льда. В результате расплавится масса m_1 льда

$$\lambda m_1 = cm\left(t - t_1\right).$$

Отсюда находим

$$m_1 = \frac{cm\left(t - t_1\right)}{\lambda}.$$

Плавление такой массы льда приводит к образованию пустого пространства объемом

$$V_1 = \frac{m_1}{\rho_1} = \frac{cm\left(t - t_1\right)}{\lambda\rho_1}$$

А поскольку объем ведра равен

$$V = \frac{m}{\rho},$$

то ведро погрузится в лед на следующую долю своего объема

$$\eta = \frac{V_1}{V} = \frac{c\left(t - t_1\right)\rho}{\lambda\rho_1} = 0,71$$

Критерии оценивания (максимальная оценка за задачу – 2 балла):
1. правильный вывод, что в конечном состоянии в ведре будет вода с температурой 0 градусов Цельсия – 0,5 балла
2. правильное уравнение теплового баланса – 0,5 балла
3. правильный объем растаявшего льда – 0,5 балла
4. правильный ответ (формула и число) – 0,5 балла

4. Найдем сначала минимальную массу песка, при которой тела сдвинутся с места. Поскольку массы чашки и подвешенного с другой стороны тела одинаковы, то для того чтобы верхнее тело сдвинулось с места сила тяжести песка должна быть равна максимальной силе трения покоя, действующей на верхнее тело. Т.е. минимальная масса песка, сдвигающая тела равна

$$m_1 g = \mu 2mg \qquad \Rightarrow \qquad m_1 = 2\mu m$$

Рассмотрим теперь случай, когда масса песка в чашке равна $m_2 = 4\mu m$. Тогда уравнения движения тел в проекции на направление их движения имеют вид

$$\begin{aligned} &ma = T_1 - mg \\ &2ma = T_2 - T_1 - 2\mu mg \\ &(m + 4\mu m)a = (m + 4\mu m)g - T_2 \end{aligned}$$

где a - ускорение тел, T_1 и T_2 - соответственно силы натяжения левой и правой нитей в этом случае. Складывая эти уравнения, найдем

$$a = \frac{\mu g}{2(1+\mu)}$$

Критерии оценивания (максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. правильная масса песка, при которой тела сдвинутся с места - 0,5 балла.
2. правильный второй закон Ньютона (с условиями связи) для удвоенной массы песка – 0,5 балла.
3. правильная система уравнений для ускорения тел – 0,5 балла
4. правильный ответ – 0,5 балла.

5. Поскольку источник идеальный, сумма напряжений на всех элементах, подключенных к нему последовательно, равна его напряжению $U = 24$ В. Это значит, что в первом случае (подключены вольтметры 1, 2 и 3) показания вольтметров таковы: $U_1 = 4$ В, $U_2 = 8$ В и $U_3 = 12$ В. А так как вольтметры подключены последовательно, через них течет одинаковый ток. Поэтому из закона Ома заключаем, что сопротивления вольтметров относятся как $R_1 : R_2 : R_3 = 1:2:3$.

Рассмотрим теперь второй случай. Так как вольтметр 4 показывает $U_4 = 16$ В, то сумма показаний вольтметров 2 и 3 равна 8 В. И, следовательно, сопротивление вольтметра 4 в 2 раза больше, чем сумма сопротивлений вольтметров 2 и 3. То есть сопротивления всех вольтметров относятся как $R_1 : R_2 : R_3 : R_4 = 1:2:3:10$.

При подключении всех вольтметров через них будет течь одинаковый ток, поэтому их показания будут относиться как $U_1' : U_2' : U_3' : U_4' = 1:2:3:10$. А поскольку сумма показаний вольтметров равна напряжению источника, имеем систему уравнений для показаний вольтметров

$$\begin{aligned} &U_1' : U_2' : U_3' : U_4' = 1:2:3:10 \\ &U_1' + U_2' + U_3' + U_4' = U \end{aligned}$$

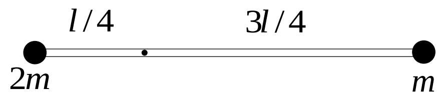
Отсюда находим

$$U_1' = \frac{U}{16} = 1{,}5\,(B), \qquad U_2' = \frac{U}{8} = 3\,(B), \qquad U_3' = \frac{3U}{16} = 4{,}5\,(B),, \qquad U_4' = \frac{5U}{8} = 15\,(B)$$

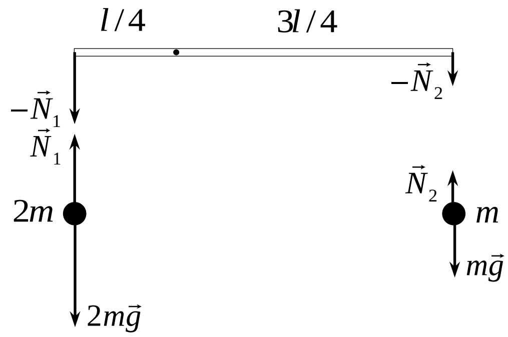
Критерии оценивания (максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. правильные напряжения на вольтметрах в первом случае (из условия идеальности источника) - 0,5 балла.
2. правильное соотношение сопротивлений вольтметров 1 , 2 и 3 – 0,5 балла.

3. правильное соотношение сопротивлений всех вольтметров – 0,5 балла
4. правильные ответы для напряжения на всех вольтметров для подключения всех вольтметров – 0,5 балла.

6. К концам невесомого стержня длиной l, который может без трения вращаться вокруг горизонтальной оси, делящий стержень на два части длиной $l/4$ и $3l/4$, прикреплены точечные тела массой $2m$ и m (см. рисунок). Вначале стержень удерживают горизонтально, а в некоторый момент времени отпускают. Найти ускорения тел сразу после этого.



6. Поскольку стержень невесом, сумма сил и сумма моментов всех сил, действующих на стержень должна равняться нулю. В частности, для моментов сил, действующих на стержень со стороны тел, имеем (см. рисунок)



$$\frac{l}{4}N_1 = \frac{3l}{4}N_2 \qquad \Rightarrow \qquad N_1 = 3N_2 \qquad (*)$$

Поэтому второй закон Ньютона для тел дает (в проекциях на вертикальную ось, направленную вертикально вниз)

$$2ma_1 = 2mg - N_1$$
$$ma_2 = mg - N_2$$

где a_1 и a_2 - проекции векторов ускорений тел на вертикальную ось, направленную вертикально вниз. Учитывая (*), а также то, что $a_2 = -3a_1$, получим

$$a_1 = -\frac{1}{11}g, \qquad a_2 = \frac{3}{11}g,$$

Знак минус у ускорения первого тела говорит о том, что вектор его ускорения направлен вверх.

Критерии оценивания (максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. правильное соотношение для сил реакции стержня, действующих на тела - 0,5 балла.
2. правильное условие связи ускорений – 0,5 балла.
3. правильный второй закон Ньютона для тел – 0,5 балла
4. правильный ответ – 0,5 балла.

Оценка работы
Оценка работы складывается из оценок задач. Максимальная оценка работы – 12 баллов. Допустимыми являются все целые или «полуцелые» оценки от 0 до 12.
2 вариант (критерии оценки задач такие же как в варианте 1)

1. вторая встреча машин произойдет на расстоянии $2S/7$ от города А. **2.** $t_1 = \left(3 + 2\sqrt{3}\right)t_0$. **3.** $\eta = \dfrac{c\left(t - t_1\right)\rho}{\lambda\rho_1} = 0{,}85$. **4.** $a = \dfrac{3\mu g}{5 + 6\mu}$ **5.** $U_1' = \dfrac{U}{13} = 1{,}85\,(B)$, $U_2' = \dfrac{3U}{13} = 5{,}54\,(B)$, $U_3' = \dfrac{4U}{13} = 7{,}38$, $U_4' = \dfrac{5U}{13} = 9{,}23\,(B)$. **6.** $a_1 = \dfrac{1}{13}g$, направлено вниз, $a_2 = \dfrac{3}{13}g$, направлено вверх