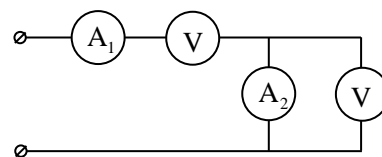
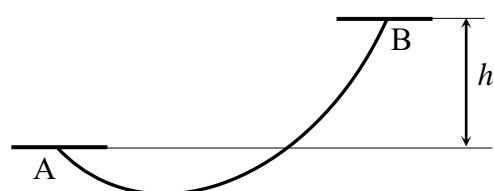


**Решения и критерии оценивания решений задач
Заключительного тура олимпиады «Росатом» по физике,
2023-2024 учебный год, 10 класс**

1. Собрана электрическая цепь, состоящая из идеального источника напряжения, двух одинаковых вольтметров и двух одинаковых амперметров (см. схему). Известны показания трех приборов: первого амперметра ($I_1 = 1,5$ мА) и двух вольтметров ($U_1 = 0,2$ В, $U_2 = 2,4$ В). Найти показания второго амперметра и напряжение источника.

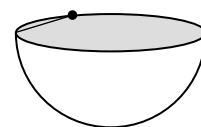


2. Горизонтальную гладкую трубу изогнули, сделав в ней кольцевую петлю радиуса R , расположенную в вертикальной плоскости. В трубу на ее горизонтальном участке со скоростью v пустили канат длиной $7R$ (см. рисунок). При какой минимальной скорости v канат сможет преодолеть петлю? Трение отсутствует, радиус петли много больше радиуса самой трубы и каната.

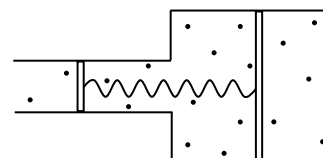


3. Однородную нерастяжимую гибкую веревку массой m и длиной l подвесили в двух точках А и В, находящихся на разных высотах (см. рисунок). Сила натяжения веревки в точке А известна и равна T_A . Найти силу натяжения веревки в точке В, которая находится на h выше точки А.

4. На краю полусферической чаши радиуса R закреплена невесомая нить длиной $R/2$, ко второму концу которой прикреплено маленькое тело. Тело удерживают на краю чаши так, что нить натянута (см. рисунок). В некоторый момент времени тело отпускают. Найти скорость и ускорение тела в тот момент, когда оно проходит нижнюю точку своей траектории.



5. Две трубы площадью сечения S и $2S$ состыкованы между собой и закрыты двумя теплонепроницаемыми поршнями, связанными пружиной с коэффициентом жесткости k . Между поршнями находится идеальный газ с температурой T , трубы открыты в атмосферу. В равновесии поршни находятся на одинаковых расстояниях l от стыка. В некоторый момент времени температуру газа между поршнями медленно уменьшают до температуры $T/3$. На сколько сжатой или растянутой окажется после этого пружина по сравнению с недеформированным состоянием? Атмосферное давление p_0 известно.



Решения и критерии оценивания решений задач

1. Поскольку ток, текущий через вольтметр, последовательно соединенный с амперметром (будем далее называть его первым вольтметром), больше тока, текущего через вольтметр, соединенный с амперметром параллельно (второй вольтметр), то показание $U_1 = 0,2$ В относится ко второму вольтметру, показание $U_2 = 2,4$ В – к первому.

Пусть сопротивление амперметров - r_A , вольтметров - r_V . Так как вольтметр показывает напряжение на самом себе, и через него течет тот же ток, что и через первый амперметр, из закона Ома для первого вольтметра имеем

$$r_V = \frac{U_2}{I_1}$$

Поскольку сопротивление вольтметров одинаково, то ток, текущий через второй вольтметр, в U_1/U_2 раза меньше тока, текущего через первый. Поэтому ток, текущий через второй амперметр, равен

$$I_2 = I_1 - \frac{U_1}{U_2} I_1 = \frac{U_2 - U_1}{U_2} I_1 = 1,375 \text{ мА}$$

А поскольку отношение токов, текущих через элементы цепи на участке параллельного соединения, обратно отношению их сопротивлений, для отношения сопротивлений амперметра и вольтметра и сопротивления амперметра имеем

$$\frac{r_A}{r_V} = \frac{U_1}{U_2 - U_1} \Rightarrow r_A = \frac{U_1 U_2}{(U_2 - U_1) I_1}$$

А поскольку напряжение источника равно сумме напряжений на первом амперметре, первом вольтметре, и участке параллельно соединенных второго амперметра и второго вольтметра, имеем для напряжения источника

$$U_0 = \frac{U_1 U_2}{(U_2 - U_1)} + U_1 + U_2 = 2,82 \text{ В}$$

Ответ. $I_2 = \frac{U_2 - U_1}{U_2} I_1 = 1,375 \text{ мА}$, $U_0 = \frac{U_1 U_2}{(U_2 - U_1)} + U_1 + U_2 = 2,82 \text{ В}$.

Критерии оценки решения задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

1. Правильное использование закона Ома – 1 балл

2. Правильный (и обоснованный) вывод, что показание U_1 относится к вольтметру, включенному параллельно с амперметром - 1 балл

3. Правильно найдены сопротивления вольтметра и амперметра – 1 балл

4. Правильно найдено показание второго амперметра – 1 балл

5. Правильно найдено напряжение источника – 1 балл

Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

2. Канат сможет пройти петлю, если при ее полном заполнении будет иметь ненулевую скорость (даже совсем маленькую). Поэтому минимальной скорости каната, допускающей его прохождение через петлю, отвечает такая ситуация, когда канат при полном заполнении петли имеет нулевую

скорость. А поскольку центр тяжести каната, полностью заполняющего петлю радиуса R , находится в центре петли (т.е. на высоте R от поверхности земли), то закон сохранения энергии для полного заполнения петли канатом дает

$$\frac{mv^2}{2} = m_1 g R$$

где m_1 масса части каната, полностью заполняющего петлю. Поскольку канат однородный, масса m_1 во столько же раз меньше массы каната, во сколько раз длина петли меньше длины каната

$$m_1 = \frac{2\pi R}{l} m = \frac{2\pi}{7} m$$

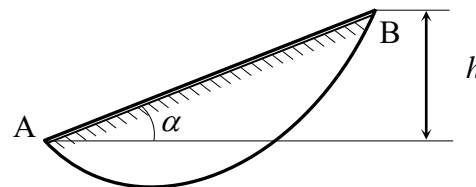
Отсюда находим минимальную скорость каната, имея которую он сможет преодолеть петлю.

$$v = \sqrt{\frac{4\pi g R}{7}}$$

Критерии оценки решения задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

1. Правильное условие минимальности скорости, имея которую, канат сможет преодолеть петлю – 1 балл
 2. Использован правильный закон сохранения энергии – 1 балл
 3. Правильно найден центр тяжести каната, полностью заполняющего петлю – 1 балл
 4. Правильно найдена масса той части каната, которая заполняет петлю – 1 балл
 5. Правильный ответ – 1 балл
- Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

3. Для связывания сил натяжения веревки в точках А и В можно воспользоваться следующим приемом. Соединим точки А и В гладкой наклонной плоскостью и замкнем веревку (т.е. сделаем ее замкнутой с одной частью, лежащей на наклонной плоскости с длиной, равной длине наклонной плоскости; см. рисунок).



Докажем, что расположение висящей части веревки при этом не изменится.

Очевидно, веревка, часть которой лежит на наклонной плоскости АВ, а часть висит между концами плоскости А и В, будет находиться в равновесии (из-за невозможности вечного двигателя). Поэтому и висящая между А и В часть веревки тоже будет находиться в равновесии (как и веревка, концы которой закреплены в точках А и В). Это значит, что если закрепить ее концы в точках А и В и отрезать часть, лежащую на плоскости, мы приходим к той самой веревки, которая была подвешена между точками А и В, и расположение которой будет абсолютно таким же, как и у замкнутой веревки, часть которой лежит на плоскости АВ. Утверждение доказано.

Теперь легко найти связь сил натяжения веревки в точках А и В. С одной стороны, эти силы обеспечивают равновесие висящей между А и В части веревки. А с другой, они обеспечивают равновесие той части веревки, которая лежит на плоскости. А ее равновесие обеспечивается разностью сил натяжения в точках А и В. Поэтому

$$m_1 g \sin \alpha = T_B - T_A$$

где m_1 - масса той части веревки, которая находится на наклонной плоскости, α - угол наклона плоскости (см. рисунок). Поскольку веревка однородна, то

$$m_1 = \frac{L}{l} m$$

где l - длина наклонной плоскости. Синус угла наклона плоскости найдем геометрически

$$\sin \alpha = \frac{h}{L}$$

В результате получаем

$$T_B = T_A + \frac{mgh}{l}$$

Критерии оценки решения задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

- 1. Правильная идея решения – замыкание веревки на плоскости и использование условий ее равновесия – 1 балл**
- 2. Правильное утверждение (с обоснованием), что такая веревка будет находиться в покое - 1 балл**
- 3. Правильное условие равновесия веревки на плоскости - 1 балл**
- 4. Правильно найдена масса части веревки на плоскости и синус угла ее наклона – 1 балл**
- 5. Правильный ответ – 1 балл**

Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

Другие решения, использующие правильные условия равновесия висящей части веревки (или ее частей) при условии получения правильного ответа оцениваются полным баллом.

- 4. Докажем, что траектория тела – окружность, расположенная в вертикальной плоскости. Действительно, все точки траектории лежат с одной стороны на поверхности сферы, поэтому их координаты x , y и z связаны соотношением**

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2$$

С другой стороны, все эти точки находятся на расстоянии $R/2$ от точки с координатами $(R, 0, 0)$.

Поэтому

$$(x - R)^2 + y^2 + z^2 = R^2 / 4$$

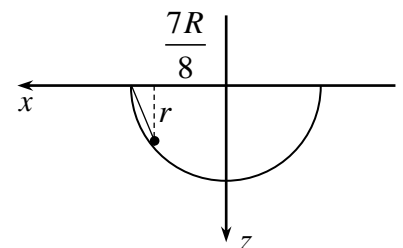
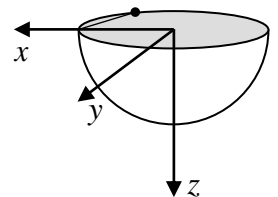
Вычитая эти равенства друг из друга, находим

$$x = \frac{7R}{8}$$

Это и означает, что x – координата тела при его движении остается постоянной – тело движется в плоскости, перпендикулярной оси x на расстоянии $7R/8$ от начала координат (см. рисунок). Отсюда находим радиус окружности, по которой движется тело

$$r = \sqrt{R^2 - (7R/8)^2} = \frac{\sqrt{15}R}{8}$$

Скорость тела в нижней точке находим из закона сохранения энергии



$$\frac{mg\sqrt{15R}}{8} = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = \frac{\sqrt{\sqrt{15gR}}}{2}$$

Поскольку тело движется по окружности, то его ускорение в нижней точке является центростремительным и равно

$$a = \frac{v^2}{r} = 2g$$

Критерии оценки решения задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

- 1. Доказано, что траектория тела – окружность, лежащая в вертикальной плоскости – 1 балл**
 - 2. Правильно найден радиус этой окружности - 1 балл**
 - 3. Правильное использование закона сохранения энергии - 1 балл**
 - 4. Правильно найдена скорость тела в нижней точке траектории – 1 балл**
 - 5. Правильно найдено ускорение тела в нижней точке траектории – 1 балл**
- Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.**

5. Исследуем сначала условия равновесия поршней в трубах в начальном состоянии. Рассмотрим условие равновесия тела, состоящего из двух поршней и пружины. Внешними силами по отношению к этому телу являются силы, действующие на поршни со стороны газа между поршнями и атмосферного воздуха (силы упругости пружин – если пружина растянута или сжата - являются внутренними для этой системы тел). Это значит, что давление газа между поршнями равно атмосферному давлению. А если теперь рассмотреть условие равновесия любого из поршней, то можно заключить, что в начальном состоянии пружина не деформирована. Итак, в начальном состоянии давление газа между поршнями равно атмосферному давлению, а пружина не деформирована.

Если теперь уменьшить температуру газа между поршнями, то условие равновесия поршней остается таким же – давление газа между поршнями равно атмосферному, пружина не деформирована. Следовательно, с газом между поршнями происходит изобарический процесс с уменьшением температуры и объема. Это значит, что поршни передвинутся в направлении узкой трубы так, что расстояние между ними не изменится, а объем газа между поршнями будет уменьшаться. И при некоторой температуре большой поршень достигнет стыка труб. Поскольку объем газа в этом состоянии будет равен $2lS$, из закона Гей-Люссака имеем

$$\frac{lS + l2S}{T} = \frac{2lS}{T_1}$$

где T_1 - температура, при которой большой поршень дойдет до стыка труб. Отсюда находим

$$T_1 = \frac{2}{3}T$$

При дальнейшем понижении температуры условия равновесия поршней уже будут другими, поскольку на большой поршень действует сила со стороны стыка труб. Поэтому условие равновесия сводится к условию равновесия малого поршня. Ясно, что при понижении температуры газа между поршнями давление этого газа будет уменьшаться, и атмосферное давление сожмет пружину,

переместив малый поршень к стыку труб. Пусть перемещение этого поршня при температуре $T/3$ равно Δx . Тогда объединенный газовый закон и условие равновесия малого поршня дают

$$\frac{p_0 2lS}{(2T/3)} = \frac{p_1(2l - \Delta x)S}{T/3}$$
$$(p_0 - p_1)S = k\Delta x$$

где p_1 - давление газа между поршнями при температуре $T/3$. Отсюда получаем квадратное уравнение для деформации пружины

$$k\Delta x^2 - (Sp_0 + 2kl)\Delta x + lSp_0 = 0$$

Решая это квадратное уравнение, получим

$$\Delta x = \frac{Sp_0 + 2kl - \sqrt{S^2 p_0^2 + 4k^2 l^2}}{2k} \quad (1)$$

(второй корень не подходит, поскольку он больше самой длины пружины). Таким образом, при понижении температуры до значения $T/3$ пружина будет сжатой, ее деформация определяется формулой (1).

Критерии оценки решения задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

- 1. Из условия равновесия поршней доказано, что давление газа между поршнями равно атмосферному, пружина не деформирована – 1 балл**
- 2. Правильный вывод, что при понижении температуры поршни будут перемещаться в направлении узкой трубы, а пружина останется не деформированной - 1 балл**
- 3. Правильно найдена температура, при которой большой поршень достигнет стыка труб - 1 балл**
- 4. Правильная система уравнений для Δx (объединенный газовый закон и условие равновесия малого поршня) – 1 балл**
- 5. Правильный ответ – 1 балл**

Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

Оценка работы

Оценка работы складывается из оценки задач. Максимальная оценка – 25 баллов. Допустимыми являются все целые оценки от 0 до 25.