

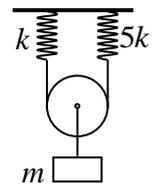
Решения и критерии оценивания
Отборочный тур олимпиады «Росатом», 2023-2024 учебный год,
Олимпиада памяти И.В.Савельева, физика, 8 класс

1 вариант

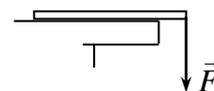
1. Имеются две закрытые стеклянные бутылки, одна из которых полностью заполнена водой, вторая ртутью. Первую бутылку опускают в сосуд с водой, вторую – в сосуд с ртутью. Утонут они или нет? Ответ обоснуйте. Для плотностей воды, стекла и ртути справедливы неравенства $\rho_в < \rho_{ст} < \rho_{рт}$.

2. Две машины выехали одновременно навстречу друг другу из городов А и В. Машины встретились на расстоянии l от А, затем доехали до городов В и А, развернулись и поехали назад. Вторая встреча машин произошла на расстоянии $3l/4$ от города В. Найти расстояние АВ. Скорости машин постоянны.

3. К оси невесомого блока прикрепили тело массой m , а сам блок подвесили к потолку с помощью веревки, концы которой прикреплены к двум пружинам с жесткостью k и $5k$ (см. рисунок). На сколько сместится груз при растяжении пружин?



4. Около края стола лежит стержень массой m длиной l . Стержень лежит перпендикулярно краю стола и свешивается со стола на одну пятую часть своей длины. Какую минимальную вертикальную силу F нужно приложить к стержню (см. рисунок), чтобы он опрокинулся?



5. Два жука, расстояние между которыми S , бегут навстречу друг другу. Один жук бежит с постоянной скоростью v . Второй жук бежит с постоянной скоростью $2v$, но в тот момент, когда расстояние между жуками уменьшается вдвое, он останавливается и отдыхает в течение одной трети времени своего движения. Затем он снова движется со скоростью $2v$, но в тот момент, когда расстояние между жуками уменьшается вдвое по сравнению с тем, каким оно было, когда он начал двигаться во второй раз, он снова останавливается и отдыхает в течение одной трети времени своего второго движения, а потом опять начинает двигаться. И далее движение повторяется. Через какое время встретятся жуки, и какие расстояния пройдут до встречи?

Решения

1. Плавание тела зависит от его средней плотности: если средняя плотность тела больше плотности жидкости, тело тонет, если меньше, плавает.

Поскольку плотность стекла больше плотности воды, то средняя плотность стеклянной бутылки, полностью заполненной водой, больше плотности воды, и такая бутылка утонет в воде.

Но плотность стекла меньше плотности ртути; поэтому средняя плотность стеклянной бутылки, полностью заполненной ртутью, меньше плотности ртути, и такая бутылка будет плавать в ртути.

Критерии оценивания решений задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

1. Использование закона Архимеда в каком-либо виде – 1 балл

2. Правильное условие плавания – средняя плотность тела меньше плотности жидкости – 1 балл

3. Правильное утверждение относительно средней плотности бутылки с водой – больше плотности воды – 1 балл

4. Правильное утверждение относительно средней плотности бутылки с ртутью – меньше плотности ртути – 1 балл

5. Правильный ответ – 1 балл.

Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

2. Очевидно, что сумма расстояний, пройденных машинами до первой встречи, равна расстоянию между городами А и В. За время, прошедшее между первой и второй встречей машин, они успеют доехать до своих пунктов назначения (сумма расстояний равна S), развернуться, поехать навстречу друг другу и проехать до встречи такие расстояния, сумма которых также равна S . Поэтому сумма расстояний, пройденных машинами от первой их встречи до второй, равна удвоенному расстоянию между городами А и В. Поэтому и время, прошедшее от первой встречи машин до второй, вдвое больше времени, прошедшего от выхода машин из «своих» городов до первой встречи. Поэтому каждая машина пройдет от первой встречи до второй вдвое большее расстояние, чем от выхода до первой встречи. А так как машина, вышедшая из города А до первой встречи прошла расстояние l , то от первой встречи до второй она пройдет расстояние $2l$. При этом она успеет доехать до города В (т.е. пройти расстояние $S - l$) и пройти расстояние $3l/4$ до второй встречи. Поэтому

$$2l = (S - l) + \frac{3}{4}l$$

Отсюда находим

$$S = \frac{9}{4}l$$

Критерии оценивания решений задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

1. Правильное использование формул «расстояние-время-скорость» – 1 балл

2. Правильная формула для времени первой встречи двух машин – 1 балл

3. Правильное утверждение, что время второй встречи втрое больше времени первой – 1 балл

4. Правильно найдены расстояния, пройденные машинами до первой встречи и до второй – 1 балл

5. Правильный ответ – 1 балл.

Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

3. Из условия равновесия груза заключаем, что сила натяжения нити, привязанной к грузу, равна $T = mg$. Условие равновесия блока, на который действует сила натяжения T нижней нити и две силы натяжения T_1 нити, связанной с пружинами, дает

$$2T_1 = T \quad \Rightarrow \quad T_1 = \frac{T}{2} = \frac{mg}{2}$$

Таким образом, обе пружины растягиваются одинаковой силой $mg/2$. Поэтому пружины растянутся на

$$\Delta x_1 = \frac{T_1}{k} = \frac{mg}{2k} \text{ - пружина с жесткостью } k$$

$$\Delta x_2 = \frac{T_1}{5k} = \frac{mg}{10k} \text{ - пружина с жесткостью } 5k$$

Следовательно, длина всей конструкции, держащей блок – собственно верхняя нить и две пружины – увеличится на

$$\Delta x_1 + \Delta x_2 = \frac{mg}{2k} + \frac{mg}{10k} = \frac{3mg}{5k}$$

А поскольку половина этого удлинения будет располагаться слева, а половина – справа от блока, то блок (и, следовательно, груз) опустится на половину этой величины:

$$\Delta x = \frac{3mg}{10k}$$

Критерии оценивания решений задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

1. Правильное использование закона Гука – 1 балл
2. Правильное условие связи сил натяжения нитей – 1 балл
3. Правильное утверждение, что силы, растягивающие пружины, одинаковы – 1 балл
4. Правильно найдены силы упругости пружин – 1 балл
5. Правильный ответ – 1 балл.

Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

4. На стержень действует сила тяжести mg , сила реакции поверхности (на те части стержня, которые лежат на столе) и внешняя сила F , причем в момент переворота стержня относительно края, точка приложения силы реакции будет находиться на краю стола. Поэтому в момент переворота стержня условие моментов относительно края стола дает

$$M_{mg} = M_F$$

где M_{mg} и M_F - моменты сил тяжести и внешней силы F относительно края стола. А поскольку сила тяжести приложена к центру тяжести стержня, который находится в его середине, имеем

$$mg \left(\frac{l}{2} - \frac{l}{5} \right) = F \frac{l}{5}$$

Отсюда находим $F = \frac{3}{2} mg$.

Критерии оценивания решений задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

1. Правильное утверждение, что в момент переворота нарушается равенство нулю суммы моментов всех сил, действующих на стержень – 1 балл
2. Правильное вычисление момента силы тяжести – приложение силы тяжести к центру стержня – 1 балл
3. Правильное утверждение, что в момент переворота точка приложения силы реакции находится на самом краю стола – 1 балл
4. Правильное уравнение моментов в момент переворота – 1 балл
5. Правильный ответ – 1 балл.

Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

5. Если бы второй жук двигался без остановки со скоростью $2v$, то скорость сближения жуков составляла бы $3v$, то они встретились бы через время

$$t_{встр} = \frac{S}{3v},$$

и прошли бы до встречи расстояния

$$S_1 = vt_{встр} = \frac{vS}{3v} = \frac{S}{3} \quad S_2 = 2vt_{встр} = \frac{2vS}{3v} = \frac{2S}{3}$$

В нашей задаче картина движения иная. Чтобы понять, как сближаются жуки, заметим, что их встреча никогда не произойдет, пока второй жук отдыхает. Действительно, если расстояние между жуками в начале какой-то стадии движения было равно x , то время t движения второго жука до остановки составит

$$t = \frac{x}{2 \cdot 3v} = \frac{x}{6v} \quad (1)$$

а расстояние между жуками в этот момент составит $x/2$. Отдыхать второй жук будет в течение одной трети найденного времени, т.е. время

$$t_1 = \frac{1}{3}t = \frac{x}{18v} \quad (2)$$

Первый жук пройдет за это время расстояние

$$x_1 = vt_1 = \frac{x}{18},$$

что меньше, чем $x/2$, и, следовательно, он не дойдет до второго жука. Поэтому указать, на какой стадии произойдет встреча жуков, нельзя. Другими словами, до встречи жуков пройдет бесконечное количество таких стадий движения. А поскольку средняя скорость сближения жуков на каждой такой стадии одинакова, то время встречи жуков будет определяться средней скоростью их сближения, вычисленной для любой полной стадии. Найдем эту скорость.

Пусть расстояние между жуками в начале какой-то стадии движения равно x , время этой стадии (когда картина движения начинает повторяться) - τ , а в сумме за это время жуки пройдут расстояние y . Тогда средней скоростью сближения жуков следует назвать величину

$$v_{cp} = \frac{y}{\tau}$$

По условию второй жук движется в течение времени (1) и отдыхает в течение времени (2). Следовательно, полное время этой стадии составляет

$$\tau = t + t_1 = \frac{2x}{9v}$$

Второй жук пройдет за это время расстояние $x_2 = 2vt = x/3$, а первый (который всегда двигался) - расстояние $x_1 = v\tau = 2x/9$. Поэтому в сумме жуки пройдут расстояние

$$y = x_1 + x_2 = \frac{x}{3} + \frac{2x}{9} = \frac{5x}{9}.$$

Поэтому средняя скорость сближения жуков на этой стадии составляет

$$v_{cp} = \frac{5x/9}{2x/9v} = \frac{5}{2}v$$

Отсюда находим время до встречи и пути, пройденные жуками

$$t_{встр} = \frac{2S}{5v}, \quad S_1 = vt = \frac{2S}{5}, \quad S_2 = S - S_1 = \frac{3S}{5}$$

Критерии оценивания решений задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

1. Правильная формула для времени встречи тел при условии их движения с постоянными скоростями – 1 балл
2. Правильное идея решения – использование средней скорости второго жука (или средней скорости сближения жуков) – 1 балл
3. Правильно найдены средняя скорость второго жука за время каждой стадии движения (или средней скорости сближения) – 1 балл
4. Обоснование, что средняя скорость второго жука (или средняя скорость сближения жуков) за все время до встречи совпадает со средней скорости, вычисленной на любой стадии – 1 балл.
5. Правильный ответ – 1 балл.

Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

Оценка работы

Оценка работы складывается из оценки задач. Максимальная оценка – 25 баллов. Допустимыми являются все целые оценки от 0 до 25.

Решения
Отборочный тур олимпиады «Росатом» на региональных площадках,
2023-2024 учебный год, комплект 1
физика, 8 класс

1. Имеется два одинаковых металлических провода, изготовленных из одного и того же металла. Один из них разрезали на $N_1 = 30$ одинаковых кусков, второй – на $N_2 = 20$ одинаковых кусков. Затем одинаковые куски соединили своими концами, образовав два проволочных жгута. Затем жгуты соединили последовательно и подключили к получившейся цепи электрическое напряжение. Определить отношение P_1 / P_2 мощностей тока в жгутах.
2. Автомобиль проехал по некоторому замкнутому пути. Известно, что первую треть пути он проехал с постоянной скоростью V_1 , вторую треть пути – с постоянной скоростью V_2 . С какой постоянной скоростью автомобиль проехал последнюю треть пути, если на движение по второй трети пути он потратил треть всего времени?
3. В калориметр положили кусок льда массой $m = 1$ кг и сообщили калориметру некоторое количество теплоты Q . В результате температура содержимого калориметра увеличилась на $\Delta t = 20^\circ\text{C}$. Найти в каких пределах может находиться величина Q в зависимости от первоначальной температуры льда. Удельная теплоемкость воды равна $c_w = 4,2 \cdot 10^3$ Дж/(кг·град), удельная теплоемкость льда - $c_l = 2,1 \cdot 10^3$ Дж/(кг·град), удельная теплота плавления льда $\lambda = 3,30 \cdot 10^5$ Дж/кг. Температура плавления льда $t_0 = 0^\circ\text{C}$.
4. Массу $m = 1$ кг перловой крупы залили водой объемом $V = 3$ л воды и сварили. В результате получилась вареная перловка, а часть воды выкипела. Считая, что вода либо выкипает, либо впитывается в перловку, целиком расходуясь на увеличение объема зерна, найти объем выкипевшей воды, если известно, что плотность сухого перлового зерна $\rho_c = 1400$ кг/м³, вареного - $\rho_g = 1200$ кг/м³, воды - $\rho_0 = 1000$ кг/м³.
5. Медведь, Волк и Заяц бегают наперегонки с постоянными скоростями. В некоторый момент времени, когда Медведь и Волк оказались в одной точке, Заяц был позади них на расстоянии S . Через некоторое время после этого Заяц догнал Медведя, а Волк в этот момент оказался впереди них на расстоянии $S/2$. Еще через некоторое время Заяц догнал Волка. На каком расстоянии позади них в этот момент времени был Медведь?

Решения и критерии оценивания решений задач

1. Пусть сопротивление каждого неразрезанного провода равно R . Тогда сопротивления кусков провода равны

$$r_1 = \frac{R}{N_1} \text{ и } r_2 = \frac{R}{N_2}$$

При параллельном соединении этих кусков получатся жгуты с сопротивлениями

$$R_1 = \frac{R}{N_1^2} \text{ и } R_2 = \frac{R}{N_2^2}$$

где R_1 - сопротивление жгута, полученного при параллельном соединении N_1 кусков, на который разрезали первый провод, R_2 - сопротивление жгута, полученного при параллельном соединении N_2 кусков, на который разрезали второй провод. Когда эти жгуты соединили последовательно и подключили к ним некоторый источник электрического напряжения, через жгуты потечет одинаковый ток, и, следовательно, отношение мощностей тока в жгутах будет равно отношению их сопротивлений

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{I^2 R_1}{I^2 R_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

где I - ток в жгутах. Поэтому

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{I^2 R_1}{I^2 R_2} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{N_2^2}{N_1^2} = \frac{4}{9} = 0,44$$

Критерии оценивания решений задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

1. Правильно найдены сопротивления кусков провода, полученных при разрезании – 1 балл
 2. Правильно найдены сопротивления жгутов - 1 балл
 3. Использование закона Джоуля-Ленца – 1 балл
 4. Правильное отношение мощностей, учитывающее последовательное соединение жгутов – 1 балл
 5. Правильный ответ – 1 балл
- Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

2. Пусть скорость автомобиля на третьей трети пути равна V_3 , длина каждой трети - S . Тогда, время, которое автомобиль затратил на весь путь, есть

$$t = \frac{S}{V_1} + \frac{S}{V_2} + \frac{S}{V_3}$$

На движение по второй трети пути автомобиль затратил время

$$t_2 = \frac{S}{V_2}$$

Поэтому из условия задачи получаем уравнение на скорости автомобиля на разных третях пути:

$$\frac{S}{V_2} = \frac{1}{3} \left(\frac{S}{V_1} + \frac{S}{V_2} + \frac{S}{V_3} \right)$$

Решая это уравнение, получим

$$V_3 = \frac{V_1 V_2}{2V_1 - V_2}$$

При этом для скоростей V_1 и V_2 должно быть выполнено условие

$$2V_1 > V_2$$

(при его невыполнении автомобиль не сможет затратить на прохождении второй трети пути треть всего времени даже при бесконечной скорости V_3).

Критерии оценивания решений задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

1. Правильное использование формулы «расстояние-время-скорость» - 1 балл

2. Правильная формула для полного времени движения – 1 балл

3. Правильное уравнение, учитывающее, что время, затраченное на вторую треть пути, составляет одну треть полного времени движения – 1 балл

4. Правильный ответ – 1 балл

5. Правильное ограничение (с объяснением) на скорости на первой и второй третях пути 1 балл.

Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

3. В зависимости от начальной температуры льда возможны разные результаты его нагревания на $\Delta t = 20^\circ\text{C}$.

Если начальная температура льда меньше -20°C , то в результате его нагревания на $\Delta t = 20^\circ\text{C}$ лед останется льдом. Поэтому для его нагревания на $\Delta t = 20^\circ\text{C}$ необходимо количество теплоты

$$Q_1 = c_l m \Delta t = 4,2 \cdot 10^4 \text{ Дж.}$$

Если начальная температура льда равна -20°C , то в результате его нагревания на $\Delta t = 20^\circ\text{C}$ его температура станет равной температуре плавления льда $t_0 = 0^\circ\text{C}$, а вот доля расплавившейся части льда никак не определена условием задачи. Поэтому минимальному количеству теплоты, реализующему это нагревание, отвечает ситуация, когда лед вообще не плавится, максимальному – когда весь лед расплавится и остается водой с температурой $t_0 = 0^\circ\text{C}$. Отсюда находим пределы для количества теплоты, необходимой для реализации этого случая

$$c_l m \Delta t < Q_2 \leq c_l m \Delta t + \lambda m$$

или

$$4,2 \cdot 10^4 \text{ (Дж)} < Q_2 \leq 37,2 \cdot 10^4 \text{ (Дж)}$$

Если начальная температура льда лежит в интервале от -20°C до $t_0 = 0^\circ\text{C}$, лед при нагревании на $\Delta t = 20^\circ\text{C}$ полностью растает, и тогда для его нагревания на $\Delta t = 20^\circ\text{C}$ его нужно довести до $t_0 = 0^\circ\text{C}$, превратить в воду и довести до температуры, которая на 20 градусов больше начальной. Для этого льду нужно сообщить количество теплоты

$$Q_3 = c_l m (t_0 - t_n) + \lambda m + c_g m (t_n + \Delta t - t_0) = c_g m \Delta t + (c_g - c_l) m t_n + \lambda m$$

Поскольку $c_6 > c_л$ и $t_n < 0$ максимум этого выражения достигается при $t_n = 0^\circ\text{C}$, минимум – при $t_n = -20^\circ\text{C}$, то для величины Q_3 получаются следующие пределы

$$c_л m \Delta t + \lambda m < Q_3 \leq c_6 m \Delta t + \lambda m$$

Или

$$37,2 \cdot 10^4 \text{ (Дж)} < Q_3 \leq 41,4 \cdot 10^4 \text{ (Дж)}$$

Собирая вместе все три этих случая, находим в каких пределах может меняться количество теплоты, необходимое для нагревания льда на $\Delta t = 20^\circ\text{C}$ в зависимости от начальной температуры льда

$$c_л m \Delta t \leq Q \leq c_6 m \Delta t + \lambda m$$

Или

$$4,2 \cdot 10^4 \text{ (Дж)} \leq Q \leq 41,4 \cdot 10^4 \text{ (Дж)}$$

Критерии оценивания решений задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

1. Понято, что в зависимости от начальной температуры льда возможны разные режимы нагрева, требующие разного количества теплоты - 1 балл
2. Правильно найдено количество теплоты, необходимое для нагрева льда на $\Delta t = 20^\circ\text{C}$, если его температура меньше -20°C – 1 балл
3. Правильно найдены границы количества теплоты, необходимого для нагрева льда на $\Delta t = 20^\circ\text{C}$, если его температура равна -20°C – 1 балл
4. Правильно найдено количество теплоты, необходимое для нагрева льда на $\Delta t = 20^\circ\text{C}$, если его температура больше -20°C – 1 балл
5. Правильный ответ - 1 балл.

Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

4. Пусть в перловку впитался объем воды v . Тогда масса вареной перловки равна

$$m + \rho_0 v$$

а объем -

$$\frac{m}{\rho_c} + v$$

Следовательно, плотность вареной перловки есть

$$\rho_6 = \frac{m + \rho_0 v}{\frac{m}{\rho_c} + v}$$

Из этого уравнения находим

$$v = \frac{m(\rho_c - \rho_6)}{\rho_c(\rho_6 - \rho_0)}$$

И, значит, выкипел объем воды V_1

$$V_1 = V - v = V - \frac{m(\rho_c - \rho_6)}{\rho_c(\rho_6 - \rho_0)} = 2,29 \text{ л}$$

Критерии оценивания решений задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

1. Правильная связь массы, объема и плотности - 1 балл

2. Правильные соотношения для массы и объема перлового зерна, впитавшего в себя воду – 1 балл

3. Правильное соотношение для плотности вареной перловки – 1 балл

4. Правильный ответ для объема выкипевшей воды (формула) – 1 балл

5. Правильный ответ для объема выкипевшей воды (число) - 1 балл.

Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

5. Ясно, что для скоростей Медведя, Волка и Зайца выполнены условия: $v_3 > v_B > v_M$. Получим соотношение для этих скоростей из первого условия задачи (момента, когда Заяц догнал Медведя). Очевидно, что Заяц догонит Медведя через время

$$t = \frac{S}{v_3 - v_M}.$$

За это время Медведь и Волк пройдут следующие расстояния

$$\frac{Sv_M}{v_3 - v_M} \quad \text{и} \quad \frac{Sv_B}{v_3 - v_M}$$

соответственно. Поэтому Медведь (и Заяц, который находится в той же точке) будет позади Волка на расстоянии

$$\frac{S(v_B - v_M)}{v_3 - v_M},$$

которое по условию равно $S/2$. Поэтому

$$\frac{v_B - v_M}{v_3 - v_M} = \frac{1}{2} \quad (2)$$

Заяц догонит Волка через время

$$t_2 = \frac{S/2}{v_3 - v_B},$$

пройдя расстояние

$$\frac{Sv_3}{2(v_3 - v_B)}.$$

Медведь за это время пройдет расстояние

$$\frac{Sv_M}{2(v_3 - v_B)}.$$

Поэтому Медведь окажется позади Зайца (и Волка, который находится в той же точке) на расстоянии

$$\Delta = \frac{S(v_3 - v_M)}{2(v_3 - v_B)}.$$

Выразим эту величину через отношение (1). Если «перевернуть» предыдущую дробь, добавить и вычесть в числителе скорость Медведя и разбить получившуюся дробь на две дроби, получим

$$\frac{1}{\Delta} = \frac{2(v_3 - v_B)}{S(v_3 - v_M)} = \frac{2((v_3 - v_M) - (v_B - v_M))}{S(v_3 - v_M)} = \frac{2}{S} - \frac{2(v_B - v_M)}{S(v_3 - v_M)}$$

Поскольку отношение разности скоростей во втором слагаемом равно $1/2$ (см. формулу (1)), находим

$$\Delta = S$$

Критерии оценивания решений задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

1. Правильная связь скорости, пройденного пути и времени - 1 балл
2. Правильно найдено время, за которое Заяц догонит Медведя – 1 балл
3. Правильное соотношение для расстояния от Волка до Зайца и Медведя в этот момент – 1 балл
4. Правильно найдено время, когда Заяц догонит Волка и соотношение для расстояния от Волка и Зайца до Медведя в этот момент – 1 балл
5. Правильный ответ - 1 балл.

Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

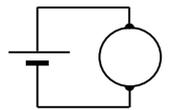
Оценка работы

Оценка работы складывается из оценки задач. Максимальная оценка – 25 баллов. Допустимыми являются все целые оценки от 0 до 25.

Решения и критерии оценивания

Отборочный тур олимпиады «Росатом» на региональных площадках, 2023-2024 учебный год, физика, 8 класс, 2 комплект

1. Полюса источника тока подключают к противоположным полюсам проводящего сплошного шара. В каком сечении шара при прохождении электрического тока будет выделяться наибольшая мощность? Ответ обосновать.



2. Два груза с массами m_1 и m_2 уравновешены на неравноплечих весах ($m_1 < m_2$). Грузы меняют местами, добавляя к грузу m_2 точно такой же груз, и равновесие весов нарушается. Какой дополнительный груз следует добавить к грузу m_1 , чтобы равновесие весов восстановилось?
3. Команда из трех спортсменов должна пройти по определенному маршруту за минимальное время. Длина маршрута $l=18$ км. Спортсмены могут бежать со скоростью $v=14$ км/ч, или ехать на велосипеде со скоростью $3v$. При этом на команду полагается только один одноместный велосипед. Предложите стратегию движения на маршруте, обеспечивающую минимальное время его прохождения, и найдите это минимальное время. Время прохождения маршрута командой определяется по последнему пришедшему к финишу спортсмену.
4. Два друга решили сосчитать количество ступенек эскалатора, находящихся между входом и выходом с него. Они одновременно ступили на эскалатор, причем в то время, как один делал два шага, другой делал один шаг (все шаги делались на следующую ступеньку - через ступеньки никто из них не перескакивал). Чтобы дойти до верхнего конца эскалатора, тому кто шагал быстрее, пришлось сделать 28 шагов, другому - 21 шаг. Сколько ступенек имеет эскалатор снизу доверху?
5. Фигуристы исполняют следующий элемент: фигуристка вращается с постоянной скоростью вокруг своей оси, фигурист также с постоянной скоростью совершает обороты вокруг партнерши (в том же направлении). Известно, что фигурист сделал два полных оборота вокруг партнерши за время $t = 10$ секунд, за это время фигуристка $n = 9$ раз повернулась лицом к своему партнеру, причем первый раз (из этих 9) фигуристка была повернута к нему лицом в самом начале элемента, последний – в конце. За какое время фигуристка совершает один оборот?

Решения и критерии оценивания

1. Если мысленно разбить шар на слои, перпендикулярные направлению тока, то шар можно рассматривать как последовательно соединенные резисторы с разным сопротивлением. При последовательном соединении ток через каждый резистор одинаков, поэтому выделяемая мощность максимальна там, где максимально сопротивление. А поскольку сопротивление обратно площади поперечного сечения проводника, то наибольшим сопротивлением обладают участки около полюсов шара (точек присоединения проводов). Поэтому в этих точках и выделяется наибольшая мощность.

Критерии оценивания решений задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

1. Правильный подход к решению – разбиение шара на последовательно соединенные слои – 1 балл
2. Правильный вывод из закона Джоуля-Ленца, что при последовательном соединении резисторов максимальная мощность выделяется в резисторе с максимальным сопротивлением – 1 балл
3. Правильное использование формулы, связывающей сопротивление проводника с его длиной и площадью поперечного сечения – 1 балл
4. Правильный ответ – 2 балла

2. Условия равновесия грузов в первом и втором случае дают

$$\begin{aligned}m_1 l_1 &= m_2 l_2 \\ 2m_2 l_1 &= (m_1 + \Delta m) l_2\end{aligned}$$

где l_1 и l_2 - плечи весов, Δm - масса дополнительного груза. Деля уравнения друг на друга, находим

$$\Delta m = \frac{2m_2^2 - m_1^2}{m_1}$$

Критерии оценивания решений задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

1. Правильное условие равновесия грузов на рычаге – 1 балл
2. Правильное условие равновесия в первом случае – 1 балл
3. Правильное условие равновесия грузов на рычаге во втором случае (с дополнительным грузом) – 1 балл
4. Правильная система уравнений для дополнительного груза – 1 балл
5. Правильный ответ – 1 балл.

3. Чтобы максимально использовать велосипед, спортсмены должны двигаться так: два бегут, третий едет на велосипеде. Проехав $1/3$ пути, третий спортсмен оставляет велосипед и дальше бежит. Когда первый и второй спортсмены добегают до велосипеда, один начинает ехать на велосипеде, второй продолжает бежать. Проехав вторую треть пути, тот спортсмен, который едет на велосипеде, оставляет велосипед и дальше бежит. Третий, добежав до велосипеда, начинает ехать на нем. В результате все три спортсмена добегают до пункта назначения одновременно, пробежав $2/3$ пути и проехав на велосипеде $1/3$ пути. А время прохождения дистанции равно

$$t = \frac{2l/3}{v} + \frac{l/3}{3v} = \frac{7l}{9v} = 1 \text{ час}$$

Критерии оценивания решений задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

1. Правильная стратегия использования командой велосипеда – 1 балл

2. Правильный вывод, что время движения команды будет минимально, когда все три спортсмена придут к финишу одновременно – 1 балл
3. Правильное использование формулы «расстояние-время-скорость» – 1 балл
4. Правильный ответ (формула) – 1 балл
5. Правильный ответ (число) – 1 балл.

4. Пусть количество ступенек на эскалаторе сверху донизу равно N , длина каждой ступеньки (вдоль эскалатора) равна Δl , первый друг совершает шаг за время Δt , второй – за время $2\Delta t$.

Так как первый друг сделал во время подъема 28 шагов, то он затратил на это время $28\Delta t$, а $N - 28$ ступенек ушли наверх под порожек эскалатора. Поэтому скорость эскалатора равна

$$v_{\text{э}} = \frac{(N - 28)\Delta l}{28\Delta t}$$

Второй сделал 21 шаг, значит за время $42\Delta t$ под верхний порожек эскалатора ушли $N - 21$ ступенек. Поэтому скорость эскалатора будет равна

$$v_{\text{э}} = \frac{(N - 21)\Delta l}{42\Delta t}$$

Приравнивая эти скорости и решая уравнение относительно N , получим

$$N = 42$$

Критерии оценивания решений задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

1. Правильное использование формулы «расстояние-время-скорость» – 1 балл
2. Правильно найдена скорость эскалатора через количество шагов первого человека – 1 балл
3. Правильно найдена скорость эскалатора через количество шагов второго человека – 1 балл
4. Правильное уравнение для количества ступеней – 1 балл
5. Правильный ответ (формула и число) – 1 балл.

5. Пусть фигуристка делает полный оборот за время t_2 . Фигурист делает один оборот за время $t_1 = t/2 = 5$ секунд. По условию между двумя моментами, когда фигуристка повернута лицом к партнеру, проходит время

$$t_0 = \frac{t}{n-1}.$$

Пусть фигуристка успевает повернуться за это время на угол α . Тогда

$$t_0 = \frac{\alpha}{360} t_2$$

или

$$\frac{1}{t_2} = \frac{\alpha}{360} \frac{1}{t_0} \quad (*)$$

С другой стороны, фигурист успевает повернуться за это время на угол $360^\circ + \alpha$, и

$$t_0 = \frac{360 + \alpha}{360} t_1$$

или

$$\frac{1}{t_1} = \frac{360 + \alpha}{360} \frac{1}{t_0} = \frac{1}{t_0} + \frac{\alpha}{360} \frac{1}{t_0} \quad (**)$$

Вычитая формулы (*) и (**), получим

$$\frac{1}{t_1} - \frac{1}{t_2} = \frac{1}{t_0}$$

Отсюда находим

$$t_2 = \frac{t_0 t_1}{t_1 + t_0} = \frac{t}{n+1} = 1 \text{ с}$$

Критерии оценивания решений задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

- 1. Правильное соотношение между периодами обращения фигуриста и фигуристки – 1 балл**
- 2. Правильные формулы для времени поворота фигуриста и фигуристки – 1 балл**
- 3. Правильное уравнение для времени поворота фигуристки – 1 балл**
- 4. Правильный ответ (формула) – 1 балл**
- 5. Правильный ответ (число) – 1 балл.**

Оценка работы

Оценка работы складывается из оценки задач. Максимальная оценка – 25 баллов. Допустимыми являются все целые оценки от 0 до 25.