

**Решения и критерии оценивания решений задач
Заключительного тура олимпиады «Росатом» по физике,
2024-2025 учебный год, 10 класс**

1. Из второго закона Ньютона для санок в первом и втором случае легко найти, что ускорение a_1 санок в первом случае будет равно

$$a_1 = \frac{F}{m} - \mu g,$$

а ускорение a_2 во втором случае –

$$a_2 = \frac{F \cos \alpha}{m} - \mu \left(g - \frac{F \sin \alpha}{m} \right) = \frac{F (\cos \alpha + \mu \sin \alpha)}{m} - \mu g$$

Здесь m - масса санок, μ - коэффициент трения между санками и поверхностью. Из условия одинаковости этих ускорений получаем

$$\cos \alpha + \mu \sin \alpha = 1 \quad \Rightarrow \quad \mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} = \operatorname{tg}(\alpha / 2)$$

Критерии оценки решения задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

1. Правильное использование второго закона Ньютона в первом и втором случаях – 1 балл
2. Использование формулы μN для силы трения - 1 балл
3. Правильно найдены ускорения санок в первом и втором случаях – 1 балл
4. Правильное уравнение для коэффициента трения между телом и поверхностью – 1 балл
5. Правильный ответ – 1 балл

Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

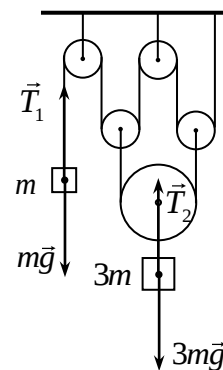
2. Силы, действующие на тела, показаны на рисунке. Это две силы тяжести $m\vec{g}$ и $3m\vec{g}$ и силы натяжения нитей $\vec{T}_1$ и $\vec{T}_2$ (см. рисунок). Второй закон Ньютона для тел дает

$$\begin{aligned} m\vec{a}_1 &= m\vec{g} + \vec{T}_1 \\ 3m\vec{a}_2 &= 3m\vec{g} + \vec{T}_2 \end{aligned}$$

где $\vec{a}_1$ и $\vec{a}_2$ - ускорения тел (a_1 - ускорение тела массой m , a_2 - тела массой $2m$). Спроецируем эти законы на оси, направленную вверх для меньшего тела, и вниз для большего. Получим

$$\begin{aligned} ma_1 &= T_1 - mg \\ 3ma_2 &= 3mg - T_2 \end{aligned}$$

(здесь a_1 и a_2 - проекции ускорений тел на указанные оси). Поскольку блоки невесомы, то суммы сил, действующих на каждый из них, равны нулю. Поэтому сила натяжения нитей, прикрепленных к осям двух маленьких подвижных блоков, равны $2T_1$, а сила натяжения нити, прикрепленной к большому телу - $T_2 = 4T_1$. Установим теперь связь ускорений. Если маленькое тело опустится вниз на величину Δx , то нить справа от самого левого блока укоротится на Δx . Это приведет к подъему двух маленьких подвижных блоков на $\Delta x/4$ каждого. И, следовательно, большой груз поднимется на величину $\Delta x/4$. Поэтому скорость маленького тела в любой момент времени вчетверо меньше



скорости большого, и, следовательно ускорение: $a_1 = 4a_2$. В результате наша система уравнений станет такой

$$\begin{aligned}4ma_2 &= T_1 - mg \\3ma_2 &= 3mg - 4T_1\end{aligned}$$

Решая эту систему уравнений, найдем

$$a_2 = -\frac{1}{19}g$$

Это значит, что больший груз будет двигаться с ускорением $g/19$, направленным вверх, а меньший груз – с ускорением $4g/19$, направленным вниз.

Критерии оценки решения задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

1. Правильно расставлены силы, действующие на тела, правильный чертеж с силами – 1 балл
 2. Правильный второй закон Ньютона для тел - 1 балл
 3. Правильная связь сил натяжения – 1 балл
 4. Правильная связь ускорений – 1 балл
 5. Правильный ответ для величин и направлений ускорений тел – 1 балл
- Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.**

3. Центральный шар, конечно, является заряженным, поскольку в противном случае весь заряд сферы располагался бы на ее внешней поверхности (а если бы она была не заряжена, то и на внутренней и на внешней ее поверхности вообще не было бы зарядов).

Далее. Так как сфера металлическая, напряженность электрического поля внутри металла оболочки сферы равна нулю. При этом это поле создается только зарядом центрального шара и зарядом, внутренней поверхности сферической оболочки; заряд же внешней поверхности сферы, поле внутри оболочки не создает. А поскольку заряд, равномерно распределенный по шару или сфере, создает такое же поле, как точечный заряд в их центре, то заряд центрального шара равен по величине и противоположен по знаку заряду внутренней поверхности сферической оболочки

$$Q_{ин} = -q$$

Найдем теперь заряд внешней поверхности сферической оболочки. Учтем тот факт, что потенциал центрального шара вдвое меньше потенциала сферы. Потенциал поля центрального шара есть сумма потенциалов полей, создаваемых зарядами этого шара, внутренней и внешней поверхности сферы. Используя формулу потенциала поля сферы, получим для потенциала центрального шара

$$\varphi_{ин} = \frac{kQ_{ин}}{R} + \frac{kq}{3R} + \frac{kx}{3R} = -\frac{2kq}{3R} + \frac{kx}{3R}$$

где k - постоянная закона Кулона, буквой x обозначен заряд внешней поверхности сферы. Аналогично находим потенциал сферы

$$\varphi_{сф} = \frac{kQ_{ин}}{3R} + \frac{kq}{3R} + \frac{kx}{3R} = \frac{kx}{3R}$$

Поскольку потенциал шара вдвое меньше потенциала сферы, получаем

$$4q \frac{\varphi_{сф}}{\varphi_{ш}} = 2 \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{-2q + x} = 2 \quad \Rightarrow \quad x = 4q$$

Ответ: заряд шара $Q_{ш} = -q$, заряд внешней поверхности сферы $Q_{вн.п.сф.} = 4q$.

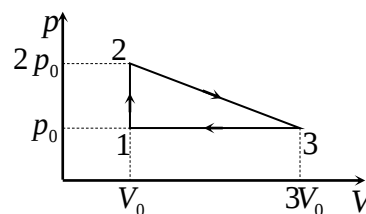
Критерии оценки решения задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

1. Использовано правильное условие равновесия зарядов в проводнике – напряженность поля внутри проводника равно нулю – 1 балл
 2. Правильно найден заряд центрального шара – 1 балл
 3. Использованы правильные формулы для потенциала поля сферы - 1 балл
 4. Правильное уравнение для заряда внешней поверхности сферы – 1 балл
 5. Правильный ответ для заряда внешней поверхности сферы – 1 балл
- Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

4. Пусть давление и объем газа в состоянии 1 равны p_0 и V_0 .

Поскольку это минимальные значения давления и объема в цикле, то давление газа в состоянии 2 есть $2p_0$, а объем в состоянии 3 есть $3V_0$

(см. рисунок). Так как работа газа в циклическом процессе есть площадь цикла в координатах «давление-объем», то работа газа в нашем процессе есть



$$A = p_0 V_0$$

И проблема заключается только в том, что эти величины условие задачи нам не дает, поэтому мы должны их выразить через данное в условии максимальное изменение температуры газа. Очевидно, минимальной будет температура газа в состоянии 1 (т.к. в этом состоянии самым малым среди всех состояний цикла является произведение давления на объем, которое связано законом Клапейрона-Менделеева с температурой газа). Эту величину легко найдем из закона Клапейрона-Менделеева:

$$T_{\min} = \frac{p_0 V_0}{\nu R}$$

А вот максимальной является температура какого-то состояния на участке 2-3. Найдем это состояние и максимальную температуру.

Очевидно, зависимость давления от объема на участке 2-3 дается соотношением

$$p(V) = \frac{5}{2} p_0 - \frac{p_0}{2V_0} V$$

(можно непосредственной подстановкой проверить, что этому уравнению удовлетворяют две точки, лежащие на прямой 2-3: $(V_0, 2p_0)$ и $(3V_0, p_0)$). Подставляя эту зависимость в закон Клапейрона-Менделеева

$$pV = \nu RT,$$

получим зависимость температуры газа от его объема

$$T(V) = \frac{p_0 V}{2\nu R} \left(5 - \frac{V}{V_0} \right)$$

Математически эта зависимость представляет собой квадратичную функцию с ветвями, направленными вниз, и обращающуюся в нуль при $V = 0$ и $V = 5V_0$. Поэтому эта функция достигает максимума посередине между этими точками. Т.е.

$$T_{\max} = T(V = 5V_0/2) = \frac{25}{8} \frac{p_0 V_0}{\nu R}$$

Следовательно, максимальное изменение температуры газа в рассматриваемом процессе можно найти как

$$\Delta T = T_{\max} - T_{\min} = \frac{25}{8} \frac{p_0 V_0}{\nu R} - \frac{p_0 V_0}{\nu R} = \frac{17}{8} \frac{p_0 V_0}{\nu R}$$

Отсюда получаем окончательно для работы газа

$$A = p_0 V_0 = \frac{8\nu R \Delta T}{17}$$

Критерии оценки решения задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

1. Правильно найдена работа газа (как площадь цикла в координатах давление-объем) и понято, что давление и объем газа в различных состояниях нужно выразить через максимальное изменение температуры газа – 1 балл
2. Утверждение, что минимальной температуре отвечает состояние 1, максимальной будет температура в одном из состояний на прямой 2-3 – 1 балл
3. Правильно найдена зависимость давления от объема (или объема от давления) в процессе 2-3 - 1 балл
4. Правильно найдена зависимость температуры от объема (или от давления) в процессе 2-3 и найдена максимальная температура газа в процессе - 1 балл
5. Правильный ответ – 1 балл

Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

5. Решим сначала следующую вспомогательную задачу. Пусть жесткий стержень длиной l движется произвольным образом и скорости его концов $\vec{v}_A$ и $\vec{v}_B$ в некоторый момент времени известны. Найдем в этот момент скорость точки C стержня, лежащей на расстоянии $l/4$ от конца 1.

Перейдем в систему отсчета, связанную с концом B нашего стержня. В ней этот конец стержня покоится, а скорость конца A $\vec{v}_{A.o.B}$ определяется законом сложения скоростей

$$\vec{v}_{A.o.B} = \vec{v}_A - \vec{v}_B$$

При этом вектор $\vec{v}_{A.o.B}$ направлен перпендикулярно стержню, поскольку движение стержня в этой системе отсчета – вращение вокруг конца B . Значит, и скорости всех остальных точек стержня в этой системе отсчета перпендикулярны стержню, а их величина пропорциональна расстоянию от каждой точки до второго конца. Поэтому величина скорости точки C в этой системе отсчета составляет $3/4$ от скорости $v_{A.o.B}$, а направление такое же. Поэтому

$$\vec{v}_{C.o.B} = \frac{3}{4} \vec{v}_{A.o.B} = \frac{3}{4} (\vec{v}_A - \vec{v}_B)$$

Чтобы найти скорость $\vec{v}_C$ точки C в системе отсчета, связанной с землей, снова воспользуемся законом сложения скоростей. Имеем

$$\vec{v}_C = \vec{v}_{C.o.2.} + \vec{v}_B = \frac{3}{4}(\vec{v}_A - \vec{v}_B) + \vec{v}_B = \frac{3\vec{v}_A + \vec{v}_B}{4}$$

А поскольку такая связь справедлива в любой момент времени, такой же является и связь ускорений этих точек

$$\vec{a}_C = \frac{3\vec{a}_A + \vec{a}_B}{4} \quad (*)$$

Вернемся теперь к нашей задаче. С одной стороны, ускорение точки С направлено вдоль стержня, с другой, - связано предыдущей формулой с ускорениями $\vec{a}_A$ и $\vec{a}_B$, которые направлены вдоль вертикальной стены и горизонтального пола соответственно. Поэтому для величин этих ускорений имеем

$$\begin{cases} 16a_C^2 = 9a_A^2 + a_B^2 \\ \operatorname{tg} \alpha = \frac{3a_A}{a_B} \end{cases}$$

Решая эту систему уравнений, получим

$$a_A = \frac{4}{3}a_C \sin \alpha, \quad a_B = 4a_C \cos \alpha$$

Обратим внимание на то, что проекции векторов ускорений концов стержня на сам стержень (в отличие от скоростей) не равны друг другу.

Критерии оценки решения задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

1. Разумная попытка установления правильной связи вектора ускорения точки С с векторами ускорений концов стержня (или так, как сделано выше, или четеz центр масс, или каким-либо другим разумным способом) – 1 балл
2. Правильная связь вектора ускорения точки С с векторами ускорений концов стержня - 1 балл
3. Правильная система уравнений для значений ускорений концов (или использование скалярного произведения для нахождения ускорений концов из уравнения (*)) - 1 балл
4. Правильный ответ для a_A – 1 балл
5. Правильный ответ для a_B – 1 балл

Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

Примечание. Если в работе использовано «условие палочки» для ускорений (которое является неверным), максимальная оценка участника за эту задачу 1 балл, если есть что-то разумное по критерию 1.

Оценка работы

Оценка работы складывается из оценки задач. Максимальная оценка – 25 баллов. Допустимыми являются все целые оценки от 0 до 25.