



ОЧНЫЙ ЭТАП

10 класс

Вариант 1

Задание 1 (10 баллов)

Пусть α, β, γ - такие острые углы, что $\sin \alpha = \operatorname{ctg} \beta$, $\sin \beta = \operatorname{ctg} \gamma$, $\sin \gamma = \operatorname{ctg} \alpha$. Вычислите косинусы этих углов.

Задание 2 (10 баллов)

Таблица 4×4 , составленная из 16 чисел, такова, что каждое число равно в ней сумме всех своих соседей по горизонтали и по вертикали. Каким наибольшим может быть количество положительных чисел в таблице?

Задание 3 (12 баллов)

График функции $y = x - a\sqrt{x} + 1$ пересекает ось Ox в двух точках. Через них проведена окружность, касающаяся оси Oy . Найдите ординату точки касания.

Задание 4 (12 баллов)

По дороге из A в B ездят только легковые машины, грузовики и автобусы. Легковые машины выезжают из A в B каждые 2 минуты со скоростью 120 км/ч, грузовики каждые 3 минуты со скоростью 80 км/ч, а автобусы каждые 6 минут со скоростью 60 км/ч. Скорости всех машин постоянны, а расстояние между A и B достаточно большое. Мотоцикл едет из B в A со скоростью 60 км/ч. Какую долю среди встречного транспорта составляют грузовики?

Задание 5 (12 баллов)

Дан куб $ABCD A'B'C'D'$. На отрезках AB' , AC , AD' , $B'C$, CD' , $B'D'$ расставляют стрелки и затем находят сумму \vec{S} всех 6 полученных векторов. Сколько различных векторов \vec{S} можно получить, по-разному расставляя стрелки на указанных отрезках?

Задание 6. (14 баллов)

В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ $\angle ABC = 70^\circ$, $\angle ADC = 145^\circ$, $BC = BD = 1$. Найдите длину стороны AB .

Задание 7 (14 баллов)

Числа x , y , z различны и удовлетворяют системе уравнений

$$x^3 + y^2 + z^2 = x^2 + y^3 + z^2 = x^2 + y^2 + z^3 = 0,9.$$

Какие значения может принимать их произведение?

Задача 8 (16 баллов)

Каким наибольшим может быть количество последовательных десятизначных натуральных чисел, среди которых нет ни одного палиндрома? (Палиндром - это число, одинаково читающееся в обоих направлениях, например, 33, 2552, 70507.)



ОЧНЫЙ ЭТАП

10 класс

Вариант 2

Задание 1 (10 баллов)

Пусть α, β, γ – такие острые углы, что $\cos \alpha = \operatorname{tg} \beta$, $\cos \beta = \operatorname{tg} \gamma$, $\cos \gamma = \operatorname{tg} \alpha$. Вычислите синусы этих углов.

Задание 2 (10 баллов)

Таблица 4×4 , составленная из 16 чисел, такова, что каждое число в ней равно произведению всех своих соседей по горизонтали и по вертикали. Каким наибольшим может быть количество отрицательных чисел в таблице?

Задание 3 (12 баллов)

График функции $y = x - \sqrt{x} + a$ пересекает ось Ox в двух точках. Через них проведена окружность, касающаяся оси Oy . Найдите ординату точки касания.

Задание 4 (12 баллов)

По дороге из A в B ездят только легковые машины, грузовики и автобусы. Легковые машины выезжают из A в B каждые 2 минуты со скоростью 120 км/ч, грузовики каждые 3 минуты со скоростью 80 км/ч, а автобусы каждые 6 минут со скоростью 60 км/ч. Скорости всех машин постоянны, а расстояние между A и B достаточно большое. Пассажир едет из A в B на автобусе. Какую долю среди обгоняющих его транспортных средств составляют грузовики?

Задание 5 (12 баллов)

Дан куб, на ребрах которого расставляют стрелки и затем находят сумму \vec{S} всех 12 полученных векторов. Сколько различных векторов \vec{S} можно получить, по-разному расставляя стрелки на ребрах?

Задание 6 (14 баллов)

В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ $\angle ABC = 102^\circ$, $\angle ADC = 129^\circ$, $AB = BC = 1$. Найдите длину диагонали BD .

Задание 7 (14 баллов)

Числа x, y, z различны и удовлетворяют системе уравнений

$$x^2 + y^3 + z^3 = x^3 + y^2 + z^3 = x^3 + y^3 + z^2 = 0,8.$$

Какие значения может принимать их произведение?

Задача 8 (16 баллов)

Найдите все такие десятизначные числа $C = \overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 b_1 b_2 b_3 b_4 b_5}$, которые делятся на произведение пятизначных чисел $A = \overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5}$ и $B = \overline{b_1 b_2 b_3 b_4 b_5}$. ($a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, b_1, b_2, b_3, b_4, b_5$ — цифры, $a_1 \neq 0$)