



ОЧНЫЙ ЭТАП

11 класс

Вариант 1

Задание 1 (10 баллов)

Салон сотовой связи продал 495 телефонов, базовая цена каждого из которых составляла 5000 руб. При этом каждый m -й продаваемый телефон был акционный и продавался со скидкой равной 500 руб. Покупатель каждого третьего акционного телефона получал, сверх того, и дополнительную скидку в размере 750 руб. Определите число m , если итоговая выручка салона от продажи телефонов составила 2 413 750 руб.

Задание 2 (10 баллов)

Решите уравнение $\sin(\sin x) = \sin(1 + \cos x)$.

Задание 3 (12 баллов)

Десятичная запись суммы $3 + 33 + 333 + \dots + 33\dots3$ оканчивается на 2023. Каким наименьшим может быть количество цифр в последнем слагаемом?

Задание 4 (12 баллов)

На поверхности куба $ABCD A'B'C'D'$ построена замкнутая линия, каждая точка X которой обладает следующим свойством: длина кратчайшего пути по поверхности куба между точками X и A равна длине кратчайшего пути по поверхности куба между X и C' . Найдите длину этой линии, если длина ребра куба равна 1.

Задание 5 (12 баллов)

При каких значениях параметра a система уравнений

$$\begin{cases} \frac{1}{\log_x 5} - \frac{1}{\log_y 5} = 1, \\ y = ax^2 + x + 1 \end{cases}$$

не имеет решений.

Задание 6 (14 баллов)

В остроугольном неравнобедренном треугольнике ABC проведены медианы AM и CN , а также высоты AP и CQ . Известно, что $MP = NQ$ и что радиус окружности, касающейся стороны AC и продолжений сторон BA и BC , равен 1. Найдите периметр треугольника ABC .

Задание 7 (14 баллов)

Найдите наименьшее значение функции

$$f(x) = \sqrt{2x^2 + 2x + 1} + \sqrt{x^2 - 18x + 45}.$$

Задача 8 (16 баллов)

На плоскости отмечено 8 различных точек, среди которых есть красные, синие и зеленые. Точек других цветов нет. Известно, что сумма всех попарных расстояний между красными и синими точками равна 12, между красными и зелеными равна 10, а между синими и зелеными равна 1. Каким может быть количество красных отмеченных точек?



ОЧНЫЙ ЭТАП

11 класс

Вариант 2

Задание 1 (10 баллов)

Фитнес-центр продал 515 годовых абонементов, базовая цена каждого из которых составляла 8000 рублей. При этом каждый m -й продаваемый абонемент был акционный и продавался со скидкой равной 1000 руб. Покупатель каждого четвертого акционного абонемента получал, сверх того, и дополнительную скидку в размере 1500 руб. Определите число m , если итоговая выручка фитнес-центра от продажи абонементов составила 3 979 500 руб.

Задание 2 (10 баллов)

Решите уравнение $\sin(\cos x) = \sin(1 + \sin x)$.

Задание 3 (12 баллов)

Десятичная запись суммы $1 + 11 + 111 + \dots + 11\dots1$ оканчивается на 2023. Каким наименьшим может быть количество цифр в последнем слагаемом?

Задание 4 (12 баллов)

На поверхности правильного тетраэдра $ABCD$ построена замкнутая линия, каждая точка X которой обладает следующим свойством: длина кратчайшего пути по поверхности тетраэдра между X и серединой ребра AB равна длине кратчайшего пути по поверхности тетраэдра между X и серединой ребра CD . Найдите длину этой линии, если длина ребра тетраэдра равна 1.

Задание 5 (12 баллов)

При каких значениях параметра a система уравнений

$$\begin{cases} \frac{1}{\log_x 3} + \frac{1}{\log_y 3} = 1, \\ y = 3 - ax. \end{cases}$$

не имеет решений.

Задание 6 (14 баллов)

В неравнобедренном треугольнике ABC проведены биссектрисы AA_1 и BB_1 . Известно, что $AA_1 : BB_1 = AC : BC$ и что радиус окружности, касающейся стороны AB и продолжений сторон CA и CB , равен 1. Найдите периметр треугольника ABC .

Задание 7 (14 баллов)

Найдите наименьшее значение функции

$$f(x) = \sqrt{2x^2 + 2x + 13} + \sqrt{2x^2 + 8x + 26}.$$

Задача 8 (16 баллов)

На плоскости отмечено 9 различных точек, среди которых есть красные, синие и зеленые. Точек других цветов нет. Известно, что сумма всех попарных расстояний между красными и синими точками равна 13, между красными и зелеными равна 11, а между синими и зелеными равна 1. Каким может быть количество красных отмеченных точек?