

## 11 класс. 1 Вариант

**Задание 1.** В некотором ВУЗе существуют очная и дистанционная формы обучения. При этом среди студентов, занимающихся очно, 50% занимаются также и дистанционно, а среди студентов, занимающихся дистанционно, 60% занимаются также и очно. Какую часть составляют студенты, занимающиеся только очно?

**Задание 2.** Каково наименьшее значение выражения  $A + B$ , если  $A$  и  $B$  – числа, удовлетворяющие системе неравенств  $A + 5B \geq 9$ ,  $3A + 4B \geq 11$ ,  $5A + 3B \geq 11$ ?

**Задание 3.** Для каждого натурального числа  $n$  положим  $p(n) = \frac{9^n}{9^n + 9^{50}}$ . Вычислите сумму  $p(1) + p(2) + \dots + p(99)$ .

**Задание 4.** Длина ребра куба  $ABCD A' B' C' D'$  равна 1. Найдите радиус сферы, проходящей через точку  $C$  и касающейся прямых  $AD$ ,  $AA'$  и  $A'B'$ .

**Задание 5.** Решите уравнение  $\operatorname{arcctg} \frac{5x+3}{3x-5} + \operatorname{arcctg} \frac{x-1}{x+1} = x$ .

**Задание 6.** Два треугольника пересекаются по шестиугольнику  $ABCDEF$ , в котором  $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 115^\circ$ ,  $\angle E = 120^\circ$ ,  $\angle F = 140^\circ$ . Найдите углы этих треугольников.

**Задание 7.** При каких значениях параметра  $a$  существует прямая, касающаяся графика функции  $f(x) = ax^4 + x^2 + x$  в двух точках? Для каждого такого значения найдите уравнение соответствующей прямой.

**Задание 8.** Про последовательность  $X = (x_1, \dots, x_{100})$  известно, что она состоит из всех натуральных чисел от 1 до 100, переставленных в некотором порядке. Мы должны узнать этот порядок. За один шаг можно выписать любую, также состоящую из чисел от 1 до 100, последовательность  $(y_1, \dots, y_{100})$ , про каждый член  $y_i (i = 1, \dots, 100)$  которой нам сообщат, какое из соотношений  $y_i > x_i$ ,  $y_i < x_i$  или  $y_i = x_i$  имеет место. За какое наименьшее число шагов можно наверняка определить  $X$ ?

## 11 класс. 2 Вариант

**Задание 1.**

Среди людей, не говорящих по-английски, 4% говорят по-французски, а среди людей, не говорящих по-французски, 20% говорят по-английски. Во сколько раз число людей, не говорящих по-французски больше числа людей, не говорящих по-английски?

**Задание 2.**

Каково наименьшее значение выражения  $A + B$ , если  $A$  и  $B$  – числа, удовлетворяющие системе неравенств  $3A + 5B \leq 11$ ,  $4A + 3B \leq 10$ ,  $7A + 4B \leq 18$ ?

**Задание 3.**

Для каждого натурального числа  $n$  положим  $p(n) = \frac{(-3)^n}{3^n + 3^{17}}$ . Вычислите сумму  $q(1) + q(2) + \dots + q(33)$ .

**Задание 4.**

Длина ребра куба  $ABCD A' B' C' D'$  равна 1. Найдите радиус сферы, проходящей через точку  $B$  и касающейся прямых  $AD$ ,  $AA'$  и  $A'B'$ .

**Задание 5.**

Решите уравнение  $\arctg \frac{2x-1}{x+2} + \arctg \frac{x+3}{3x-1} = x$ .

**Задание 6.**

Два треугольника пересекаются по шестиугольнику  $ABCDEF$ , в котором

$\angle A = \angle B = \angle C = 100^\circ$ ,  $\angle D = 130^\circ$ ,  $\angle E = 140^\circ$ ,  $\angle F = 150^\circ$ . Найдите углы этих треугольников.

**Задание 7.**

При каких значениях параметра  $b$  существует прямая, касающаяся графика функции  $f(x) = x^4 + bx^2 + x$  в двух точках? Для каждого такого значения найдите уравнение соответствующей прямой.

**Задание 8.**

Про натуральные числа  $X, Y$  и  $Z$  известно, что они различны и не превосходят 100. Мы можем выписать любую последовательность  $(a_1, \dots, a_{100})$ , содержащую все натуральные числа от 1 до 100. Какое наименьшее число последовательностей нужно выписать, чтобы среди них наверняка имелась такая, в которой два или три подряд идущих члена принадлежат множеству  $\{X; Y; Z\}$ ?