

Отборочный этап. Первый тур (приведен один из вариантов заданий)

1. Кодирование информации. Системы счисления (3 балла)

[Утроения]

Петя научился переводить запись натурального числа в другую систему счисления и для тренировки переводил числа из десятичной в двоичную систему счисления. Он заметил, что для некоторых чисел выполняется следующее условие: количество разрядов в записи такого числа в двоичной системе счисления ровно в три раза больше количества разрядов в записи этого же числа в десятичной системе счисления. Петя случайно нашел два таких числа: $6_{10}=110_2$ и $300_{10}=100101100_2$, но уверен, что таких чисел больше, и решил подойти к их поиску системно. Он написал программу, последовательно перебирающую все натуральные числа и добавляющую в список очередное число, если оно удовлетворяет указанному выше условию, и запустил её на суперкомпьютере. Какое число оказалось в списке под номером 10^8-1 ? В ответе укажите целое число.

Примечание: числа в списке Пети нумеруются с 1.

Ответ:

2. Кодирование информации. Системы счисления (2 балла)

[Дроби]

Найдите максимальное рациональное число R , меньшее 1 такое, что если его сложить с числом $(1/255)_{10}$ и перевести результат в четверичную систему счисления, то в дробной части будут встречаться только цифры 1. В ответе укажите несократимую дробь в виде m/n , представив числитель и знаменатель в десятичной системе счисления, например, $9/41$.

Ответ:

3. Кодирование информации. Количество информации. Кодирование текста (1 балл)

[Программируемый станок]

Программируемый станок умеет выполнять N различных операций. В базовой прошивке программа для станка сохранялась как последовательность номеров операций, причем каждый номер операции записывался в памяти с использованием минимально возможного, одинакового для всех номеров количества бит. При этом программа из 256 операций занимала ровно всю доступную для записи программы память станка.

Вася решил переписать прошивку, чтобы увеличить максимальную длину программы. Он заметил, что из-за технологических ограничений станок может исполнить только программу, количество операций в которой кратно трем. Тогда любая разрешенная программа является последовательностью комбинаций из трех операций, причем, количество таких комбинаций, которые станок может выполнить в восемь раз меньше, чем количество всех комбинаций, которые можно составить из трех операций, которые умеет выполнять станок. Тогда Вася написал код новой прошивки так, чтобы программа для станка сохранялась в памяти как последовательность номеров только разрешенных комбинаций, причем каждый номер комбинации записывался в память с использованием минимально возможного, одинакового для всех номеров количества бит. После изменения прошивки появилась возможность записывать в память станка коды комбинаций, соответствующие программе максимальной длиной в 318 операций.

При каком максимальном значении N это возможно? В ответе укажите целое число.

Ответ:

4. Кодирование информации. Количество информации (2 балла)

[Апрель]

Таня готовится к ЕГЭ по информатике и решает задачу, связанную с траекторией вычислений. Задача звучит следующим образом:

Исполнитель Апрель преобразует число на экране. У исполнителя есть три команды:

1. Прибавить 1.
2. Умножить на 3 и поделить нацело на 2.
3. Умножить на 2

Программа для исполнителя Апрель - это последовательность команд. Сколько существует программ, для которых при исходном числе 10 результатом является число 5094 и при этом траектория вычислений программы содержит число 51?

Траектория вычислений программы – это последовательность результатов выполнения всех команд программы. Например, для программы 213 при исходном числе 8 траектория будет состоять из чисел 12, 13, 26.

Петя сказал, что нельзя серьезно научиться информатике, решая давно известные задачи, и предложил дополнить условие. Пусть все возможные различные траектории вычислений из указанной задачи равновероятны, и известны три сообщения относительно наугад выбранной траектории:

1. Траектория вычислений программы содержит числа 19 и 33.
2. Траектория вычислений программы содержит числа 18 и 35.
3. Траектория вычислений программы содержит числа 17 и 31.

Необходимо упорядочить эти три сообщения по возрастанию количества собственной информации в каждом из этих сообщений. В ответе запишите номера сообщений в нужном порядке без пробелов. Если некоторые сообщения содержат себе одинаковое количество информации, укажите их номера в порядке возрастания.

Ответ:

5. Основы логики. Анализ логических функций (3 балла)

[Сплошные следования]

Известно, что логическое высказывание $x \rightarrow y$ является истинным, а логическое высказывание $y \leftrightarrow z$ является ложным. Выберите среди перечисленных ниже высказываний все те, для которых в этом случае можно однозначно определить их логическое значение (истинность или ложность).

1. $(x \rightarrow y) \leftrightarrow z$
2. $((x \wedge \bar{y}) \leftrightarrow (y \wedge z)) \rightarrow (y \leftrightarrow z)$
3. $(x \rightarrow y) \rightarrow (y \text{ xor } z)$
4. $(\bar{z} \text{ xor } \bar{y}) \rightarrow (y \rightarrow z)$
5. $(\bar{y} \wedge z) \rightarrow (y \leftrightarrow \bar{x})$

6. Основы логики. Упрощение логического выражения (1 балл)

[Затухание]

Упростите логическое выражение или укажите его результат (при его однозначности). Результат упрощения может содержать только операции инверсии, конъюнкции и дизъюнкции.

$$\left(\left(\left(\left((\bar{A} \wedge B) \leftrightarrow \bar{C} \right) \rightarrow C \right) \rightarrow \left((\bar{B} \wedge C) \leftrightarrow \bar{D} \right) \rightarrow D \right) \rightarrow \left((\bar{C} \wedge D) \leftrightarrow \bar{E} \right) \rightarrow E \right) \rightarrow \left((\bar{D} \wedge E) \leftrightarrow \bar{F} \right) \rightarrow F$$

Комментарий по вводу ответа: операнды вводятся большими латинскими буквами; логические операции обозначаются, соответственно как **not**, **and** и **or**.

Скобки используются только для изменения порядка выполнения операций. Если порядок выполнения операций очевиден из их приоритетов – дополнительное использование скобок считается ошибкой.

При однозначном ответе – истинный ответ обозначается как 1, а ложный как 0.

Пример записи ответа: $(A \text{ or not } B) \text{ and } C$

Ответ:

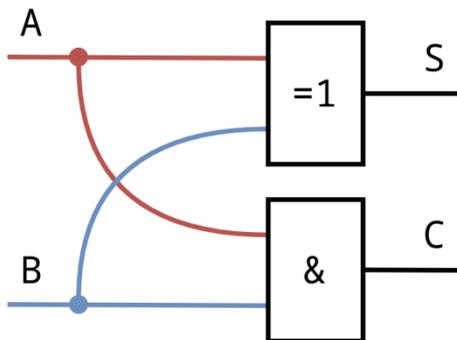
7. Основы логики. Синтез выражения по логической схеме (2 балла)

[Полусумматоры]

Витя увлекается электротехникой и собирает различные логические схемы. На последнем занятии кружка электроники и электротехники руководитель кружка, Николай Александрович, рассказал про полусумматор.

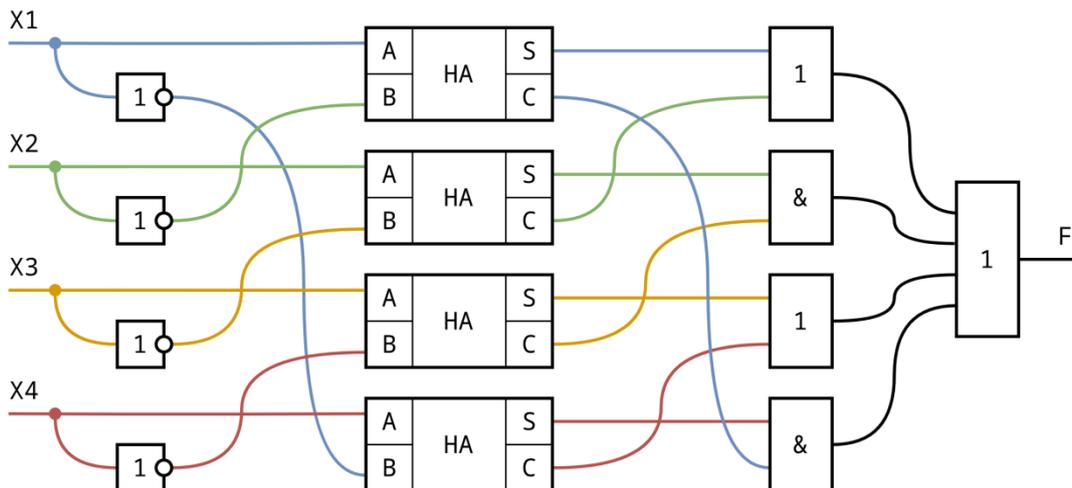
Полусумматор – это логическая схема, которая принимает на вход два логических значения A и B и выдаёт на выходе два логических значения S и C (сумму A и B с учётом переноса). Ниже представлена таблица истинности для такой схемы и пример её реализации с использованием исключяющего ИЛИ и И:

A	B	S	C
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1



Часто полусумматор обозначают на схемах как отдельный элемент.

Оставшись после занятия, Витя решил собрать свою схему с использованием нескольких полусумматоров:



Николай Александрович увидел схему и сказал, что эта схема будет выдавать ложь только для одной комбинации значений переменных. Найдите эту комбинацию и в ответе укажите подряд четыре значения 0 или 1, соответствующие значениям логических переменных в порядке возрастания их индексов, где 0 означает ложное значение, а 1 – истинное значение. Если таких комбинаций несколько, укажите любую из них. Если таких комбинаций нет, укажите в ответе *NULL*. Пример записи ответа: 1101.

Примечание: на схеме используются следующие обозначения логических элементов:

И (конъюнкция)	ИЛИ (дизъюнкция)	НЕ (инверсия)	Исключающее ИЛИ	Полусумматор

Цвета на схеме предназначены для упрощения чтения и не несут никакой дополнительной информации.

Ответ:

8. Алгоритмизация и программирование. Формальный исполнитель (1 балл)

[Последовательность]

Изначально последовательность чисел состоит из одного числа: [1].

Дальнейшие последовательности чисел формируются по следующему алгоритму:

1. Посчитать сумму чисел в текущей последовательности и взять остаток от её деления на 13.
2. Дописать получившееся на предыдущем шаге число в начало последовательности.
3. Если количество чисел в последовательности стало равно N, остановить выполнение алгоритма, иначе перейти на шаг 1.

Например, при N=5 в результате выполнения алгоритма получится последовательность [8, 4, 2, 1, 1].

Алгоритм запустили с параметром N=10⁷-100.

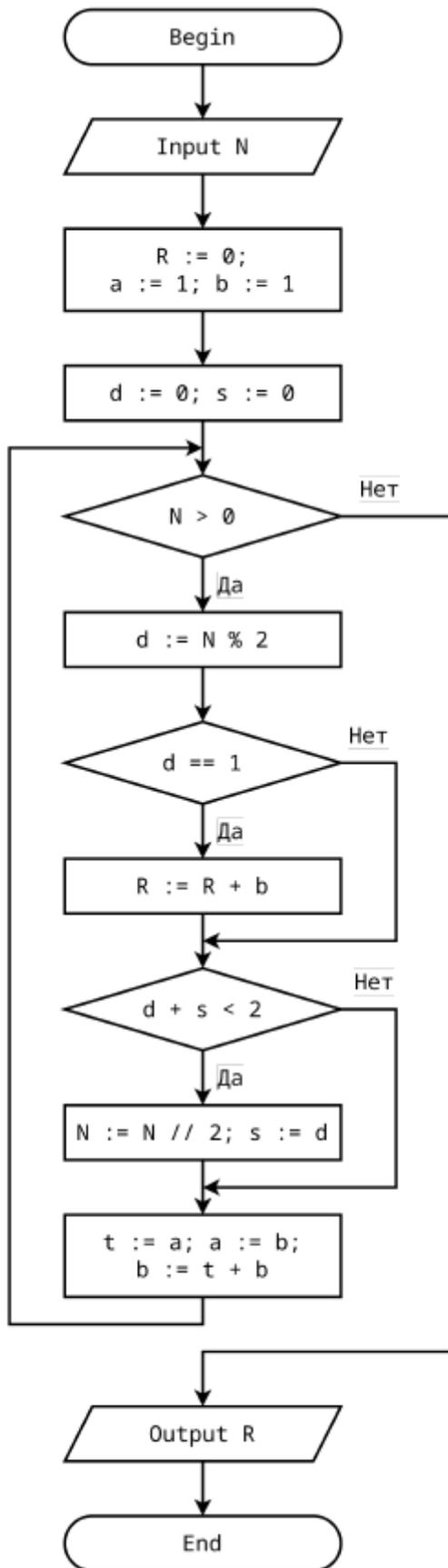
Определите и запишите в ответ через пробел два числа из получившейся в результате последовательности. Сначала число, стоящее на позиции 200, а затем число, стоящее на позиции 99999. Нумерация элементов последовательности идет слева направо с 1.

Ответ:

9. Алгоритмизация и программирование. Блок-схема (2 балл)

[Опять Фибоначчи]

Дана блок-схема алгоритма:



Определите, какое число нужно подать на вход, чтобы в результате было выведено число 272?
Если таких чисел несколько, укажите наибольшее из них.

Примечание: оператор A/B вычисляет частное от целочисленного деления A на B , оператор $A\%B$ вычисляет остаток от целочисленного деления A на B .

Ответ:

10. Алгоритмизация и программирование. Блок-схема, обратная задача (2 балла)

[Натуральный треугольник]

Петя написал программу, которая заполняет квадратную матрицу последовательностью натуральных чисел, начиная с N сверху вниз по линиям, параллельным побочной диагонали матрицы от верхнего левого угла. Например, при $N=1$ первые 10 чисел заполнят матрицу следующим образом:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & 7 & \dots \\ 3 & 5 & 8 & & \\ 6 & 9 & & & \\ 10 & & & & \\ \dots & & & & \end{bmatrix}$$

Матрица имеет неограниченный размер, и заполнены только элементы влево-вверх от побочной диагонали. Индексация элементов матрицы считается от верхнего левого угла, индексированного как $(0,0)$. Первый индекс означает номер строки, а второй – номер столбца. Известно, что элемент с индексом $(22, 19)$ равен 1000. Определите значение N . В ответе укажите целое число.

Ответ: