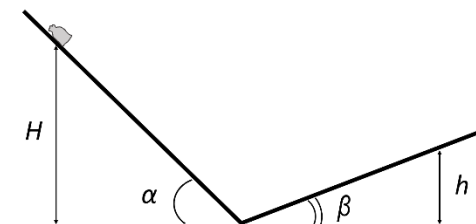


11 класс, задача 1, вариант 1

Мешок с зерном ставят на наклонную плоскость, изображённую на рисунке (слева). С какой высоты H его надо спустить без начальной скорости по этой плоскости, чтобы на правой он поднялся до высоты h ? Левая плоскость расположена под углом α градусов к горизонту, а правая - под углом β градусов. Мешок скользит без трения, при переходе с одной плоскости на другую он испытывает неупругий удар, при котором не отскакивает, а компонента скорости вдоль нового направления движения остается неизменной. Размерами мешка можно пренебречь по сравнению с остальными геометрическими размерами в задаче.



Решение:

Непосредственно перед ударом мешок имеет скорость v_1 вдоль левой поверхности, для которой выполняется соотношение

$$mgH = \frac{mv_1^2}{2}$$

При этом скорость мешка вдоль правой поверхности в момент соударения составляет

$$v_2 = v_1 \cos(\alpha + \beta)$$

После столкновения скорость мешка становится равной v_2 , и тогда условие, что он поднимется на высоту h :

$$mgh = \frac{mv_2^2}{2}$$

Подставив выражение для v_2 через v_1 , получаем ответ

$$h = H (\cos(\alpha + \beta))^2$$

$$H = \frac{h}{(\cos(\alpha + \beta))^2}$$

Числовые данные и ответы:

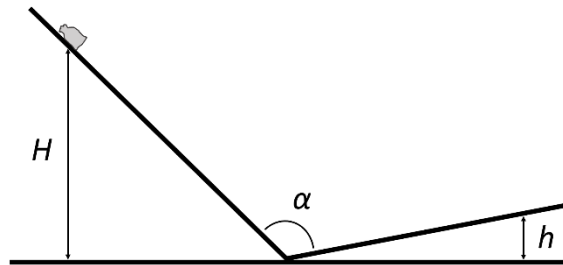
$$\alpha = 45^\circ, \beta = 15^\circ, h = 1 \text{ м} \Rightarrow H = 4 \text{ м}$$

$$\alpha = 30^\circ, \beta = 15^\circ, h = 1 \text{ м} \Rightarrow H = 2 \text{ м}$$

$$\alpha = 40^\circ, \beta = 20^\circ, h = 0.5 \text{ м} \Rightarrow H = 2 \text{ м}$$

11 класс, задача 1, вариант 2

Мешок с зерном ставят на наклонную плоскость, изображённую на рисунке (слева) и отпускают. Определите угол между плоскостями α , если известно, что мешок поднялся по правой плоскости на высоту в k раз меньшую, чем высота, с которой его отпустили. Мешок скользит без трения, при переходе с одной плоскости на другую он испытывает неупругий удар, при котором не отскакивает, а компонента скорости вдоль нового направления движения остается неизменной. Размерами мешка можно пренебречь по сравнению с остальными геометрическими размерами в задаче.



Решение:

Обозначим начальную высоты на левой плоскости за H , а конечную на правой за h .

Непосредственно перед ударом мешок имеет скорость v_1 вдоль левой поверхности, для которой выполняется соотношение

$$mgH = \frac{mv_1^2}{2}$$

При этом скорость вдоль правой поверхности составляет

$$v_2 = v_1 \cos(180 - \alpha) = -v_1 \cos(\alpha)$$

После столкновения скорость мешка становится равной v_2 , и тогда условие, что он поднимется на высоту h :

$$mgh = \frac{mv_2^2}{2}$$

Откуда

$$(\cos(\alpha))^2 = \frac{h}{H} = \frac{1}{k} \Rightarrow \cos(\alpha) = \mp \sqrt{\frac{1}{k}}$$

Угол должен быть тупым, поэтому

$$\cos(\alpha) = -\sqrt{\frac{1}{k}}$$

Или для смежного угла

$$\cos(180^\circ - \alpha) = \sqrt{\frac{1}{k}}$$

Откуда можно найти значение угла

$$\alpha = 180^\circ - \arccos\left(\sqrt{\frac{1}{k}}\right)$$

Числовые данные и ответы:

$$k = 4 \Rightarrow \alpha = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

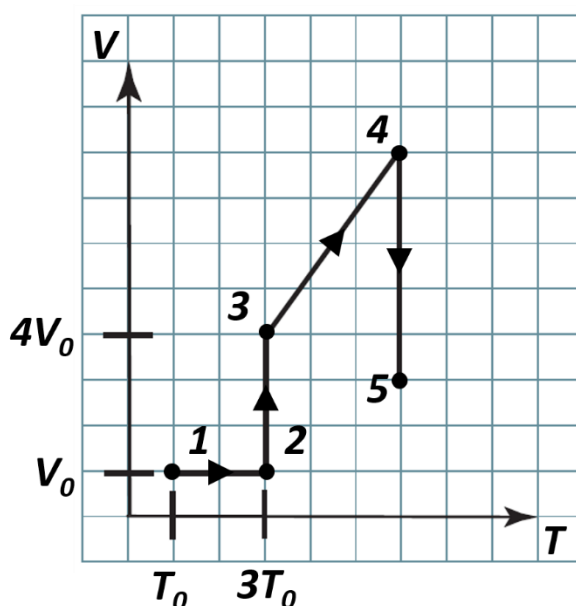
$$k = 2 \Rightarrow \alpha = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$$

$$k = 4/3 \Rightarrow \alpha = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$$

11 класс, задача 2, вариант 1

Изменение состояния идеального газа проиллюстрировано на VT -диаграмме. Из приведенных ниже утверждений выберите верные:

- А) процесс 1-2 – изохорное охлаждение;
- Б) процесс 3-4 – изобарный;
- В) процесс 4-5 – изотермическое расширение;
- Г) давление газа в состоянии, соответствующей точке 5 на графике, в 2 раза больше давления газа в состоянии в точке 1;
- Д) давление газа в состоянии, соответствующей точке 3 на графике, в 2 раза меньше давления газа в состоянии в точке 2.



Решение:

А) Процесс 1-2 изохорный нагрев, а не охлаждение, так как конечная температура больше начальной. Утверждение А неверное.

Б) Процесс 3-4 действительно изобарный, в чем можно удостовериться, записав соотношения для термодинамических величин, описывающих состояние идеального газа в точках 3 и 4 и подставив соответствующие значения из графика:

$$\frac{P_3 V_3}{T_3} = \frac{P_4 V_4}{T_4} \Rightarrow P_3 \cdot \frac{4V_0}{3T_0} = P_4 \cdot \frac{8V_0}{6T_0} \Rightarrow P_3 = P_4$$

Утверждение Б верное.

В) Процесс 4- 5 – изотермическое сжатие, а не расширение, так как конечный объем меньше начального. Утверждение В неверное.

Г) Запишем соотношение для состояний идеального газа 1 и 5:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_5 V_5}{T_5} \Rightarrow P_1 \frac{V_0}{T_0} = P_5 \frac{3V_0}{6T_0} \Rightarrow P_1 = \frac{1}{2} P_5 \Rightarrow P_5 = 2P_1$$

Утверждение Г верное.

Д) Процесс 2-3 – изотермическое расширение. Запишем соотношение для состояний идеального газа 2 и 3:

$$P_2 V_2 = P_3 V_3 \Rightarrow \frac{P_3}{P_2} = \frac{V_2}{V_3} = \frac{V_0}{4V_0} \Rightarrow P_3 = \frac{1}{4} P_2$$

Давление в состоянии 3 в четыре раза меньше давления в состоянии 2. Утверждение Д неверное.

Ответ: верные утверждения Б и Г.

11 класс, задача 2, вариант 2

Изменение состояния идеального газа проиллюстрировано на P T -диаграмме. Из приведенных ниже утверждений выберите верные:

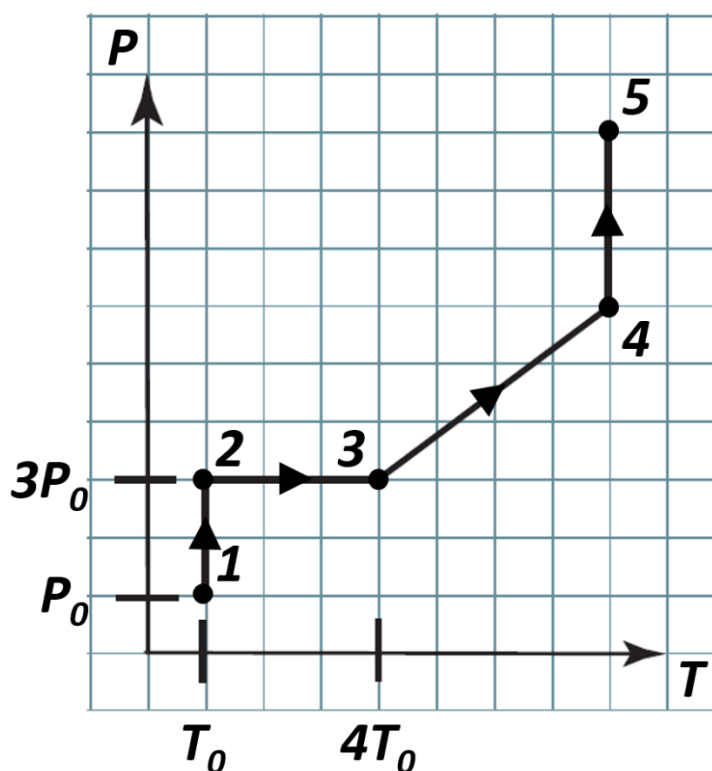
А) процесс 2-3 – изобарное охлаждение;

Б) процесс 3-4 – изохорный;

В) процесс 4-5 – изотермическое расширение;

Г) объем газа в состоянии, соответствующей точке 5 на графике, в 2 раза больше объема газа в состоянии в точке 1;

Д) объем газа в состоянии, соответствующей точке 3 на графике, в 4 раза больше объема газа в состоянии в точке 2.



Решение

А) Процесс 2-3 – изобарный нагрев, а не охлаждение, так как конечная температура больше начальной. Утверждение А неверное.

Б) Процесс 3-4 действительно изохорный, в чем можно удостовериться, записав соотношения для термодинамических величин, описывающих состояние идеального газа в точках 3 и 4 и подставив соответствующие значения из графика:

$$\frac{P_3 V_3}{T_3} = \frac{P_4 V_4}{T_4} \Rightarrow V_3 \cdot \frac{3P_0}{4T_0} = V_4 \cdot \frac{6P_0}{8T_0} \Rightarrow V_3 = V_4$$

Утверждение Б верное.

В) Процесс 4-5 изотермическое сжатие, а не расширение, так как при постоянной температуре и увеличивающемся давлении объем идеального газа должен уменьшаться. Утверждение В неверное.

Г) Запишем соотношение для состояний идеального газа 1 и 5:

$$V_1 \frac{P_1}{T_1} = V_5 \frac{P_5}{T_5} \Rightarrow V_1 \frac{P_0}{T_0} = V_5 \frac{9P_0}{8T_0} \Rightarrow V_1 = \frac{9}{8} V_5 \Rightarrow V_5 = \frac{8}{9} V_1$$

Утверждение Г неверное.

Д) Процесс 2-3 изобарический, для него справедливо соотношение:

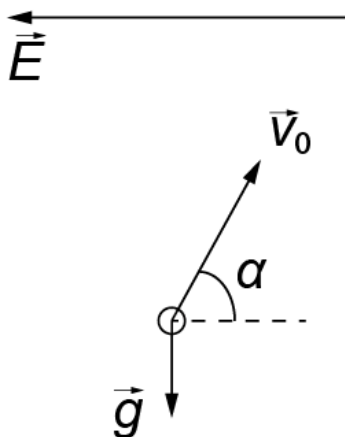
$$\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_3}{T_3} \Rightarrow \frac{V_3}{V_2} = \frac{T_3}{T_2} \Rightarrow V_3 = 4V_2$$

Утверждение Д верное.

Ответ: верные утверждения Б и Д.

11 класс, задача 3, вариант 1

Массивной пылевой частице положительного заряда, находящейся в вакууме в однородном электрическом поле, в начальный момент времени сообщили скорость $v_0=10$ м/с, направленную под углом $\alpha=30^\circ$ к горизонту. Известно, что электрическое поле придает частице ускорение, которое в $\sqrt{3}$ раз больше ускорения свободного падения. Направление поля и начальной скорости частицы изображены на рисунке. Какой путь пройдет частица за время $t=2$ с? Считать ускорение свободного падения $g=10$ м/с². Результат выразить в метрах, округлив до целого значения.



Решение:

По условию дано, что горизонтальная компонента ускорения (обусловленная силой Кулона) в $\sqrt{3}$ раз больше ускорения свободного падения. Векторная суммируя эти компоненты обнаруживаем, что направление результирующего ускорения лежит на той же прямой, что и вектор начальной скорости, направленный в противоположную сторону и численно равный 20 м/с² (находим по теореме Пифагора). Следовательно, частица будет двигаться прямолинейно, и можно рассматривать движение вдоль этой прямой.

Тогда скорость через 2с после начала рассмотрения будет равна:

$$v = v_0 - at = 10 - 40 = -30 \text{ м/с}$$

Значит, частица за указанный промежуток времени повернется в сторону, обратную первоначальному направлению движения. Момент поворота:

$$v_0 - at_1 = 0 \Rightarrow t_1 = 0.5 \text{ с}$$

Пройденный за это время путь может быть найден как:

$$S_1 = v_0 t_1 - \frac{at_1^2}{2} = 10 * 0.5 - 20 * \frac{0.25}{2} = 2.5 \text{ м}$$

Через оставшиеся 1.5 с пройденный путь составит:

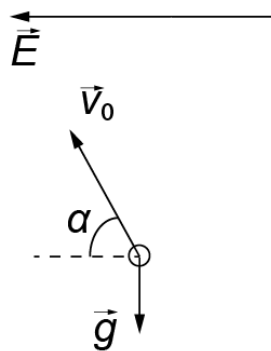
$$S_2 = \frac{at_2^2}{2} = 10 * 1.5^2 = 22.5$$

Складывая, получаем ответ.

Ответ: $S=25$ м.

11 класс, задача 3, вариант 2

Массивной пылевой частице отрицательного заряда, находящейся в вакууме в однородном электрическом поле, в начальный момент времени сообщили скорость $v_0=20$ м/с, направленную под углом $\alpha=60^\circ$ к горизонту. Известно, что электрическое поле придает частице ускорение, которое в $\sqrt{3}$ раз меньше ускорения свободного падения. Направление поля и скорости частицы изображены на рисунке. Какой путь пройдет частица за время $t=4$ с? Считать ускорение свободного падения $g=10$ м/с². Результат выразить в метрах, округлив до целого значения.



Решение

По условию дано, что горизонтальная компонента ускорения (обусловленная силой Кулона) в $\sqrt{3}$ раз меньше ускорения свободного падения. Векторная суммируя эти компоненты обнаруживаем, что направление результирующего ускорения лежит на той же прямой, что и вектор начальной скорости, направлено в противоположную сторону и численно равно $20/\sqrt{3}$ м/с² (находим по теореме Пифагора). Следовательно, частица будет двигаться прямолинейно, и можно рассматривать движение вдоль этой прямой.

Тогда скорость через 2с после начала рассмотрения будет равна:

$$v = v_0 - at = 20 - \frac{80}{\sqrt{3}} = 20 \left(1 - \frac{4}{\sqrt{3}} \right) < 0$$

Значит, частица за указанный промежуток времени повернется в сторону, обратную первоначальному направлению движения. Момент поворота:

$$v_0 - at_1 = 0 \Rightarrow t_1 = \sqrt{3}c$$

Пройденный за это время путь может быть найден как:

$$S_1 = v_0 t_1 - \frac{at_1^2}{2} = 20\sqrt{3} - \frac{20}{\sqrt{3}} \frac{3}{2} = 20\sqrt{3} \left(1 - \frac{1}{2} \right) = 10\sqrt{3} \text{ м}$$

Через оставшиеся $4 - \sqrt{3}$ с пройденный путь составит:

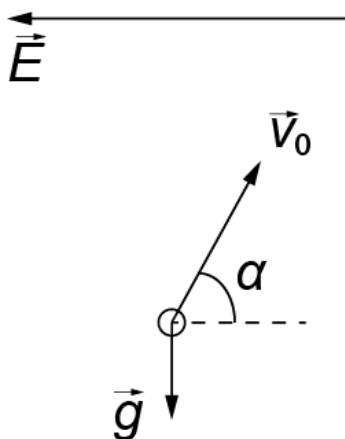
$$S_2 = \frac{at_2^2}{2} \approx 29.7 \text{ м}$$

Складывая и округляя до целого, получаем ответ.

Ответ: $S \approx 47$ м.

11 класс, задача 3, вариант 3

Массивной пылевой частице положительного заряда, находящейся в вакууме в однородном электрическом поле, в начальный момент времени сообщили скорость $v_0=20$ м/с, направленную под углом $\alpha=30^\circ$ к горизонту. Известно, что электрическое поле придает частице ускорение, которое в $\sqrt{3}$ раз больше ускорения свободного падения. Направление поля и начальной скорости частицы изображены на рисунке. За какое время частица преодолеет путь $S=20$ м? Считать ускорение свободного падения $g=10$ м/с². Результат выразить в секундах, округлив до первого знака после запятой.



Решение

По условию дано, что горизонтальная компонента ускорения (обусловленная силой Кулона) в $\sqrt{3}$ раз больше ускорения свободного падения. Векторная суммируя эти компоненты обнаруживаем, что направление результирующего ускорения лежит на той же прямой, что и вектор начальной скорости, направлено в противоположную сторону и численно равно 20 м/с² (находим по теореме Пифагора). Следовательно, частица будет двигаться прямолинейно, и можно рассматривать движение вдоль этой прямой.

Ускорение направлено против начальной скорости частицы. Определим, через какое время скорость обратится в ноль:

$$v_0 - at_1 = 0 \Rightarrow t_1 = 1 \text{ с}$$

Пройденный за это время путь может быть найден как:

$$S_1 = v_0 t_1 - \frac{at_1^2}{2} = 20 * 1 - 20 * \frac{1}{2} = 10 \text{ м}$$

Это меньше пути, про который спрашивают в задаче. Найдем время после поворота, за которое частица пройдет оставшиеся 10 м:

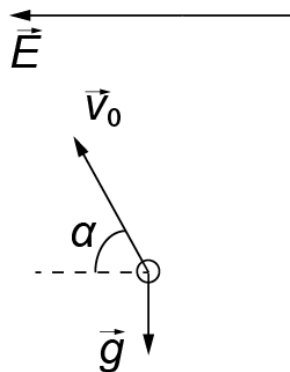
$$S_2 = \frac{at_2^2}{2} \Rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{2S_2}{a}} = \sqrt{\frac{20}{20}} = 1 \text{ с}$$

Складывая эти времена, получаем ответ.

Ответ: $t = 2 \text{ с}$.

11 класс, задача 3, вариант 4

Массивной пылевой частице отрицательного заряда, находящейся в вакууме в однородном электрическом поле, в начальный момент времени сообщили скорость $v_0 = 30 \text{ м/с}$, направленную под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. Известно, что электрическое поле придает частице ускорение, которое в $\sqrt{3}$ раз больше ускорения свободного падения. Направление поля и скорости частицы изображены на рисунке. За какое время частица преодолеет путь $S = 42.5 \text{ м}$? Считать ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Результат выразить в секундах, округлив до первого знака после запятой.



Решение:

По условию дано, что горизонтальная компонента ускорения (обусловленная силой Кулона) в $\sqrt{3}$ раз больше ускорения свободного падения. Векторная суммируя эти компоненты обнаруживаем, что направление результирующего ускорения лежит на той же прямой, что и вектор начальной скорости, направлено в противоположную сторону и численно равно 20 м/с^2 (находим по теореме Пифагора). Следовательно, частица будет двигаться прямолинейно, и можно рассматривать движение вдоль этой прямой.

Ускорение направлено против начальной скорости частицы. Определим, через какое время скорость обратится в ноль:

$$v_0 - at_1 = 0 \Rightarrow t_1 = 1.5 \text{ с}$$

Пройденный за это время путь может быть найден как:

$$S_1 = v_0 t_1 - \frac{at_1^2}{2} = 30 * 1.5 - 20 * \frac{2.25}{2} = 22.5 \text{ м}$$

Это меньше пути, про который спрашивают в задаче. Найдем время после поворота, за которое частица пройдет оставшиеся 20 м:

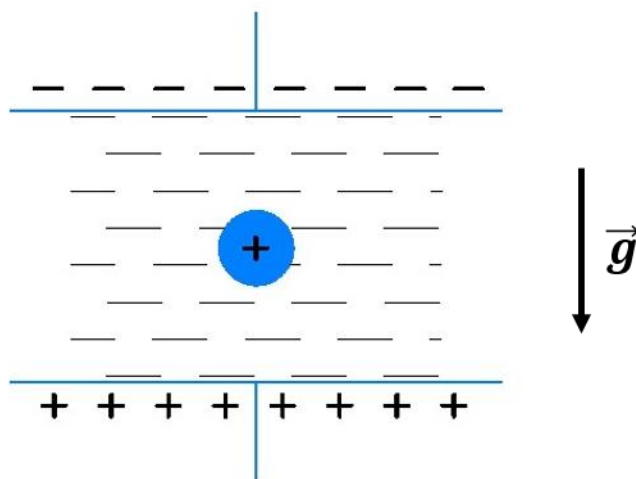
$$S_2 = \frac{at_2^2}{2} \Rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{2S_2}{a}} = \sqrt{\frac{40}{20}} = \sqrt{2} \text{ с}$$

Складывая эти времена, получаем ответ.

Ответ: $t \approx 3 \text{ с}$.

11 класс, задача 4, вариант 1

Внутри плоского заряженного конденсатора, заполненного диэлектрической жидкостью плотностью 866 кг/м^3 и диэлектрической проницаемостью 2.4, плавает металлический шарик объемом $3 \cdot 10^{-3} \text{ см}^3$. Плотность материала шарика составляет 8980 кг/м^3 . Найдите площадь пластин конденсатора, если при заряде конденсатора в 6 мкКл, а заряде шарика – 0,8 нКл, он (шарик) остается в покое (см. рисунок). Расстояние между пластинами конденсатора намного больше радиуса шарика и намного меньше размеров пластин. Ускорение свободного падения примите равным 10 м/с^2 , электрическую постоянную $9 \cdot 10^{12} \text{ Ф/м}$. Ответ приведите в квадратных метрах, округлив до ближайшего целого.



Решение:

Шарик находится в покое, это значит, что векторная сумма всех сил равна нулю:

$$\vec{F}_\text{э} + \vec{F}_\text{а} + m\vec{g} = 0,$$

$$F_\text{э} + F_\text{а} - mg = 0,$$

$$\text{Зная, что: } F_\text{э} = q_\text{ш} * E, E = \frac{U}{d}, U = \frac{q_\text{к}}{C}, C = \frac{\varepsilon * \varepsilon_0 * S}{d}.$$

Получим выражение для электрической силы следующего вида:

$$F_\text{э} = \frac{q_\text{ш} * q_\text{к}}{\varepsilon * \varepsilon_0 * S}.$$

Выражение для силы Архимеда:

$$F_\text{а} = \rho_\text{ж} * g * V_\text{ш}.$$

И для силы тяжести:

$$mg = \rho_\text{ш} * V_\text{ш} * g.$$

Итоговое уравнение имеет вид:

$$\frac{q_\text{ш} * q_\text{к}}{\varepsilon * \varepsilon_0 * S} + \rho_\text{ж} * g * V_\text{ш} - \rho_\text{ш} * V_\text{ш} * g = 0.$$

Выражение для площади пластин конденсатора имеет вид:

$$S = \frac{q_\text{ш} * q_\text{к}}{\varepsilon * \varepsilon_0 * g * V_\text{ш} * (\rho_\text{ш} - \rho_\text{ж})}.$$

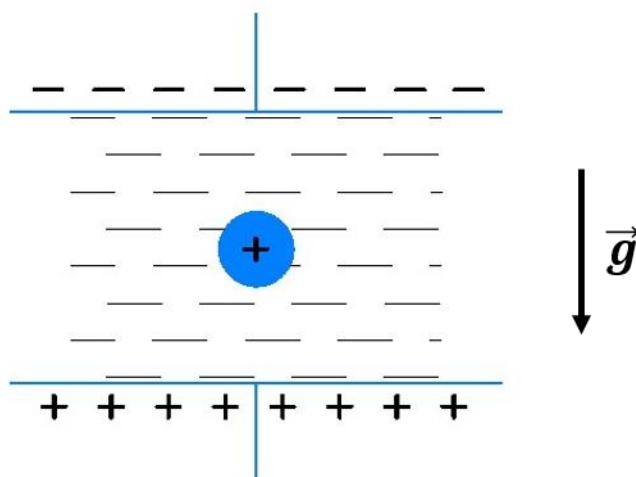
Получим:

$$S = \frac{0,8 * 10^{-9} \text{ Кл} * 6 * 10^{-6} \text{ Кл}}{2,4 * 9 * 10^{-12} \frac{\text{Ф}}{\text{м}} * 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} * 3 * 10^{-9} \text{ м}^3 * (8980 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} - 866 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3})} = 0,91 \text{ м}^2.$$

Ответ: $S = 1 \text{ м}^2$

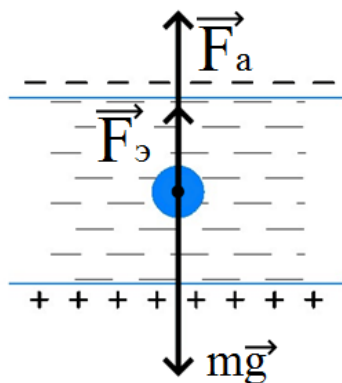
11 класс, задача 4, вариант 2

Внутри плоского заряженного конденсатора, заполненного диэлектрической жидкостью плотностью 830 кг/м^3 , плавает металлический шарик объёмом $2 \cdot 10^{-3} \text{ см}^3$. Плотность материала шарика составляет 8750 кг/м^3 . Найдите относительную диэлектрическую проницаемость жидкости, если при заряде конденсатора в 4 мкКл , а заряде шарика – 0.5 нКл , он (шарик) остается в покое (см. рисунок). Площадь пластин конденсатора составляет 0.5 м^2 , расстояние между ними намного больше радиуса шарика и намного меньше размеров пластин. Ускорение свободного падения примите равным 10 м/с^2 , электрическую постоянную $9 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$. Ответ приведите, округлив до ближайшего целого.



Решение:

Шарик находится в покое, это значит, что векторная сумма всех сил равна нулю:



$$\vec{F}_э + \vec{F}_a + m\vec{g} = 0,$$

$$F_э + F_a - mg = 0,$$

Зная, что: $F_3 = q_{\text{ш}} * E$, $E = \frac{U}{d}$, $U = \frac{q_{\text{к}}}{C}$, $C = \frac{\varepsilon * \varepsilon_0 * S}{d}$.

Получим выражение для электрической силы следующего вида:

$$F_3 = \frac{q_{\text{ш}} * q_{\text{к}}}{\varepsilon * \varepsilon_0 * S}.$$

Выражение для силы Архимеда:

$$F_a = \rho_{\text{ж}} * g * V_{\text{ш}}.$$

И для силы тяжести:

$$mg = \rho_{\text{ш}} * V_{\text{ш}} * g.$$

Итоговое уравнение имеет вид:

$$\frac{q_{\text{ш}} * q_{\text{к}}}{\varepsilon * \varepsilon_0 * S} + \rho_{\text{ж}} * g * V_{\text{ш}} - \rho_{\text{ш}} * V_{\text{ш}} * g = 0.$$

Выражение для диэлектрической проницаемости жидкости конденсатора имеет вид:

$$\varepsilon = \frac{q_{\text{ш}} * q_{\text{к}}}{S * \varepsilon_0 * g * V_{\text{ш}} * (\rho_{\text{ш}} - \rho_{\text{ж}})}.$$

Получим:

$$\varepsilon = \frac{0,5 * 10^{-9} \text{ Кл} * 4 * 10^{-6} \text{ Кл}}{0,5 \text{ м}^2 * 9 * 10^{-12} \frac{\text{Ф}}{\text{м}} * 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} * 2 * 10^{-9} \text{ м}^3 * (8750 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} - 830 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3})} = 2,8.$$

Ответ: $\varepsilon = 3$.

11 класс, задача 5, вариант 1

Закрытый сосуд с поршнем, способным двигаться без трения, заполнен смесью воздуха и насыщенного водяного пара с температурой $T = 20^\circ\text{C}$. Внутри сосуда закреплен манометр, показывающий текущее давления газа. В результате изотермического сжатия объем, занимаемый газом, уменьшился в n раз, а показания манометра увеличились в α раз. Определите конечные показания манометра. Давление насыщенных паров воды 2.34 кПа. Ответ приведите в кПа, округлив до ближайшего целого. Объемом образовавшейся воды пренебрегите.

Решение

Показания манометра – сумма парциальных давлений воздуха и насыщенного водяного пара. Условие на увеличение показания манометра в α раз:

$$\frac{p_2 + p_{\text{н.п.}}}{p_1 + p_{\text{н.п.}}} = \alpha$$

$$p_2 + p_{\text{н.п.}} = \alpha(p_1 + p_{\text{н.п.}}) \Rightarrow p_2 - \alpha p_1 = p_{\text{н.п.}}(\alpha - 1)$$

p_1 – начальное давление воздуха, p_2 – конечное, $p_{\text{н.п.}}$ – давление насыщенных паров (в ходе процесса не меняется).

Из условия:

$$V_1 = nV_2$$

Изотермическое сжатие:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 \Rightarrow p_1 = \frac{V_2}{V_1} p_2 = \frac{p_2}{n}$$

Откуда имеем:

$$p_2 - \frac{\alpha}{n} p_2 = p_{\text{н.п.}}(\alpha - 1) \Rightarrow p_2 = p_{\text{н.п.}} \frac{n(\alpha - 1)}{n - \alpha}$$

Показания манометра:

$$p_2 + p_{\text{н.п.}} = p_{\text{н.п.}} \left(\frac{n(\alpha - 1)}{n - \alpha} + 1 \right) = p_{\text{н.п.}} \left(\frac{n\alpha - n + n - \alpha}{n - \alpha} \right) = p_{\text{н.п.}} \frac{\alpha(n - 1)}{n - \alpha}$$

Числовые данные и ответы:

$p_{\text{н.п.}} = 2,34$ кПа, $\alpha = 2$, $n = 3$. Ответ: 9,36 кПа $\approx$ 9 кПа

$p_{\text{н.п.}} = 2,81$ кПа, $\alpha = 2$, $n = 4$. Ответ: 8,43 кПа $\approx$ 8 кПа

11 класс, задача 5, вариант 2

В закрытом сосуде, оснащенном манометром, находится сухой воздух при температуре T . Сосуд через герметичный клапан наполняют водой так, что вода занимает $1/n$ часть объема сосуда. Через некоторое время показания манометра установились и оказались в α раз больше первоначальных. Определите начальное давление воздуха в сосуде. Давление насыщенных паров воды $p_{н.п.}$, процесс считать изотермическим, изменением объема воды с испарением пренебречь.

Решение

Показания манометра в начале – давление сухого воздуха, а в конце – сумма парциальных давлений воздуха и насыщенного водяного пара.

$$p_2 = p_{\text{возд}2} + p_{\text{н.п.}} \Rightarrow p_{\text{возд}2} = p_2 - p_{\text{н.п.}}$$

$$p_1 = p_{\text{возд}1}$$

p_1 – начальное показание манометра, p_2 – конечное, $p_{\text{н.п.}}$ – давление насыщенных паров (в ходе процесса не меняется).

По условию конечное давление в α раз больше начального:

$$p_2 = \alpha p_1 \Rightarrow p_{\text{возд}2} + p_{\text{н.п.}} = \alpha p_{\text{возд}1}$$

Из условия объем свободной от воды части сосуда составляет:

$$V_2 = V_1 \frac{n-1}{n}$$

Изотермическое сжатие:

$$p_{\text{возд}1} V_1 = p_{\text{возд}2} V_2 \Rightarrow p_{\text{возд}1} = \frac{V_2}{V_1} p_{\text{возд}2} = p_{\text{возд}2} \frac{n-1}{n}$$

$$p_{\text{возд}2} = \frac{n}{n-1} p_{\text{возд}1}$$

Подставляем:

$$\alpha p_1 = \frac{n}{n-1} p_1 + p_{\text{н.п.}} \Rightarrow p_1 \left(\alpha - \frac{n}{n-1} \right) = p_{\text{н.п.}} \Rightarrow$$

$$p_1 \frac{n\alpha - \alpha - n}{n-1} = p_{\text{н.п.}}$$

$$p_1 = p_{\text{н.п.}} \frac{n-1}{n\alpha - \alpha - n}$$

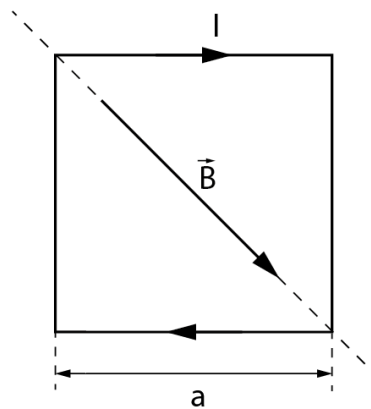
Числовые данные и ответы:

$p_{\text{н.п.}} = 2,34$ кПа, $\alpha = 4$, $n = 2$. Ответ: $1,17$ кПа ≈ 1 кПа

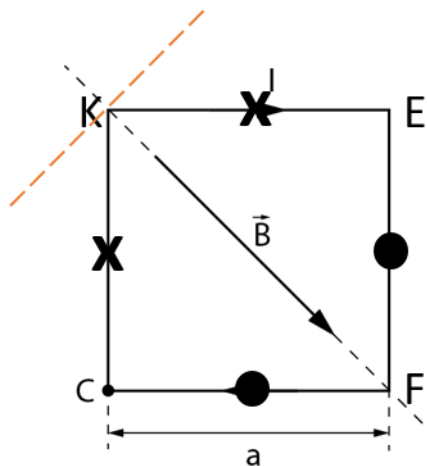
$p_{\text{н.п.}} = 2,81$ кПа, $\alpha = 2$, $n = 3$. Ответ: $5,62$ кПа ≈ 6 кПа

11 класс, задача 6, вариант 1

Квадратная невесомая проводящая рамка со стороной $a=55$ см лежит на горизонтальной непроводящей плоскости. В пространстве создается однородное магнитное поле с индукцией в 2 Тл, линии которого направлены параллельно плоскости и ориентированы относительно сторон рамки так, как показано на рисунке (вид сверху). В каждой из вершин рамки разместили по одинаковому точечному грузу. Определите, какую минимальную массу должен иметь каждый из грузиков, чтобы при протекании по рамке тока $I=1$ А она оставалась покоиться на горизонтальной плоскости? Направление тока указано на рисунке. Считайте, что грузики не влияют на магнитное поле и протекающий в рамке ток. Ответ приведите в граммах, округлив до целого. Ускорение свободного падения примите равным 10 м/с^2 .



Решение:



На каждую сторону рамки действует сила Ампера, по модулю равная:

$$F_A = IaB \cdot \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} IaB$$

Направление силы Ампера определяем по правилу левой руки. Для удобства обозначим вершины рамки дополнительными символами. Тогда стороны EF и FC будет действовать

сила Ампера, направленная вверх, а на стороны СК и КЕ – вниз. Отсюда следует, что рамка будет стремиться повернуться вокруг оси, проходящей через вершину К в плоскости рисунка и перпендикулярной диагонали FK.

Точки приложения сил находятся по центру каждой из сторон. Для определения плеч проводим перпендикуляры из центров к оси вращения. Плечо для двух ближних сторон рамки будет $\frac{a}{2\sqrt{2}}$. плечо для двух дальних граней - $\frac{3a}{2\sqrt{2}}$

Суммарный момент сил без дополнительного груза:

$$2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} IaB \cdot \frac{3a}{2\sqrt{2}} - 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} IaB \cdot \frac{a}{2\sqrt{2}} = Ia^2B$$

Плечи сил тяжести от дополнительных грузов в точках С и Е равны $\frac{a}{\sqrt{2}}$, их момент $\frac{Mga}{\sqrt{2}}$.

Плечо силы тяжести от дополнительного груза в точке F в два раза больше и равно $\sqrt{2}a$, ее момент $\sqrt{2}Mga$.

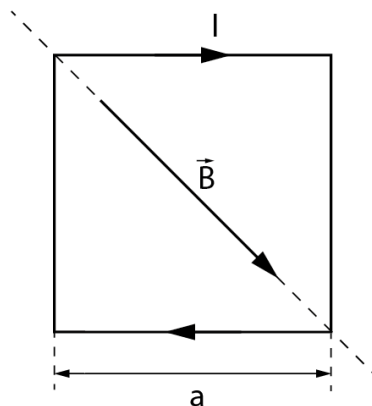
$$\text{Суммарный момент: } Ia^2B - 2 \frac{Mga}{\sqrt{2}} - \sqrt{2}Mga = 0$$

$$\text{Значение } M = \sqrt{2} \frac{IaB}{4g} = 38.891 \text{ г.}$$

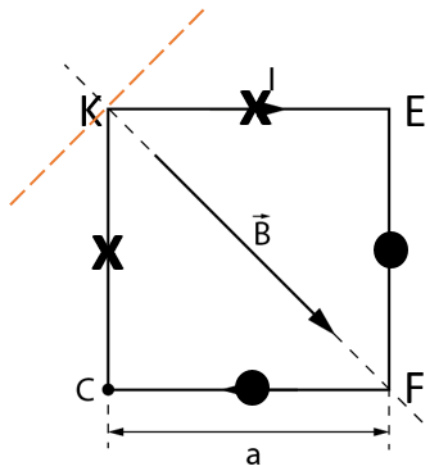
Ответ: 39 г.

11 класс, задача 6, вариант 2

Квадратная невесомая проводящая рамка со стороной $a=90$ см лежит на горизонтальной непроводящей плоскости. В пространстве создается однородное магнитное поле с индукцией в 4 Тл, линии которого направлены параллельно плоскости и ориентированы относительно сторон рамки так, как показано на рисунке (вид сверху). В каждой из вершин рамки разместили по одинаковому точечному грузу. Определите, какую минимальную массу должен иметь каждый из грузиков, чтобы при протекании по рамке тока $I=0.7$ А она оставалась покоиться на горизонтальной плоскости? Направление тока указано на рисунке. Считайте, что грузики не влияют на магнитное поле и протекающий в рамке ток. Ответ приведите в граммах, округлив до целого. Ускорение свободного падения примите равным 10 м/с^2 .



Решение:



На каждую сторону рамки действует сила Ампера, по модулю равная:

$$F_A = IaB \cdot \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} IaB$$

Направление силы Ампера определяем по правилу левой руки. Для удобства обозначим вершины рамки дополнительными символами. Тогда стороны EF и FC будет действовать сила Ампера, направленная вверх, а на стороны CK и KE – вниз. Отсюда следует, что рамка будет стремиться повернуться вокруг оси, проходящей через вершину K в плоскости рисунка и перпендикулярной диагонали FK.

Точки приложения сил находятся по центру каждой из сторон. Для определения плеч проводим перпендикуляры из центров к оси вращения. Плечо для двух ближних сторон рамки будет $\frac{a}{2\sqrt{2}}$, плечо для двух дальних граней - $\frac{3a}{2\sqrt{2}}$

Суммарный момент сил без дополнительного груза:

$$2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} IaB \cdot \frac{3a}{2\sqrt{2}} - 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} IaB \cdot \frac{a}{2\sqrt{2}} = Ia^2B$$

Плечи сил тяжести от дополнительных грузов в точках C и E равны $\frac{a}{\sqrt{2}}$, их момент $\frac{Mga}{\sqrt{2}}$.

Плечо силы тяжести от дополнительного груза в точке F в два раза больше и равно $\sqrt{2}a$, ее момент $\sqrt{2}Mga$.

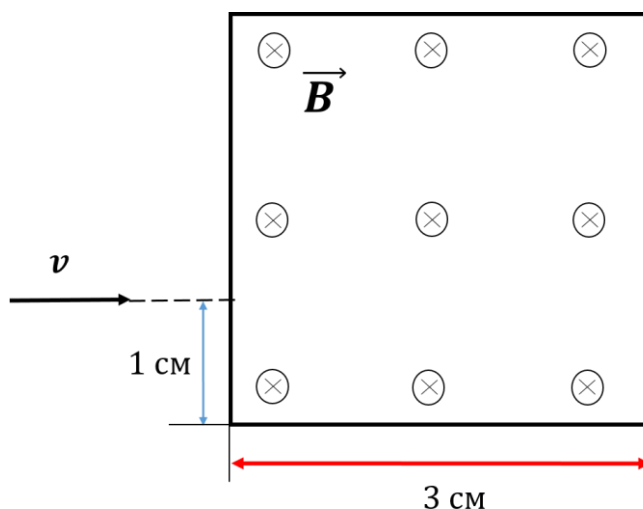
$$\text{Суммарный момент: } Ia^2B - 2 \frac{Mga}{\sqrt{2}} - \sqrt{2}Mga = 0$$

$$\text{Значение } M = \sqrt{2} \frac{IaB}{4g} = 89.095 \text{ г.}$$

Ответ: 89 г.

11 класс, задача 7, вариант 1

В ограниченном пространстве, сечение которого имеет форму квадрата со стороной **3 см** (см. рисунок), создается однородное магнитное поле. Линии индукции магнитного поля направлены перпендикулярно плоскости рисунка. Двигаясь слева направо, в это пространство влетает положительно заряженная частица, отношение заряда к массе которой равно **$24 \cdot 10^4$ Кл/кг**. Начальная скорость частицы равна **360 м/с** и направлена перпендикулярно левой границе области, точка влета расположена на расстоянии **1 см** от нижней границы. Какова должна быть величина индукции магнитного поля, чтобы частица вылетела из этой области в направлении, перпендикулярном первоначальному направлению движения? Ответ приведите в Тл, округлив до ближайшего целого.

**Решение:**

Заряженная частица, попадая в магнитное поле, будет испытывать действие силы Лоренца и двигаться по окружности. Из правила левой руки находим направление силы Лоренца – частица будет двигаться по окружности от точки влета против часовой стрелки. Чтобы частица вылетела из области в направлении, перпендикулярном первоначальному, центр окружности должен быть расположен в левом верхнем углу области. Радиус окружности тогда будет равен **$R=2$ см**.

Индукция магнитного поля и радиус окружности связаны соотношением:

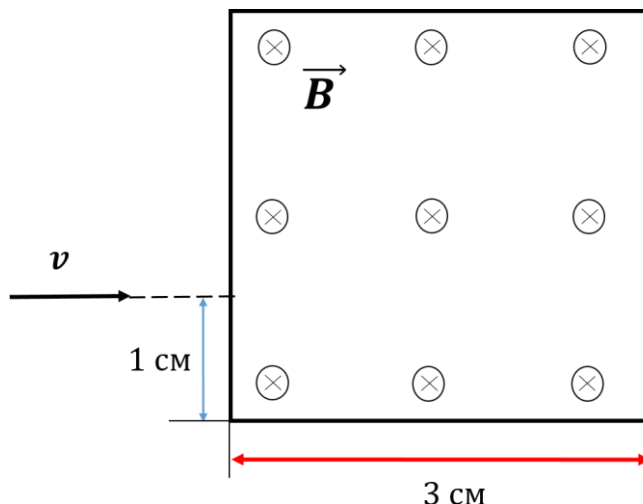
$$qvB = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow B = \frac{mv}{qR} = \frac{v}{\frac{q}{m}R} = 75 \text{ мТл}$$

Если индукция магнитного поля будет меньше, то радиус окружности будет больше необходимого, и угол отклонения будет отличным 90° . Поэтому найденное значение является минимальным и ответом на поставленный вопрос.

Ответ: 75 мТл

11 класс, задача 7, вариант 2

В ограниченном пространстве, сечение которого имеет форму квадрата со стороной **3 см** (см. рисунок), создается однородное магнитное поле. Линии индукции магнитного поля направлены перпендикулярно плоскости рисунка. Двигаясь слева направо, в это пространство влетает отрицательно заряженная частица, отношение заряда к массе которой равно **$24 \cdot 10^4$ Кл/кг**. Начальная скорость частицы равна **360 м/с** и направлена перпендикулярно левой границе области, точка влета расположена на расстоянии **1 см** от нижней границы. Какова должна быть величина индукции магнитного поля, чтобы частица вылетела из этой области в направлении, перпендикулярном первоначальному направлению движения? Ответ приведите в Тл, округлив до ближайшего целого.

**Решение:**

Заряженная частица, попадая в магнитное поле, будет испытывать действие силы Лоренца и двигаться по окружности. Из правила левой руки находим направление силы Лоренца – частица будет двигаться по окружности от точки влета по часовой стрелке. Чтобы частица вылетела из области в направлении, перпендикулярном первоначальному, центр окружности должен быть расположен в левом нижнем углу области. Радиус окружности тогда будет равен **$R=1$ см**.

Индукция магнитного поля и радиус окружности связаны соотношением:

$$qvB = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow B = \frac{mv}{qR} = \frac{v}{\frac{q}{m}R} = 150 \text{ мТл}$$

Если индукция магнитного поля будет меньше, то радиус окружности будет больше необходимого, и угол отклонения будет меньше 90° . Поэтому найденное значение является минимальным и ответом на поставленный вопрос.

Ответ: 150 мТл