Задания заключительного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по физике 2023-2024 гг.

Участникам заключительного этапа Олимпиады по физике предлагался один из заранее заготовленных вариантов, состоявший из 5 задач. Каждая задача составлялась в нескольких вариациях. При проверке работ проверялась корректность ход решения задачи и итогового ответа. Часть задач предлагались к решению участникам разных классов. Ниже в обозначениях задач указывается, участникам из каких классов они предназначались

Структура разбиения тем задач по вариантам для разных классов:

8.1 – равномерное движение, путь, перемещение, работа с графиком

8.2 – теплоемкости, теплота сгорания топлива, изменение температуры кипения с высотой

8-9.1 – статические блоки

8-9.2– сила Архимеда, закон Гука

8-9.3 – давление жидкости, сообщающиеся сосуды, гидростатика.

9-10.1 – Искусственные спутники

9-10.2 – Равноускоренное движение

10-11.1 – Электрические цепи с нелинейными элементами

10-11.2 – Статика

10-11.3 – Гидродинамика

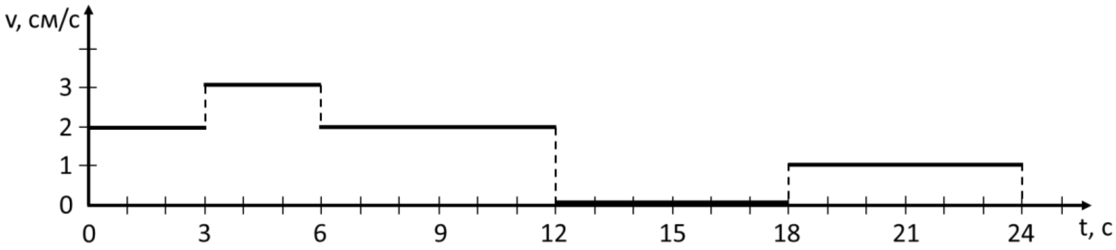
11.1 – Диффузия

11.2 – Магнитная индукция

Задача 8.1

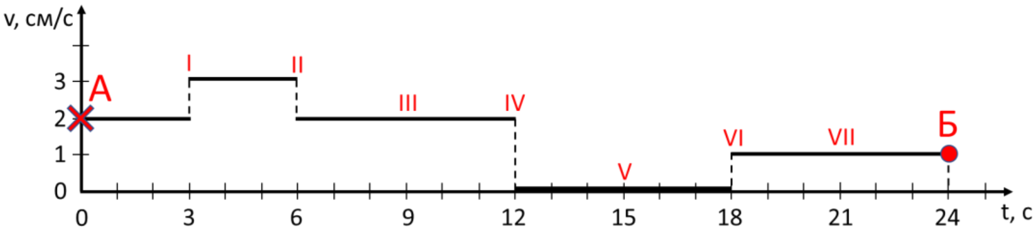
Вариант 1

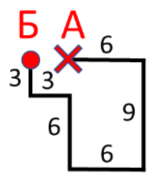
Жук приземлился на ровную горизонтальную поверхность и стал по ней ползать, каждые 3 секунды совершая поворот на 90 градусов по часовой стрелке. Зависимость модуля скорости жука от времени с момента приземления представлена на графике. Считая, что жук поворачивается мгновенно, определите его перемещение спустя 24 секунды после приземления.



Решение:

Обозначим буквами А и Б точки начала и конца движения. Для удобства пронумеруем римскими цифрами каждую точку поворота, чтобы не упустить точки поворота, когда жук поворачивал не меняя скорость (III и VII) и когда он повернул стоя на месте (V).

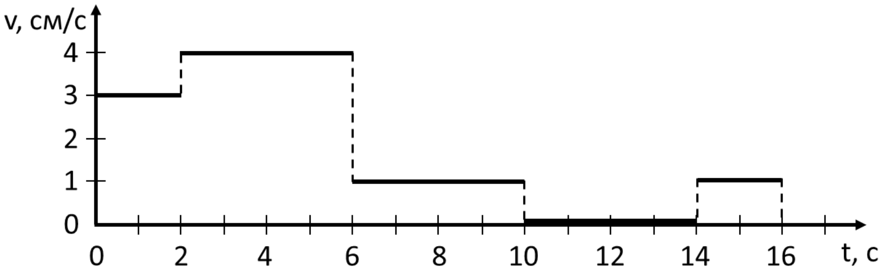




Построим траекторию движения жука как если мы наблюдали за ним сверху и обозначим длины каждого участка пути. В качестве начального направление выберем движение вправо в плоскости рисунка. Из построения видно что между точками А и Б перемещение составило **3см**.

Вариант 2

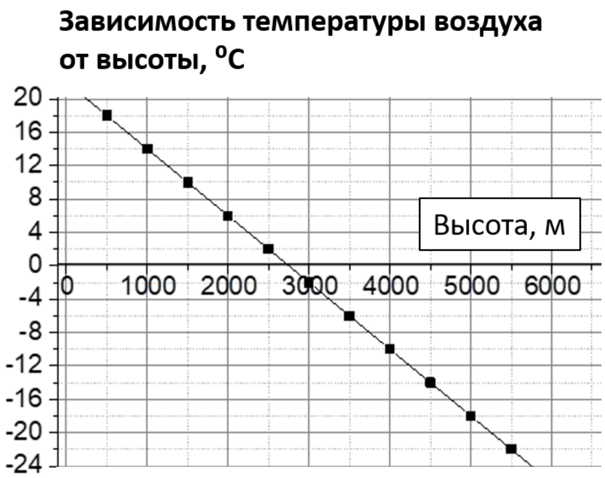
Жук приземлился на ровную горизонтальную поверхность и стал по ней ползать, каждые 2 секунды совершая поворот на 90 градусов по часовой стрелке. Зависимость модуля скорости жука от времени с момента приземления представлена на графике. Считая, что жук поворачивается мгновенно, определите его перемещение спустя 16 секунд после приземления.

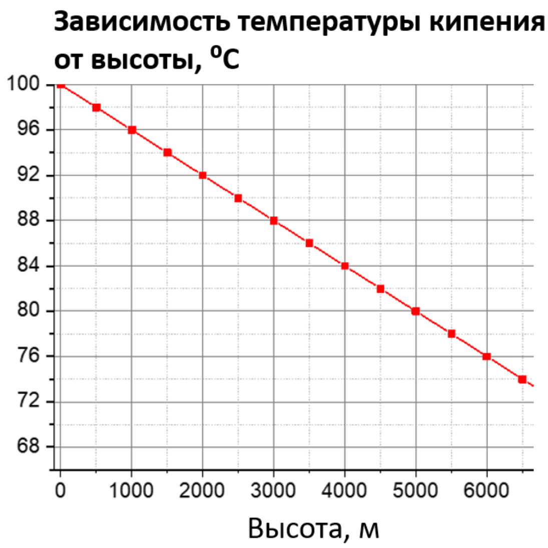


Задача 8.2

Вариант 1

Группа туристов поднимаются на гору по туристическому маршруту, вдоль которого в нижней части маршрута каждые 500 м подъема расположены пункты отдыха с цистернами с водой, а выше – с наколотым льдом. Туристы останавливаются на привал у каждого из таких пунктов, разводят костер, используя взятый с собой древесный уголь, и кипятят в открытом котелке 1.5 л воды. Используя приведенные ниже графики зависимости температуры воздуха и температуры кипения воды от высоты, рассчитайте массу оставшегося у туристов топлива после привала на высоте 5000 м. Всего с собой в поход они взяли 25 кг древесного угля, первый привал был на высоте 500 м, температура воды и льда в цистернах в пунктах отдыха равны температуре воздуха на данной высоте, КПД нагревания воды на костре равен 1%. Ответ приведите в килограммах, округлив до десятых. Удельная теплота сгорания древесного угля 34 МДж/кг, теплоёмкость воды 4200Дж/(кг·°С), теплоёмкость льда 2100 Дж/(кг·°С), удельная теплота плавления льда 330 кДж/кг, плотность воды 1000 кг/м^3





Решение:

1) До высоты 2500м включительно уравнение теплового баланса, : $cM\Delta T = 0{,}01qm_{угл}$, где c – теплоемкость воды, M – масса воды, q – удельная теплота сгорания топлива,

$m_{угл}$ – масса топлива, ΔT – разность температур нагрева воды до температуры кипения

2) Масса сожженного угля: $m_{угл} = \frac{cM\Delta T}{0{,}01q}$
3) Масса сожженного угля за 5 привалов (500м, 1000м, 1500м, 2000м, 2500м) можно посчитать через сумму разности температур на каждой высоте:
$m_{угл} = \frac{cM}{0{,}01q}(\sum \Delta T) = \frac{4200*1{,}5*420}{0{,}01*34*10^6} = 7{,}782$ кг
4) Начиная с высоты 3000м в уравнение теплового баланса добавляется нагрев и плавление льда: $c_л M\Delta T' + \lambda M + cM\Delta T = 0{,}01qm_{угл}$, $\Delta T'$ - разность температур нагрева льда до 0 градусов.
5) Масса сожженного угля за 5 последующих привалов (3000м, 3500м, 4000м, 4500м, 5000м)

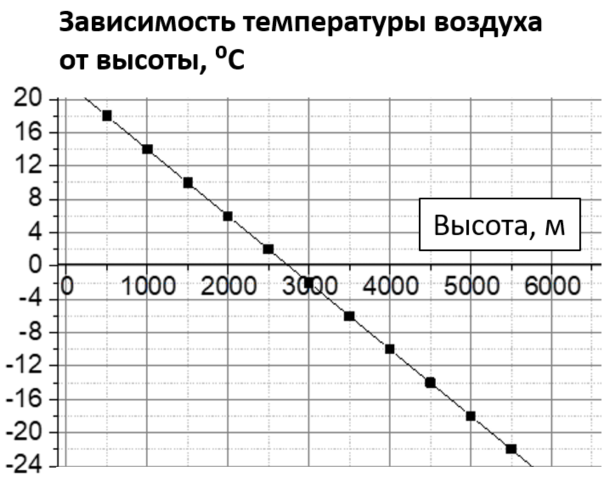
$$m_{угл} = \frac{M}{0{,}01q}((c_л * \left(\sum \Delta T'\right) + c * \left(\sum \Delta T\right) + 5\lambda) =$$
$$= \frac{1{,}5}{0{,}01 * 34 * 10^6}(2100 * (50) + 4200 * (420) + 5 * 330000)$$
$$= \frac{1{,}5}{0{,}01 * 34 * 10^6}(105000 + 1764000 + 1650000)$$
$$= \frac{1{,}5}{0{,}01 * 34 * 10^6}(3{,}519 * 10^6) = 15{,}525 \text{ кг}$$

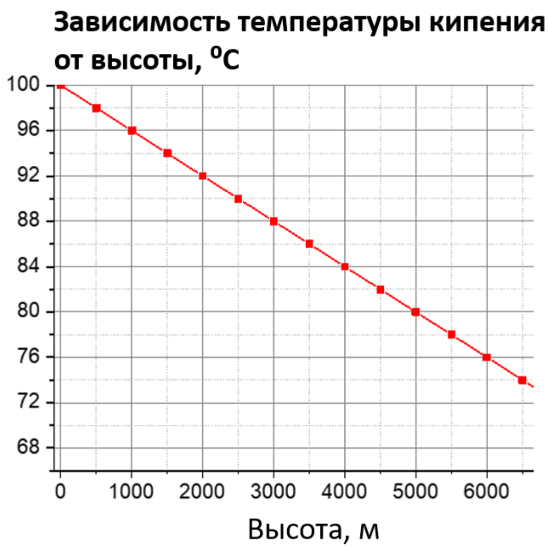
6) $25 - (7{,}782 + 15{,}525) = 1{,}693$ кг

Вариант 2

Группа туристов планирует подъем на гору на высоту 4500 м, на которой расположена альпинистская база. До базы проложен туристический маршрут, вдоль которого в нижней части каждые 500 м подъема расположены пункты отдыха с цистернами с водой, а выше – с наколотым льдом. Туристы хотят останавливаться на привал у каждого из таких пунктов, разводить костер, используя взятый с собой древесный уголь, и кипятить в открытом котелке 1.5 л воды. Используя приведенные ниже графики зависимости температуры воздуха и температуры кипения воды от высоты, рассчитайте массу топлива, которая потребуется туристам для достижения альпинистской базы согласно плану. Температура воды и льда в цистернах в пунктах отдыха равны температуре воздуха на данной высоте, КПД нагревания воды на костре равен 1%, первый привал планируется на высоте 500 м. Ответ приведите в килограммах, округлив до десятых.

Удельная теплота сгорания древесного угля 34 МДж/кг, теплоёмкость воды 4200Дж/(кг·°С), теплоёмкость льда 2100 Дж/(кг·°С), удельная теплота плавления льда 330 кДж/кг, плотность воды 1000 кг/м^3



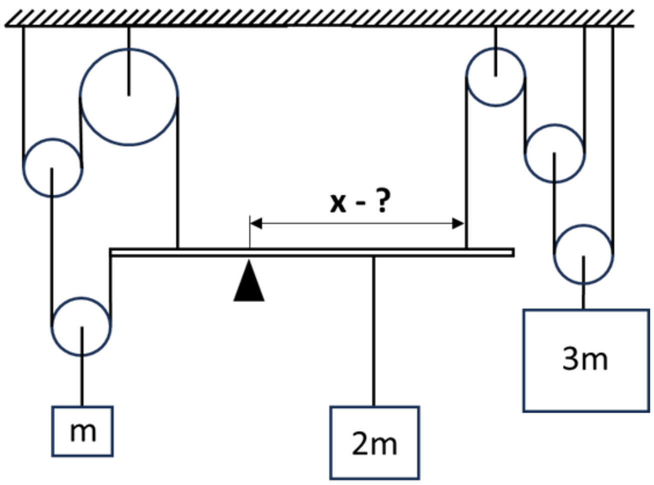


Задача 8-9.1

Вариант 1

Невесомая балка находится в равновесии и делится точкой опоры в отношении 2:3. К левой короткой части балки через систему блоков с подвешенным грузом массой m прикреплены две нити, одна к самому краю, другая к середине этой части балки. К правой части на некотором расстоянии **x** от точки опоры через систему блоков прикреплена другая нить. К середине длинной части подвешен груз массой 2m. В правой системе блоков подвешен груз массой 3m.

Какую часть от всей длины балки составляет расстояние x от точки опоры до нити в правой части системы. Все блоки, нити и пружину считать невесомыми, трение в системе отсутствует.



Расставим силы натяжения нитей, которые закреплены к балке:

$T_1 = 0{,}5mg$; $T_2 = 0{,}25mg$; $T_3 = 2mg$; $T_4 = 0{,}75mg$

Примем длину всей балки за L. Запишем условие равновесия (правило моментов):

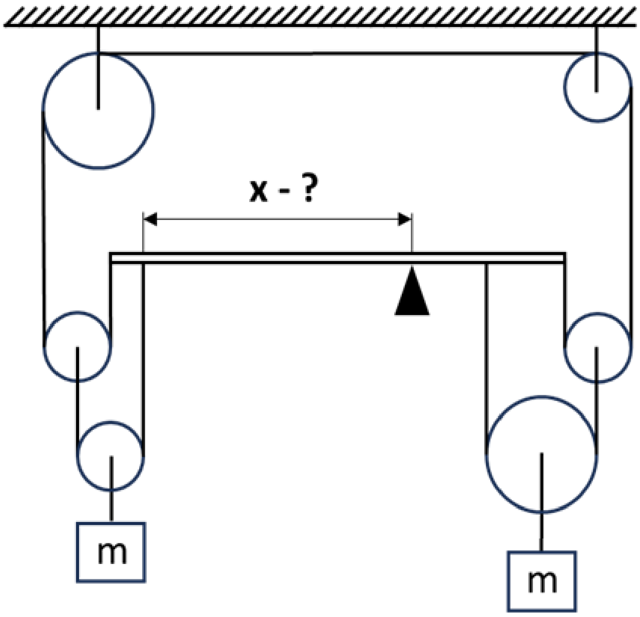
$T_1 * 0{,}4L + T_4 * x = T_2 * 0{,}2L + T_3 * 0{,}3L \Rightarrow 0{,}2mgL + 0{,}75mgx = 0{,}05mgL + 0{,}6mgL$

Поделим обе части уравнения на mg и помножим на 100

20L+75x=5L+60L => 75x=45L => **x=0,6L (то есть к правому концу балки)**

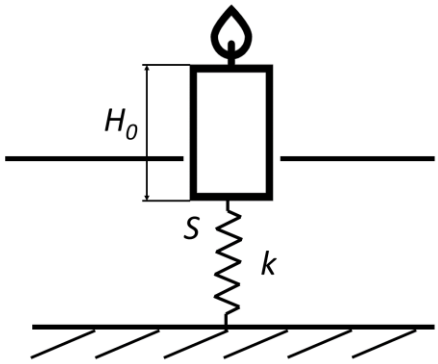
Вариант 2

Невесомая балка находится в равновесии и делится точкой опоры в отношении 3:2. К левой длинной части балки через систему блоков с подвешенным грузом массой m прикреплены две нити, одна к самому краю, другая на расстоянии **x** от точки опоры. К правой части через систему блоков тоже прикреплены две нити: одна к середине этой части балки, другая к правому краю. К одному из блоков в правой части за пружину подвешен груз массой m. Определите, какую часть от всей длины балки составляет расстояние x от точки опоры до нити в левой части системы. Все блоки, нити и пружину считать невесомыми, трение в системе отсутствует.



Задача 8-9.2

Парафиновая цилиндрическая свечка высотой $\boldsymbol{H_0}$ и площадью основания $\boldsymbol{S}$ плавает в бассейне. Свечка прикреплена к полу бассейна пружинкой с жесткостью $\boldsymbol{k}$ (см. рисунок), пружина растянута. Свечку поджигают. Пока горит фитиль, парафин медленно испаряется, форма свечки при этом остается цилиндрической, ее высота уменьшается со скоростью $\boldsymbol{c}$. Определите, как и с какой скоростью будет изменяться растяжение пружинки.



Решение

Обозначим зависимость высоты свечки от времени как *H(t)*. По условию оно дается выражением:

$$H(t) = H_0 - ct$$

Обозначим за *h(t)* зависимость от времени высоты погруженной части свечки. По условию сказано, что свечка горит медленно и с постоянной скоростью, поэтому второй закон Ньютона может быть записан как:

$$mg + k\Delta x = \rho_{\text{в}} g h(t) S => \rho_{\text{п}} H(t) + \frac{k\Delta x}{Sg} = \rho_{\text{в}} h(t)$$

$$\rho_{\text{п}}(H_0 - ct) + \frac{k\Delta x(t)}{Sg} = \rho_{\text{в}} h(t)$$

Поскольку глубина бассейна остается неизменной, можно записать:

$$x_0 + \Delta x(t) + h(t) = G => \Delta x(t) = G - h(t) - x_0$$

Подставим в исходное выражение:

$$\rho_{\text{п}}(H_0 - ct) + \frac{k}{Sg}(G - h(t) - x_0) = \rho_{\text{в}} h(t)$$

И тогда зависимость $h(t)$:

$$\rho_{\text{п}}(H_0 - ct) + \frac{k}{Sg}G - \frac{k}{Sg}x_0 = \left(\rho_{\text{в}} + \frac{k}{Sg}\right)h(t)$$

Рассмотрим два произвольных момента времени t1 и t2, причем t2>t1:

$$\rho_{\text{п}}(H_0 - ct_2) + \frac{k}{Sg}G - \frac{k}{Sg}x_0 = \left(\rho_{\text{в}} + \frac{k}{Sg}\right)h(t_2)$$

$$\rho_{\text{п}}(H_0 - ct_1) + \frac{k}{Sg}G - \frac{k}{Sg}x_0 = \left(\rho_{\text{в}} + \frac{k}{Sg}\right)h(t_1)$$

Вычтем из первого второе:

$$\rho_{\text{п}}(H_0 - ct_2) - \rho_{\text{п}}(H_0 - ct_1) = \left(\rho_{\text{в}} + \frac{k}{Sg}\right)h(t_2) - \left(\rho_{\text{в}} + \frac{k}{Sg}\right)h(t_1)$$

$$-c\rho_{п}(t_2 - t_1) = \left(\rho_{в} + \frac{k}{Sg}\right)(h(t_2) - h(t_1))$$

$$-\frac{c\rho_{п}}{\left(\rho_{в} + \frac{k}{Sg}\right)} = \frac{h(t_2) - h(t_1)}{t_2 - t_1}$$

Высота погруженной части будет уменьшаться со скоростью:

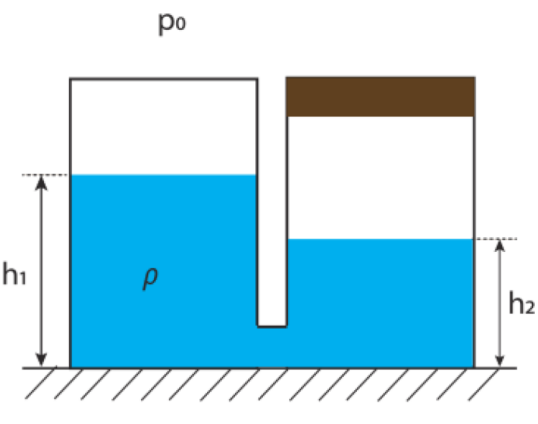
$$v = -\frac{c\rho_{п}}{\left(\rho_{в} + \frac{k}{Sg}\right)}$$

Значит пружинка будет удлиняться с той же скоростью.

Задача 8-9.3

Вариант 1

В закрытой комнате, где атмосферное давление составляет p_0 = 100 кПа находятся два пустых одинаковых сосуда высотой H = 70 см и площадью основания S = 150 см^2. Сосуды соединены тонкой трубкой, расположенной у дна, и один из сосудов закрыт тонкой пробкой. Необходимо определить объем жидкости с плотностью ρ = 930 кг/м^3, который нужно влить в открытый сосуд (при этом жидкость не переливается через край), чтобы пробка вылетела. Максимальная величина силы трения покоя, действующей на пробку, равна F = 45 Н. Поскольку температура в помещении постоянна, то для воздуха в замкнутом объеме произведение давления и объема остается неизменным: pV = const. Объём цилиндра можно рассчитать по формуле: V = Sh, где S – площадь основания, h – высота цилиндра. Массой пробки, её размером и размером соединительной трубки можно пренебречь. Ускорение свободного падения принять за 10 м/с^2.



Решение:

Изначально сосуды пустые. Как только начинают наливать жидкость, воздух в закрытом сосуде становится изолированным от воздуха в комнате. По мере наливания жидкости объем воздуха в сосуде уменьшается, а его давление увеличивается, что подтверждается условием pV = const.

Чтобы выдавить пробку давление изолированного воздуха p должно стать достаточно большим, то есть: $p = F/S+p_0$, где F/S давление необходимое для того, чтобы преодолеть силу трения пробки, а p_0 давление атмосферы с внешней части пробки.
Запишем для этой ситуации баланс давлений в левой и правой части системы:

$$p_0+\rho gh_1=p+\rho gh_2 \Rightarrow p_0+\rho gh_1=F/S+p_0+\rho gh_2 \Rightarrow \rho gh_1=F/S+\rho gh_2.$$

Где h_1 – высота столба жидкости в открытом сосуде, h_2 – высота столба жидкости в сосуде, закрытом пробкой.

В то же время, для воздуха в сосуде справедливо равенство (применим условие $pV = const$ для состояния до наливания жидкости и после наливания в момент, когда пробка начнёт движение, объём найдём через формулу для объёма цилиндра $V_1=HS$, т.к толщиной пробки можно пренебречь):

$$p_0V_1=pV_2 \Rightarrow p_0HS=p(H-h_2)S \Rightarrow p_0H=(F/S+p_0)(H-h_2) \Rightarrow 0=FH/S-Fh_2/S-p_0h_2 \Rightarrow h_2=FH/(F+p_0S).$$

Подставим h_2 в первое уравнение:

$$\rho gh_1=F/S+\rho gFH/(F+p_0S).$$

И найдем h_1:

$$h_1=F/(S\rho g)+FH/(F+p_0S).$$

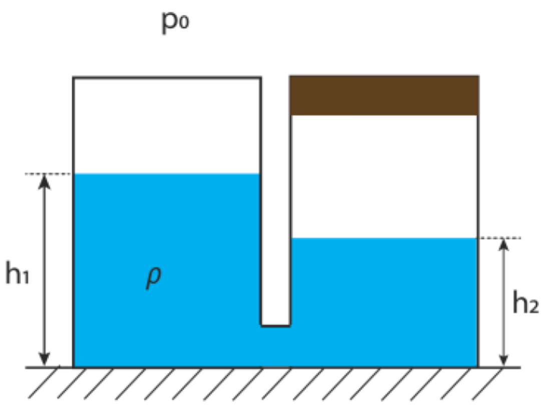
Тогда искомый объем:

$$V = S(h_1+h_2)=S(F/(S\rho g)+2FH/(F+p_0S))=F(1/(\rho g)+2SH/(F+p_0S)).$$

Подставляя числа, получаем ответ V = 5450 см3 (при g=10 м/с2). Если объем налитой жидкости хоть немного превысит это значение, то пробка вылетит.

Вариант 2

В закрытой комнате, где атмосферное давление составляет p_0 = 100 кПа находятся два одинаковых сосуда высотой H = 100 см и площадью основания S = 100 см^2. Сосуды соединены тонкой трубкой, расположенной у дна. Оба сосуда заполнили на четверть водой плотностью ρ = 1000 кг/м^3, после чего один из сосудов плотно закрыли тонкой пробкой. Необходимо определить объём воды, который нужно влить в открытый сосуд (при этом жидкость не переливается через край), чтобы пробка вылетела. Максимальная величина силы трения покоя, действующей на пробку, равна F = 20 Н. Поскольку температура в помещении постоянна, то для воздуха в замкнутом объеме произведение давления и объема остается неизменным: $pV = const$. Объём цилиндра можно рассчитать по формуле: $V = Sh$, где S – площадь основания, h – высота цилиндра. Массой пробки, её размером и размером соединительной трубки можно пренебречь. Ускорение свободного падения принять за 10 м/с^2.



p0
h1
ρ
h2