

Задания отборочного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по физике 2023-2024 гг.

Участникам отборочного этапа Олимпиады по физике из 8-10х классов предлагался вариант, состоявший из 6 задач, участникам из 11 класса – из 7. Каждая из задач составлялась в нескольких вариациях, выбиравшаяся системой проведения Олимпиады случайным образом. При проверке проверялась корректность введенного в систему числового ответа. Часть задач предлагались к решению участникам разных классов. Ниже в обозначениях задач указывается, участникам из каких классов они предназначались.

Структура разбиения тем задач по вариантам для разных классов:

8 – сила тяги, мощность;

8 – равномерное движение, работа с графиком;

8-9 – гидравлический пресс;

8-9 – плотность вещества, сила Архимеда;

8-9 – сила тяги, мощность+КПД;

9-10 – рычаги;

9-10 – равноускоренное одномерное движение в поле силы тяжести;

9-10 – электрические цепи;

10-11 – процессы в идеальном газе, уравнение Менделеева-Клапейрона, диаграммы;

10-11 – механические колебания, задача с графиком;

10 -11 – равноускоренное движение;

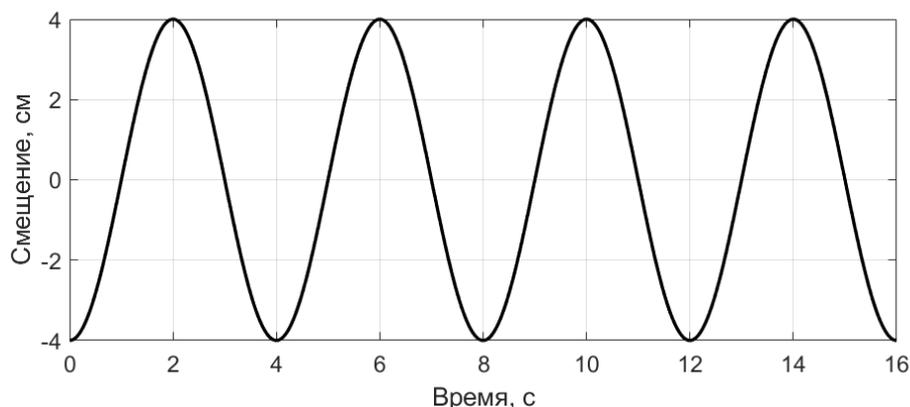
11 – оптимизация «накопителя» механической энергии;

11 – движение в магнитном поле;

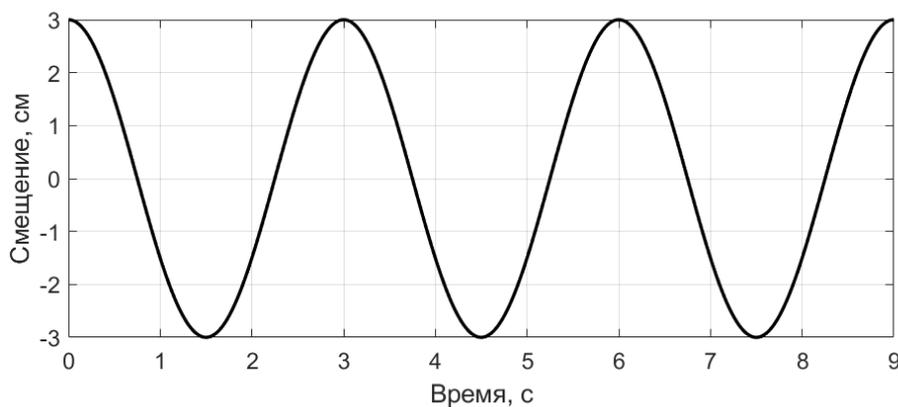
11 – движение заряженных частиц в плоском конденсаторе.

11.1 На невесомом эластичном жгуте подвешен грузик некоторой массы. Грузик смещают из положения равновесия и отпускают, в результате чего он начинает совершать вертикальные колебания. Зависимость смещения грузика от времени представлена на графике. Определите растяжение жгута в состоянии покоя. Ответ приведите в сантиметрах, округлив до ближайшего целого значения. Ускорение свободного падения примите равным 10 м/с^2 , массой жгута пренебрегите.

Вариант 1:



Вариант 2:



Решение:

Из графика можем определить период колебаний грузика, который связан с массой грузика и жесткостью жгута по формуле:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow \frac{m}{k} = \frac{T^2}{4\pi^2}$$

2 закон Ньютона для растяжения жгута в состоянии покоя:

$$mg = k\Delta x$$

Откуда:

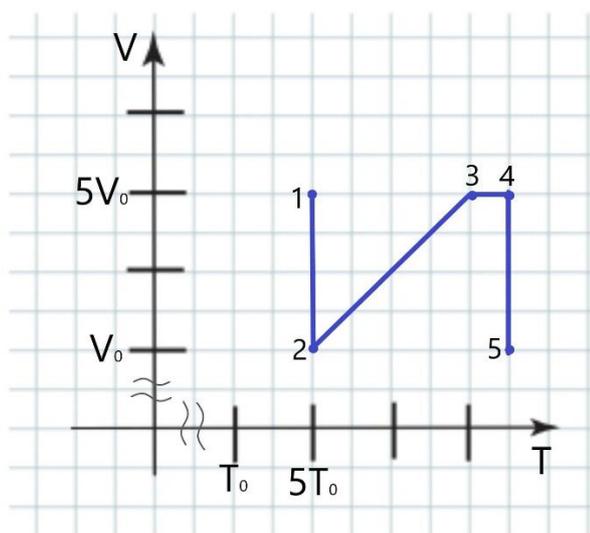
$$\Delta x = \frac{m}{k} g = \frac{T^2}{4\pi^2} g$$

Вариант 1: $T=4 \text{ с}$, $\Delta x = \frac{m}{k} g = \frac{T^2}{4\pi^2} g = \frac{16[\text{с}^2]}{4\pi^2} * 10 \frac{[\text{М}]}{[\text{с}^2]} = 405 \text{ см}$.

Вариант 2: $T=3 \text{ с}$, $\Delta x = \frac{m}{k} g = \frac{T^2}{4\pi^2} g = \frac{9[\text{с}^2]}{4\pi^2} * 10 \frac{[\text{М}]}{[\text{с}^2]} = 228 \text{ см}$.

11. 2 Вариант 1.

Изменение состояния некоторого постоянного количества идеального газа представлено на диаграмме.



Выберите верные утверждения:

- А) процесс 1-2 – Изотермическое сжатие? (верно)
- б) 2-3 – изохорный процесс? (неверно)
- в) давление идеального газа в точке 5 в три раза меньше, чем в точке 1? (неверно)
- г) давление идеального газа в точке 5 в три раза больше, чем в точке 2? (верно)

Решение:

- а) Да. На диаграмме между точками 1 и 2 изображен процесс изотермического сжатия.
- б) Нет. Процесс 2-3 не является изохорным, так как давление на этом участке диаграммы меняется.
- в) Нет.

Рассмотрим соотношение идеального газа для точек один и пять.

$$(P_1 V_1) / T_1 = (P_5 V_5) / T_5$$
$$(P_1 5V_0) / 5T_0 = (P_5 V_0) / 15T_0$$
$$P_1 = P_5 / 15$$

Таким образом, давление идеального газа в точке 5 в 15 раз больше, чем в точке 1.

- г) Да.

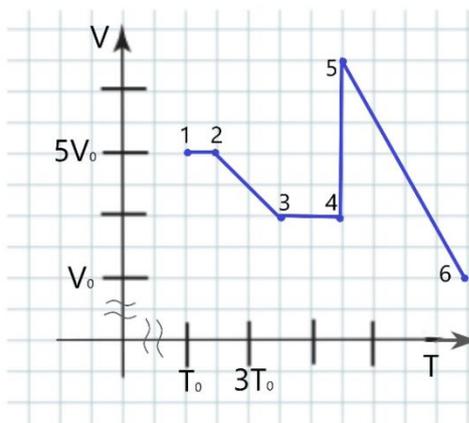
Рассмотрим соотношение идеального газа для точек один и пять.

$$(P_5 V_0) / 15T_0 = (P_2 V_0) / 5T_0$$
$$P_5 = 3P_2$$

Таким образом, давление идеального газа в точке 5 в 3 раза больше, чем в точке 2.

Вариант 2.

Изменение состояния некоторого постоянного количества идеального газа представлено на диаграмме.

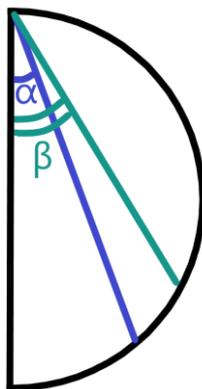


Выберите верные утверждения:

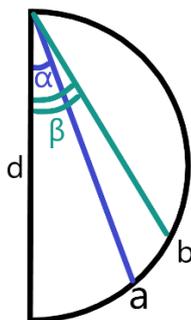
- а) 3-4 и 2-3 – изохорные процессы? (неверно)
- б) 4-5 – изотермическое сжатие? (неверно)
- в) давление идеального газа в точке 1 в пятьдесят раз меньше, чем в точке 6? (верно)
- г) давление идеального газа в точке 4 в полтора раза больше, чем в точке 3? (верно)

Задача 11.3.

Из верхней точки полушария (см. рисунок) проделали насквозь две гладкие прорези под углами к вертикали 30° и 45° . В начало каждой из прорезей разместили по небольшой шайбе и отпустили. Пусть t_1 – время движения шайбы в прорези, образующей угол 30° с вертикалью; t_2 – время движения другой шайбы. Найдите отношение t_1/t_2 . Трение отсутствует.



Решение:



Ускорение, с которым шайба будет скатываться по гладкой прорези, будет равно проекции ускорения свободного падения на ось, направленную вдоль прорези, то есть

$$a = g_a = g \cos \alpha$$

$$a = g_b = g \cos \beta$$

Найдем длины прорезей, по которым скатываются шайбы:

$$l_a = d \cos \alpha$$

$$l_b = d \cos \beta$$

$$d \cos \alpha = g \cos \alpha t_1^2 / 2$$

$$d \cos \beta = g \cos \beta t_2^2 / 2$$

Отсюда

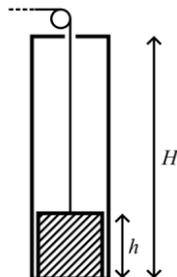
$$t_1 = t_2 = \sqrt{2d/g}.$$

Время не зависит от угла скатывания, поэтому $t_1/t_2 = 1$.

Ответ: 1

11.1 Вариант 1.

Накопитель механической энергии поднимает груз по шахте. Глубина шахты H . Груз представляет собой твердое тело высотой h и занимает часть шахты (см. рисунок). Какую высоту должен иметь груз, чтобы при его полном подъёме запасалось максимальное количество механической энергии? Ответ приведите в метрах, округлив до целого числа.



Решение:

Груз можно поднять на высоту $H - h$ над основанием шахты. Тогда запасённая механическая энергия будет равна

$$E = Mg(H - h)$$

При этом масса груза зависит от его высоты

$$M = \rho Sh$$

Тогда

$$E = \rho g Sh(H - h)$$

Условие максимума энергии как функции h :

$$\frac{dE}{dh} = 0$$

$$\frac{dE}{dh} = \rho g S(H - 2h) = 0$$

Откуда

$$h = \frac{1}{2}H$$

Входные данные и ответы:

$$H = 100 \text{ м} \Rightarrow h = 50 \text{ м}$$

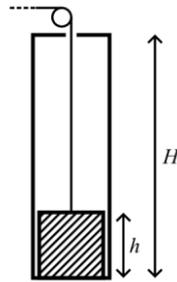
$$H = 150 \text{ м} \Rightarrow h = 75 \text{ м}$$

$$H = 200 \text{ м} \Rightarrow h = 100 \text{ м}$$

Вариант 2.

Накопитель механической энергии поднимает груз по шахте. Глубина шахты H . Груз представляет собой твердое тело высотой h и занимает часть шахты. На сколько метров нужно нарастить высоту груза, чтобы при полном его подъёме было накоплено

максимально возможное для этой системы количество механической энергии? Ответ приведите в метрах, округлив до целого числа.



Решение:

Груз можно поднять на высоту $H - h$ над основанием шахты. Тогда запасённая механическая энергия будет равна

$$E = Mg(H - h)$$

При этом масса груза зависит от его высоты

$$M = \rho Sh$$

Тогда

$$E = \rho g Sh(H - h)$$

Определим высоту груза h_0 , при которой накапливается максимальное количество энергии.

Условие максимума энергии как функции h :

$$\frac{dE}{dh} = 0$$

$$\frac{dE}{dh} = \rho g S(H - 2h) = 0$$

Откуда

$$h_0 = \frac{1}{2}H$$

Тогда груз надо нарастить на

$$\delta h = h_0 - h = \frac{1}{2}H - h$$

Входные данные и ответы:

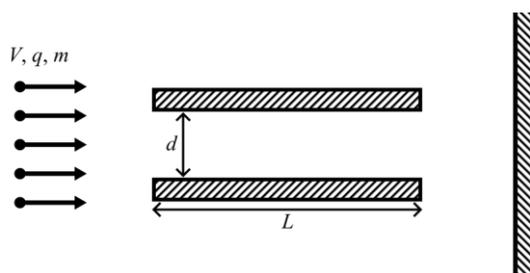
$$H = 100 \text{ м}, h = 10 \text{ м} \Rightarrow \delta h = 40 \text{ м}$$

$$H = 120 \text{ м}, h = 5 \text{ м} \Rightarrow \delta h = 55 \text{ м}$$

$$H = 250 \text{ м}, h = 50 \text{ м} \Rightarrow \delta h = 75 \text{ м}$$

11.2 Вариант 1

Широкий пучок заряженных частиц, имеющих заряд q и массу m , изначально движущихся горизонтально со скоростью V , проходит между горизонтальными обкладками плоского конденсатора (его длина L , расстояние между электродами d , напряжение между обкладками U) и попадает на вертикальный экран за ним, как показано на рисунке. Пролетев сквозь конденсатор, в полосу какой высоты попадут заряженные частицы на экране? Ответ приведите в миллиметрах, округляя до целого числа. Краевыми эффектами на границах конденсатора и влиянием силы тяжести пренебрегите; отражение частиц от твёрдых поверхностей и их взаимодействие друг с другом не учитывайте.



Решение

До входа в конденсатор частицы движутся горизонтально, внутри конденсатора они начинают двигаться по параболе, так как на них действует кулоновская сила, а после конденсатора они двигаются прямолинейно.

Если сила со стороны электрического поля, действующая на частицу, направлена вниз, то верхняя граница полосы на экране определяется частицей, которая влетела в конденсатор у самой верхней обкладки. Нижняя граница полосы будет определяться частицей, которая вылетела из конденсатора у самой нижней обкладки. Между этими двумя частицами расстояние по вертикали всегда одинаково, поэтому, чтобы найти ширину полосы на экране, достаточно определить высоту первой частицы над нижней обкладкой во время её вылета из конденсатора.

Кулоновская сила равна

$$F = qE = q \frac{U}{d}$$

Ускорение частиц, направленное вниз, равно

$$a = \frac{F}{m} = \frac{qU}{md}$$

Направим ось Oy вертикально вниз. Внутри конденсатора можно записать закон движения частицы

$$y(t) = y_0 - \frac{at^2}{2}$$

Частица пролетает сквозь конденсатор за время

$$T = \frac{L}{V}$$

Тогда за время пролёта сквозь конденсатор частица опустится на

$$\delta y = \frac{aT^2}{2} = \frac{q U L^2}{m d 2V^2}$$

Высота полосы тогда составит

$$H = d - \delta y = d - \frac{q U L^2}{m d 2V^2}$$

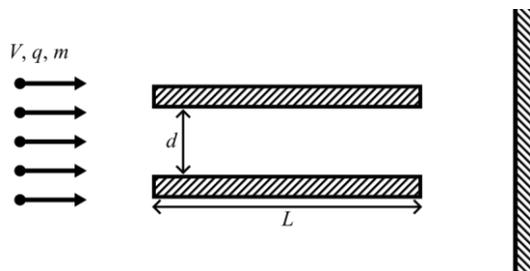
Входные данные и ответы:

$V = 1 \text{ км/с}$, $q = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$, $m = 1.7 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$, $d = 10 \text{ см}$, $L = 100 \text{ см}$, $U = 800 \text{ В} \Rightarrow$ Ответ: $H = 71 \text{ мм}$

$V = 100 \text{ м/с}$, $q = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$, $m = 3.3 \cdot 10^{-25} \text{ кг}$, $d = 10 \text{ см}$, $L = 100 \text{ см}$, $U = 800 \text{ В} \Rightarrow$ Ответ: $H = 85 \text{ мм}$

Вариант 2

Широкий пучок заряженных частиц, имеющих заряд q и массу m , изначально движущихся горизонтально со скоростью V , проходит между горизонтальными обкладками плоского конденсатора (его длина L , расстояние между электродами d) и попадает на вертикальный экран за ним, как показано на рисунке. Какое напряжение надо приложить к обкладкам конденсатора, чтобы ширина полосы на экране от пролетевших сквозь конденсатор частиц была в k раз меньше, чем расстояние между обкладками? Ответ приведите в вольтах, округлив до целого числа. Краевыми эффектами на границах конденсатора и влиянием силы тяжести пренебрегите; отражение частиц от твёрдых поверхностей и их взаимодействие друг с другом не учитывайте.



Решение

До входа в конденсатор частицы движутся горизонтально, внутри конденсатора они начинают двигаться по параболе, так как на них действует кулоновская сила, а после конденсатора они двигаются прямолинейно.

Если сила со стороны электрического поля, действующая на частицу, направлена вниз, то верхняя граница полосы на экране определяется частицей, которая влетела в конденсатор у самой верхней обкладки. Нижняя граница полосы будет определяться частицей, которая вылетела из конденсатора у самой нижней обкладки. Между этими двумя частицами расстояние по вертикали всегда одинаково, поэтому, ширина полосы на экране равна высоте первой частицы над нижней обкладкой во время её вылета из конденсатора.

Кулоновская сила равна

$$F = qE = q \frac{U}{d}$$

Ускорение частиц, направленное вниз, равно

$$a = \frac{F}{m} = \frac{q U}{m d}$$

Направим ось Oy вертикально вниз. Внутри конденсатора можно записать закон движения частицы

$$y(t) = y_0 - \frac{at^2}{2}$$

Частица пролетает сквозь конденсатор за время

$$T = \frac{L}{V}$$

Тогда за время пролёта сквозь конденсатор частица опустится на

$$\delta y = \frac{aT^2}{2} = \frac{q U L^2}{m d 2V^2}$$

Высота полосы составит

$$H = d - \delta y = d - \frac{q U L^2}{m d 2V^2}$$

Учитывая

$$H = \frac{d}{k}$$

Выразим напряжение

$$U = \frac{2mV^2 d^2}{qL^2} \left(1 - \frac{1}{k}\right)$$

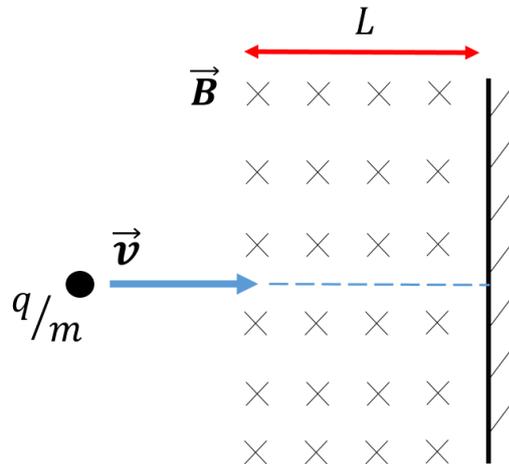
Входные данные и ответы:

$V = 150$ м/с, $q = 1.6e-19$ Кл, $m = 1.7e-27$ кг, $d = 10$ см, $L = 100$ см, $k = 2 \Rightarrow$ Ответ: $U = 31$ В

$V = 100$ м/с, $q = 1.6e-19$ Кл, $m = 1.7e-27$ кг, $d = 10$ см, $L = 100$ см, $k = 5 \Rightarrow$ Ответ: $U = 22$ В

11.3 Вариант 1

В области перед плоским экраном создано однородное магнитное поле с индукцией 1 мТл. Положительно заряженная частица влетает в это магнитное поле со скоростью 1200 м/с, направленной к центру экрана и перпендикулярно его поверхности (см. рисунок). После прохождения слоя магнитного поля частица попадает на экран на некотором расстоянии от его центра. Определите это расстояние, если известно, что отношение заряда к массе частицы равно $2 \cdot 10^7$ Кл/кг, а толщина области магнитного поля равна 5.2 см. Ответ приведите в сантиметрах, округлив до ближайшего целого числа.

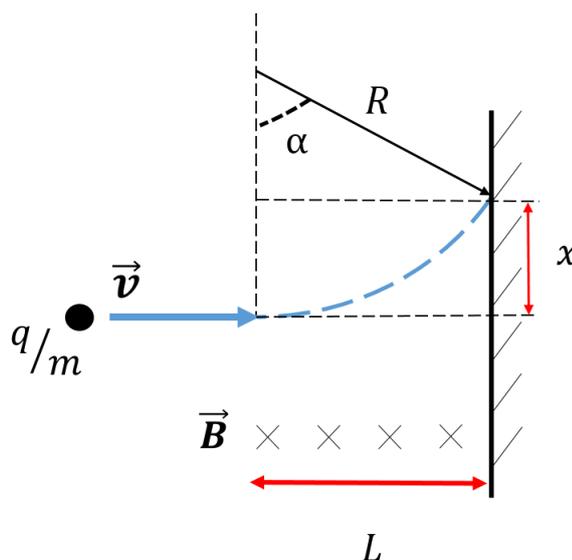


Решение:

На частицу, движущуюся в магнитном поле, будет действовать сила Лоренца, направленная перпендикулярно направлению скорости. В результате частица будет двигаться по окружности, радиус которой R определим из второго закона Ньютона:

$$ma_{\text{ц}} = qv_0B \Rightarrow \frac{mv_0^2}{R} = qv_0B \Rightarrow R = \frac{v_0}{(q/m)B} > L$$

Траектория движения частицы – окружность. Выполним геометрические построения:



Из построения видно, что

$$\begin{cases} R \sin \alpha = L \\ x = R - R \cos \alpha \end{cases}$$

Выражая синус угла из первого уравнения, используем основное тригонометрическое тождество, подставляем ранее полученный радиус окружности и получаем ответ:

$$\begin{aligned} \sin \alpha = \frac{L}{R} \Rightarrow \cos \alpha &= \sqrt{1 - \frac{L^2}{R^2}} \Rightarrow x = R \left(1 - \sqrt{1 - \frac{L^2}{R^2}} \right) \\ &= \frac{v_0}{\left(\frac{q}{m}\right) B} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{L^2}{\left(\frac{v_0}{\left(\frac{q}{m}\right) B}\right)^2}} \right) \end{aligned}$$

Ответ: 3 см