

Задания заключительного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по физике 2024-2025 гг.

Задача 8.1. Вес пенопласта и железа

Вариант 1.1

Петя, находясь на улице, с помощью больших весов измерял вес различных тел. Он заметил, что материалы с одинаковой массой могут иметь разный вес, если измерять их на воздухе. Какую разницу в весе одной тонны железа и одной тонны пенопласта получил Петя используя свои весы. Весы, на которых проводились измерения калибровались в вакууме. Плотность воздуха $1,2 \text{ кг/м}^3$, плотность железа 8000 кг/м^3 , плотность пенопласта 100 кг/м^3 . Ускорение свободного падения принять равным $g = 10 \text{ м/с}^2$. Ответ приведите в Ньютонах.

Решение:

Вес тела (P) равен силе с которой тело давит на опору. На само тело в воздухе помимо силы тяжести действует сила Архимеда направленная вверх, поэтому итоговый вес будет равен разнице между этими силами. Так как весы калиброваны в вакууме, то силу Архимеда они никак не учитывают и показания весов будут иметь отличие как раз за счет силы Архимеда.

$$P = mg - F_A$$

$$F_A = \rho g V$$

Так как тела целиком находятся в воздухе, то и объем необходимо подставлять полный. Объем можно найти через массу и плотность по формуле:

$$V = m / \rho$$

Тогда:

$$V_{\text{железа}} = 1000 \text{ кг} / 8000 = 0,125 \text{ м}^3$$

$$V_{\text{пенопласта}} = 1000 \text{ кг} / 100 = 10 \text{ м}^3$$

Тогда вес для каждого тела равен:

$$P_{\text{железа}} = 1000 * 10 - 1,2 * 10 * 0,125 = 10000 - 1,5 = 9998,5 \text{ Н}$$

$$P_{\text{пенопласта}} = 1000 * 10 - 1,2 * 10 * 10 = 10000 - 120 = 9880 \text{ Н}$$

Найдем разницу в весе

$$P_{\text{железа}} - P_{\text{пенопласта}} = 118,5 \text{ Н}$$

Ответ: 118,5Н

Вариант 1.2

Петя, находясь на улице, с помощью больших весов измерял вес различных тел. Он заметил, что материалы с одинаковой массой могут иметь разный вес, если измерять их на воздухе. Какую разницу в весе одной тонны бетона и одной тонны древесины пробкового дерева получил Петя используя свои весы. Весы, на которых проводились измерения калибровались в вакууме. Плотность воздуха $1,2 \text{ кг/м}^3$, плотность бетона 2500 кг/м^3 , плотность древесины пробкового дерева 200 кг/м^3 . Ускорение свободного падения принять равным $g = 10 \text{ м/с}^2$. Ответ приведите в Ньютонах.

Решение:

Вес тела (P) равен силе с которой тело давит на опору. На само тело в воздухе помимо силы тяжести действует сила Архимеда направленная вверх, поэтому итоговый вес будет равен разнице между этими силами. Так как весы калиброваны в вакууме, то силу Архимеда они никак не учитывают и показания весов будут иметь отличие как раз за счет силы Архимеда.

$$P = mg - F_A$$

$$F_A = \rho g V$$

Так как тела целиком находятся в воздухе, то и объем необходимо подставлять полный. Объем можно найти через массу и плотность по формуле:

$$V = m / \rho$$

Тогда:

$$V_{\text{бетона}} = 1000 \text{ кг} / 2500 = 0,4 \text{ м}^3$$

$$V_{\text{пробки}} = 1000 \text{ кг} / 200 = 5 \text{ м}^3$$

Тогда вес для каждого тела равен:

$$P_{\text{бетона}} = 1000 * 10 - 1,2 * 10 * 0,125 = 10000 - 4,8 = 9995,2 \text{ Н}$$

$$P_{\text{пробки}} = 1000 * 10 - 1,2 * 10 * 5 = 10000 - 60 = 9940 \text{ Н}$$

Найдем разницу в весе

$$P_{\text{бетона}} - P_{\text{пробки}} = 55,2 \text{ Н}$$

Ответ: 55,2Н

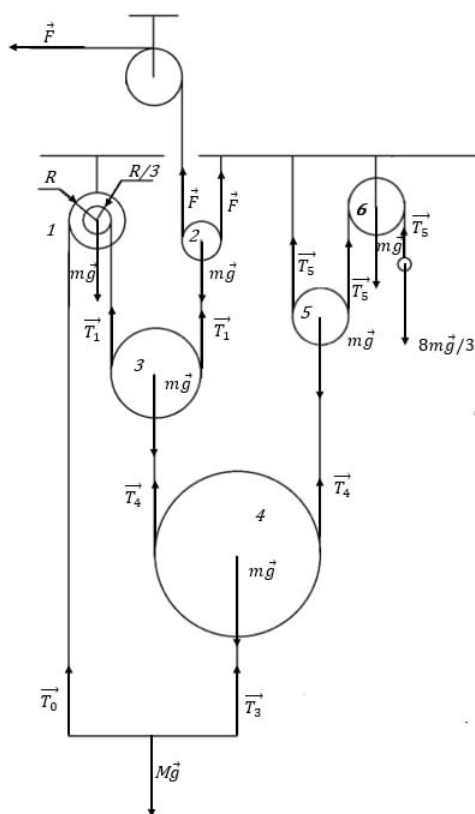
Задача 8.2. Задача про блоки

Вариант 1.1

С помощью системы блоков (см. рисунок) удерживается в покое неоднородная балка массой $M = 77m/9$, при том что к крайнему блоку подвешен груз массой $8m/3$. Каждый блок, независимо от его размеров, имеет массу $m = 0,1$ кг, радиус левых блоков указан на рисунке, $R = 0,1$ м. Нити невесомые, трение в осях блоков отсутствует. Два левых блока надеты на одну ось и скреплены между собой. Нити по блокам не проскальзывают.

- 1) Чему должна быть равна величина силы F , чтобы система находилась в покое.
- 2) Где должен находиться центр масс балки M относительно её левого края, чтобы балка оставалась в горизонтальном положении, если длина всей балки равна $5R$

Решение:

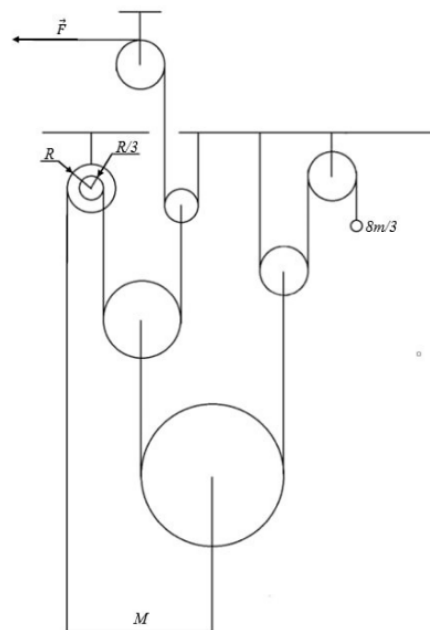


Распишем силы, действующие на все подвижные блоки и оба груза:

$$\text{Блок 2: } 2F = mg + T_1 \quad (1)$$

$$\text{Блок 3: } 2T_1 = mg + T_4 \quad (2)$$

$$\text{Блок 4: } 2T_4 = mg + T_3 \quad (3)$$



$$\text{Балка: } T_0 + T_3 = Mg \quad (4)$$

$$\text{Блок 5: } 2T_5 = mg + T_4 \quad (5)$$

$$\text{Груз справа: } T_5 = 8mg/3 \quad (6)$$

Используя правило моментов для блока 1, получим $T_1 = 3T_0$, решим систему уравнений и получим:

$$T_4 = \frac{13mg}{3} \quad (7)$$

$$T_3 = \frac{23mg}{3} \quad (8)$$

$$\text{Из уравнения для балки: } \frac{T_1}{3} + \frac{23mg}{3} = Mg, \quad T_1 = 3Mg - 23mg \quad (9)$$

$$2F = 3Mg - 22mg \quad (10)$$

Подставляя значения, получим $F = 11mg/6 = 1,83333 \text{ Н}$.

Чтобы найти центр масс, используем правило моментов для сил натяжения T_0 и T_3 относительно центра масс, где за L_0 и L_3 обозначим плечи этих сил, следовательно L_0 и будет являться расстоянием от левого края балки до центра масс.

$$T_0 L_0 = T_3 L_3$$

Учтем что длина всей балки равна $5R$, тогда:

$$T_0 L_0 = T_3 (5R - L_0)$$

Выразим L_0 и подставим значения T_0 и T_3 из (4) и (8)

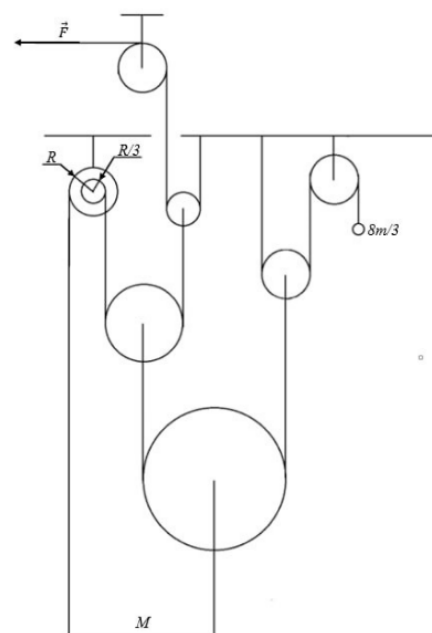
$$L_0 = \frac{5RT_3}{T_0 + T_3} = \frac{23Rmg}{3Mg} = \frac{23 * 0,1 * 9}{3 * 77} = 0,0896 \text{ м}$$

Ответ: $F = 1,83333 \text{ Н}$, $L_0 = 0,0896 \text{ м}$

Вариант 1.2

С помощью системы блоков (см. рисунок) удерживается в покое неоднородная балка массой $M = 77m/9$, при том что к крайнему блоку подвешен груз массой $8m/3$.

Каждый блок, независимо от его размеров, имеет массу $m = 0,3 \text{ кг}$, радиус левых блоков указан на рисунке, $R = 0,2 \text{ м}$. Нити невесомые, трение в осях блоков отсутствует. Два левых блока надеты на одну ось и скреплены между собой. Нити по блокам не проскальзывают.



- 1) Чему должна быть равна величина силы F, чтобы система находилась в покое.
- 2) Где должен находиться центр масс балки M относительно её левого края, чтобы балка оставалась в горизонтальном положении, если длина всей балки равна 10R

Решение:

$$F = 11mg / 6 = 5,5 \text{ Н.}$$

$$L_0 = \frac{5RT_3}{T_0 + T_3} = \frac{23Rmg}{3Mg} = \frac{23 * 0,2 * 9}{3 * 77} = 0,1792 \text{ м}$$

Задача Тепловое КПД

Вариант 1.1

Вася решил создать свою маленькую электростанцию, чтобы получить электрическую энергию, достаточную для зарядки своего телефона. Для этого он взял кастрюлю с герметично закрывающейся крышкой, в которой проделал отверстие для выхода пара. Над этим отверстием он расположил лопасти, закрепленные на оси электрогенератора. В результате выхода пара лопасти раскручивались, и генератор вырабатывал электричество. В кастрюлю Вася помещал снег с улицы, где была температура – 10°C. В качестве источника энергии он использовал газовые баллоны. Чтобы превратить в пар без остатка каждый килограмм снега, необходим был один баллон с газом. Вася использовал 8 баллонов с газом, в каждом из которых находилось по 200г сжиженного газа, при том, что испарение в кастрюле и горение газа закончились одновременно. Электрическая энергия, полученная с помощью этой электростанции, оказалась равна 10% от всей энергии, полученной снегом. Найдите КПД электростанции, ответ приведите в процентах. Теплоёмкостью кастрюли и лопастей можно пренебречь.

Удельная теплота парообразования воды 2,3 МДж/кг, удельная теплота кристаллизации воды 330 кДж/кг, удельная теплоёмкость воды 4,2 кДж/(кг*°C), удельная теплоёмкость льда 2,1 кДж/(кг*°C), удельная теплота сгорания газа 46 МДж/кг

Решение:

КПД определяется как отношение полезной электрической энергии к энергии, выделенной при сгорании газа(Q) :

$$\eta = E_{\text{электр}} / Q,$$

Теплоту выделяемую при сгорании газа можно вычислить через удельная теплота сгорания газа и массу газа:

$$Q = qm_{\text{газ}} = qNm_{\text{газ в одном баллоне}}, \text{ где } N - \text{ количество баллонов}$$

Электрическая энергия составляет 10% от энергии, переданной снегу: $E_{\text{электр}} = 0,1Q_{\text{снега}}$

Энергия переданная снегу равна, теплоте необходимой для превращения снега в пар:

$$Q_{\text{снега}} = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4$$

$Q_1 = C_{\text{снег}} m_{\text{снег}} \Delta t_1$ – энергия необходимая для нагрева снега до температуры плавления, $\Delta t_1 = 10^\circ\text{C}$;

$Q_2 = \lambda m_{\text{снег}}$ – энергия необходимая для плавления снега;

$Q_3 = C_{\text{вода}} m_{\text{снег}} \Delta t_2$ – энергия необходимая для нагрева получившийся из снега воды до температуры кипения, $\Delta t_2 = 100^\circ\text{C}$;

$Q_4 = L m_{\text{снег}}$ – энергия необходимая для выпаривания снега;

По условию задачи количество килограмм снега равно количеству баллонов с газом $m_{\text{снег}} = N \cdot m_{1\text{кг}}$, где $m_{1\text{кг}} = 1\text{кг}$, чтобы соблюсти размерности в формуле

Соберём все формулы и получим ответ:

$$\eta = 0,1 \frac{(C_{\text{снег}} m_{\text{снег}} \Delta t_1 + \lambda m_{\text{снег}} + C_{\text{вода}} m_{\text{снег}} \Delta t_2 + L m_{\text{снег}})}{q N m_{\text{газ в одном баллоне}}} = 0,1 \frac{m_{1\text{кг}} (C_{\text{снег}} \Delta t_1 + \lambda + C_{\text{вода}} \Delta t_2 + L)}{q m_{\text{газ в одном баллоне}}} = 0,1 \frac{(21000 + 330000 + 420000 + 2300000)}{(46000000 * 0,2)} = 0,0333 = \mathbf{3,33\%}$$

Вариант 1.2

Вася решил создать свою маленькую электростанцию, чтобы получить электрическую энергию, достаточную для зарядки своего телефона. Для этого он взял кастрюлю с герметично закрывающейся крышкой, в которой проделал отверстие для выхода пара. Над этим отверстием он расположил лопасти, закрепленные на оси электрогенератора. В результате выхода пара лопасти раскручивались, и генератор вырабатывал электричество. В кастрюлю Вася помещал снег с улицы, где была температура – 20°C. В качестве источника энергии он использовал газовые баллоны. Чтобы превратить в пар без остатка каждый килограмм снега, необходим был один баллон с газом. Вася использовал 8 баллонов с газом, в каждом из которых находилось по 400г сжиженного газа, при том, что испарение в кастрюле и горение газа закончились одновременно. Электрическая энергия, полученная с помощью этой электростанции, оказалась равна 15% от всей энергии, полученной снегом. Найдите КПД электростанции, ответ приведите в процентах. Теплоёмкостью кастрюли и лопастей можно пренебречь.

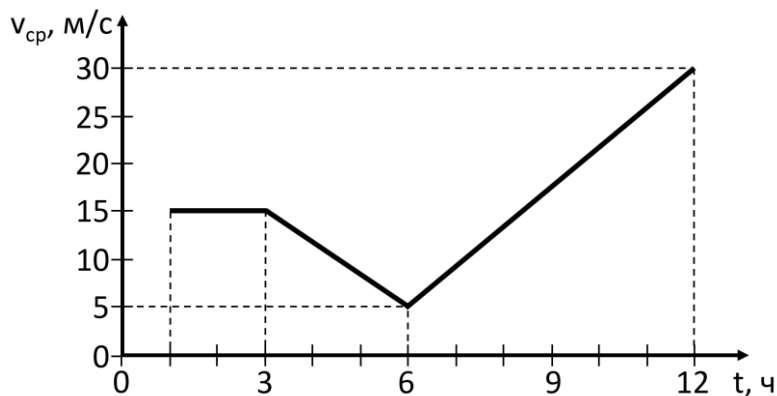
Удельная теплота парообразования воды 2,3 МДж/кг, удельная теплота кристаллизации воды 330 кДж/кг, удельная теплоёмкость воды 4,2 кДж/(кг*°C), удельная теплоёмкость льда 2,1 кДж/(кг*°C), удельная теплота сгорания газа 46 МДж/кг

$$\eta = 0,1 \frac{(C_{\text{снег}} m_{\text{снег}} \Delta t_1 + \lambda m_{\text{снег}} + C_{\text{вода}} m_{\text{снег}} \Delta t_2 + L m_{\text{снег}})}{q N m_{\text{газ в одном баллоне}}} = 0,1 \frac{m_{1\text{кг}} (C_{\text{снег}} \Delta t_1 + \lambda + C_{\text{вода}} \Delta t_2 + L)}{q m_{\text{газ в одном баллоне}}} = 0,15 \frac{(42000 + 330000 + 420000 + 2300000)}{(46000000 * 0,4)} = 0,0252 = \mathbf{2,52\%}$$

Задача Средняя скорость

Вариант 1.1

Автомобиль ехал по шоссе с переменной скоростью. На графике представлена средняя скорость автомобиля (v_{cp}) за некоторое время после начала отсчета. Найдите среднюю скорость на участке пути пройденного за последние 6 часов. Ответ приведите в м/с.



Решение:

Средняя скорость на определенном участке пути находится по формуле:

$$v_{cp} = S/t, \text{ где } t - \text{ время затраченное на преодоление расстояния } S$$

Чтобы найти расстояние, пройденное за последние 6 часов, можно найти полный путь за все 12 часов и из него вычесть путь пройденный за первые 6 часов. Это можно сделать, используя формулу для средней скорости приведенную выше, не забыв перевести часы в секунды.

$$S_{12} = v_{cp(12)} * t_{12} = 30 * 12 * 3600 = 1296000 \text{ м}$$

Так как на графике указана средняя скорость за некоторое время после начала отсчета, то за первые 6 часов средняя скорость как раз и дана на графике $v_{cp(0-6)} = 5 \text{ м/с}$

$$S_{0-6} = v_{cp(0-6)} * t_{0-6} = 5 * 6 * 3600 = 108000 \text{ м}$$

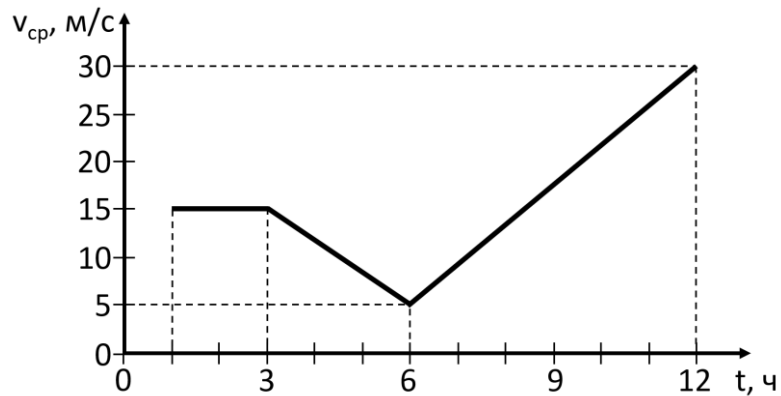
$$S_{6-12} = S_{12} - S_{0-6} = 1188000 \text{ м}$$

$$v_{cp(6-12)} = S_{6-12} / t_{6-12} = 55 \text{ м/с}$$

Ответ: 55 м/с

Вариант 1.2

Автомобиль ехал по шоссе с переменной скоростью. На графике представлена средняя скорость автомобиля ($v_{\text{ср}}$) за некоторое время после начала отсчета. Найдите среднюю скорость на участке пути пройденного за последние 3 часа. Ответ приведите в м/с.



Решение:

Средняя скорость на определенном участке пути находится по формуле:

$$v_{\text{ср}} = S/t, \text{ где } t - \text{ время затраченное на преодоление расстояния } S$$

Чтобы найти расстояние, пройденное за последние 6 часов, можно найти полный путь за все 12 часов и из него вычесть путь пройденный за первые 6 часов. Это можно сделать, используя формулу для средней скорости приведенную выше, не забыв перевести часы в секунды.

$$S_{12} = v_{\text{ср}(12)} \cdot t_{12} = 30 \cdot 12 \cdot 3600 = 1296000 \text{ м}$$

Так как на графике указана средняя скорость за некоторое время после начала отсчета, то за первые 9 часов средняя скорость находится из графика $v_{\text{ср}(0-9)} = 5 + (v_{\text{ср}(0-12)} - v_{\text{ср}(0-6)})/2 = 17,5 \text{ м/с}$

$$S_{0-9} = v_{\text{ср}(0-9)} \cdot t_{0-9} = 17,5 \cdot 9 \cdot 3600 = 567000 \text{ м}$$

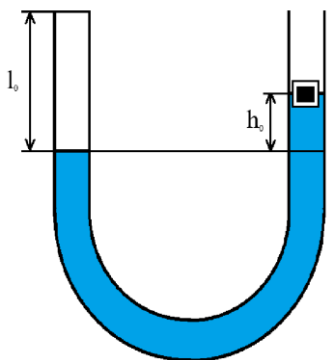
$$S_{9-12} = S_{12} - S_{0-9} = 729000 \text{ м}$$

$$v_{\text{ср}(9-12)} = S_{9-12}/t_{9-12} = 67,5 \text{ м/с}$$

Ответ: 67,5 м/с

Задача U-образная трубка и кубик льда

Вариант 1.1



В пустую U-образную трубку один из концов которой запаян, залили воду. В налитую воду поместили кубик льда с ребром – $3a$, внутри которого был заморожен алюминиевый кубик с ребром – a . После добавления кубика льда уровень жидкости в закрытой части оказался на расстоянии – l_0 от верхнего края трубки, а в открытой части уровень жидкости оказался выше уровня в закрытом на – h_0 (см. рисунок). Как и насколько изменится уровень воды в левом колене, когда весь лёд растает, если изначально нерастающий кубик плавал?

Плотность воды – ρ_B , плотность льда – ρ_L , плотность алюминия – ρ_{Al} , атмосферное давление – p_a , трубка имеет постоянную площадь поперечного сечения – S . Запертый воздух занимает весь предоставленный ему объём, и создаваемое им давление обратно пропорционально занимаемому объёму ($pV = \text{const}$). Теплообменом с окружающей средой пренебречь.

Решение

Рассчитаем, какой объём жидкости V' вытесняет кубик в начальный момент времени. Для этого рассмотрим силы, действующие на кубик: это сила Архимеда и сила тяжести, которые друг друга уравнивают:

$$(m_L + m_{Al})g = \rho_B V' g \quad (1)$$

Масса кубика алюминия будет рассчитываться как произведение плотности алюминия на объём кубика с ребром a . Масса льда – как произведение плотности льда на объём кубика с ребром $3a$ минус объём кубика алюминия ($(3a)^3 - a^3 = 26a^3$). Тогда предыдущее уравнение примет вид:

$$\rho_L 26a^3 + \rho_{Al} a^3 = \rho_B V' \quad (2)$$

Получается, что объём вытесненной жидкости равен:

$$V' = \frac{a^3(26\rho_L + \rho_{Al})}{\rho_B} \quad (3)$$

Когда лёд растает, вся масса льда перейдёт в воду, при этом занимаемый объём изменится:

$$m_L = \rho_L V_L = \rho_B V_B \quad (4)$$

Тогда система кубик алюминия + растаявшая вода будет занимать объём V'' :

$$V'' = \frac{26a^3 \rho_L}{\rho_B} + a^3 = \frac{a^3(26\rho_L + \rho_B)}{\rho_B} \quad (5)$$

Что меньше, чем объём V' . Получается, что при таянии льда уровень воды в правом колене (как и в левом) будет уменьшаться.

Теперь найдём, насколько изменился уровень воды в левом колене при условии, что уменьшение общей длины столба жидкости двух коленях равно:

$$\Delta h = \frac{|V'' - V'|}{S} = \frac{a^3(\rho_{Fe} - \rho_B)}{\rho_B S} \quad (6)$$

До таяния льда давление в правом и левом колене p_0 :

$$p_0 = p_a + \rho_B g h_0 \quad (7)$$

После таяния уровень воды в левом колене уменьшился на x . Для расчёта давления в левом колене после таяния используем условие $pV = \text{const}$. Тогда

$$p_0 V_0 = p_1 V_1 \quad (8)$$

, где $V_0 = S l_0$, $V_1 = S(l_0 + x)$. Тогда давление после таяния будет равно:

$$p_1 = \frac{p_0 l_0}{l_0 + x} \quad (9)$$

Давление, когда лёд растает, в правом колене будет равно $p = p_a + \rho_B g h_0 - \rho_B g \Delta h + \rho_B g x$.

Приравнявая давления в правом и левом коленях, получаем:

$$\frac{p_0 l_0}{l_0 + x} - \rho_B g x = p_a + \rho_B g (h_0 - \Delta h + x) \quad (10)$$

Домножая обе части равенства на знаменатель $l_0 + x$, сокращая на $\rho_B g$ и приводя подобные получаем квадратное уравнение:

$$2x^2 + \left(2l_0 + \frac{p_a}{\rho g} + h_0 - \Delta h\right)x + \left(\frac{p_a - p_0}{\rho g} + (h_0 - \Delta h)\right)l_0 = 0 \quad (11)$$

Решая уравнение, получаем:

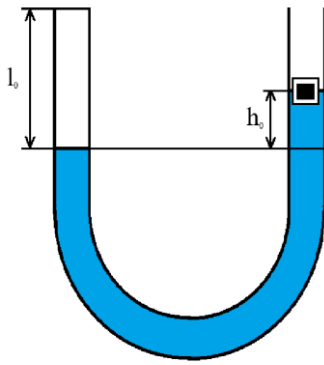
$$x = \frac{-\left(2l_0 + \frac{p_a}{\rho g} + h_0 - \Delta h\right) + \sqrt{\left(2l_0 + \frac{p_a}{\rho g} + h_0 - \Delta h\right)^2 - 4\left(\frac{p_a - p_0}{\rho g} + (h_0 - \Delta h)\right)l_0}}{4} \quad (12)$$

, где $\Delta h = a^3(\rho_{Al} - \rho_B)/(\rho_B S)$

Ответ: уровень воды уменьшится на величину

$$x = \frac{-\left(2l_0 + \frac{p_a}{\rho g} + h_0 - \Delta h\right) + \sqrt{\left(2l_0 + \frac{p_a}{\rho g} + h_0 - \Delta h\right)^2 - 4\left(\frac{p_a - p_0}{\rho g} + (h_0 - \Delta h)\right)l_0}}{4}, \Delta h = a^3(\rho_{Fe} - \rho_B)/(\rho_B S)$$

Вариант 1.2



В пустую U-образную трубку один из концов которой запаян, залили воду. В налитую воду поместили кубик льда с ребром – $4a$, внутри которого был заморожен алюминиевый кубик с ребром – a . После добавления кубика льда уровень жидкости в закрытой части оказался на расстоянии – l_0 от верхнего края трубки, а в открытой части уровень жидкости оказался выше уровня в закрытом на – h_0 (см. рисунок). Как и насколько изменится уровень воды в левом колене, когда весь лёд растает, если изначально нерастаявший кубик плавал?

Плотность воды – ρ_v , плотность льда – ρ_l , плотность алюминия – ρ_{Al} , атмосферное давление – p_a , трубка имеет постоянную площадь поперечного сечения – S . Запертый воздух занимает весь предоставленный ему объём, и создаваемое им давление обратно пропорционально занимаемому объёму ($pV = \text{const}$). Теплообменом с окружающей средой пренебречь.

Ответ: уровень воды уменьшится на величину

$$x = \frac{-\left(2l_0 + \frac{p_a}{\rho g} + h_0 - \Delta h\right) + \sqrt{\left(2l_0 + \frac{p_a}{\rho g} + h_0 - \Delta h\right)^2 - 4\left(\frac{p_a - p_0}{\rho g} + (h_0 - \Delta h)\right)l_0}}{4}, \Delta h = a^3(\rho_{Al} - \rho_v)/(\rho_v S)$$