Задания заключительного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по физике 2024-2025 гг.

<u>Задача</u> **Тепловое КПД**

Вариант 1.1

Вася решил создать свою маленькую электростанцию, чтобы получить электрическую энергию, достаточную для зарядки своего телефона. Для этого он взял кастрюлю с герметично закрывающейся крышкой, в которой проделал отверстие для выхода пара. Над этим отверстием он расположил лопасти, закрепленные на оси электрогенератора. В результате выхода пара лопасти раскручивались, и генератор вырабатывал электричество. В кастрюлю Вася помещал снег с улицы, где была температура – 10°C. В качестве источника энергии он использовал газовые баллоны. Чтобы превратить в пар без остатка каждый килограмм снега, необходим был один баллон с газом. Вася использовал 8 баллонов с газом, в каждом из которых находилось по 200г сжиженного газа, при том, что испарение в кастрюле и горение газа закончились одновременно. Электрическая энергия, полученная с помощью этой электростанции, оказалась равна 10% от всей энергии, полученной снегом. Найдите КПД электростанции, ответ приведите в процентах. Теплоёмкостью кастрюли и лопастей можно пренебречь.

Удельная теплота парообразования воды 2,3 МДж/кг, удельная теплота кристаллизации воды 330 кДж/кг, удельная теплоёмкость воды 4,2 кДж/(кг*°C), удельная теплоёмкость льда 2,1 кДж/(кг*°C), удельная теплота сгорания газа 46 МДж/кг

Решение:

КПД определяется как отношение полезной электрической энергии к энергии, выделенной при сгорании газа(Q) :

$$\eta = E_{электр}/Q,$$

Теплоту выделяемую при сгорании газа можно вычислить через удельная теплота сгорания газа и массу газа:

$Q = qm_{газ} = qNm_{газ\ в\ одном\ баллоне}$, где N - количество баллонов

Электрическая энергия составляет 10% от энергии, переданной снегу: $E_{электр} = 0{,}1Q_{снега}$

Энергия переданная снегу равна, теплоте необходимой для превращения снега в пар:

$$Q_{снега} = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4$$

$Q_1 = C_{снег}m_{снег}\Delta t_1$ – энергия необходимая для нагрева снега до температуры плавления, $\Delta t_1 = 10°C$;

$Q_2 = \lambda m_{снег}$ – энергия необходимая для плавления снега;

$Q_3 = C_{вода}m_{снег}\Delta t_2$ – энергия необходимая для нагрева получившийся из снега воды до температуры кипения, Δt_2=100°C;

$Q_4 = Lm_{снег}$ – энергия необходимая для выпаривания снега;

По условию задачи количество килограмм снега равно количеству баллонов с газом $m_{снег}=N*m_{1кг}$, где $m_{1кг}$=1кг, чтобы соблюсти размерности в формуле

Соберём все формулы и получим ответ:

$\eta=0,1\ (C_{снег}m_{снег}\Delta t_1 + \lambda m_{снег} + C_{вода}m_{снег}\Delta t_2 + Lm_{снег})/\ qNm_{газ\ в\ одном\ баллоне}=0,1m_{1кг}(C_{снег}\Delta t_1 + \lambda + C_{вода}\Delta t_2 + L)/qm_{газ\ в\ одном\ баллоне}=0,1(21000+330000+420000+2300000)/(46000000*0,2)=0,0333=$**3,33%**

Вариант 1.2

Вася решил создать свою маленькую электростанцию, чтобы получить электрическую энергию, достаточную для зарядки своего телефона. Для этого он взял кастрюлю с герметично закрывающейся крышкой, в которой проделал отверстие для выхода пара. Над этим отверстием он расположил лопасти, закрепленные на оси электрогенератора. В результате выхода пара лопасти раскручивались, и генератор вырабатывал электричество. В кастрюлю Вася помещал снег с улицы, где была температура – 20°C. В качестве источника энергии он использовал газовые баллоны. Чтобы превратить в пар без остатка каждый килограмм снега, необходим был один баллон с газом. Вася использовал 8 баллонов с газом, в каждом из которых находилось по 400г сжиженного газа, при том, что испарение в кастрюле и горение газа закончились одновременно. Электрическая энергия, полученная с помощью этой электростанции, оказалась равна 15% от всей энергии, полученной снегом. Найдите КПД электростанции, ответ приведите в процентах. Теплоёмкостью кастрюли и лопастей можно пренебречь.

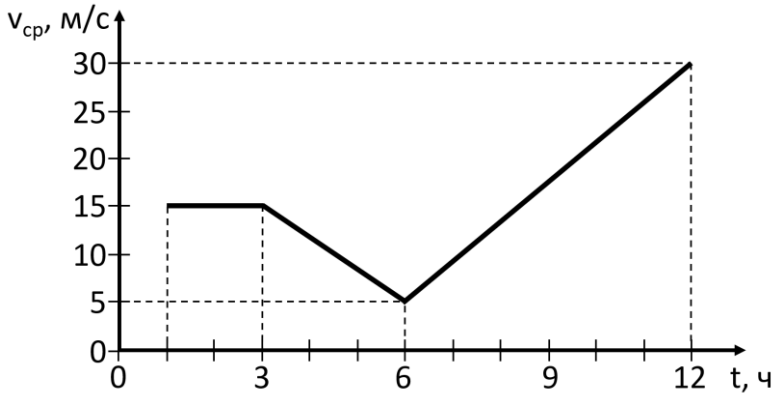
Удельная теплота парообразования воды 2,3 МДж/кг, удельная теплота кристаллизации воды 330 кДж/кг, удельная теплоёмкость воды 4,2 кДж/(кг*°C), удельная теплоёмкость льда 2,1 кДж/(кг*°C), удельная теплота сгорания газа 46 МДж/кг

$\eta=0,1\ (C_{снег}m_{снег}\Delta t_1 + \lambda m_{снег} + C_{вода}m_{снег}\Delta t_2 + Lm_{снег})/\ qNm_{газ\ в\ одном\ баллоне}=0,1m_{1кг}(C_{снег}\Delta t_1 + \lambda + C_{вода}\Delta t_2 + L)/qm_{газ\ в\ одном\ баллоне}=0,15(42000+330000+420000+2300000)/(46000000*0,4)=0,0252=$**2,52%**

Задача **Средняя скорость**

Вариант 1.1

Автомобиль ехал по шоссе с переменной скоростью. На графике представлена средняя скорость автомобиля ($v_{ср}$) за некоторое время после начала отсчета. Найдите среднюю скорость на участке пути пройденного за последние 6 часов. Ответ приведите в м/с.



Решение:

Средняя скорость на определенном участке пути находится по формуле:

$v_{ср} = S/t$, где t – время затраченное на преодоление расстояния S

Чтобы найти расстояние, пройденное за последние 6 часов, можно найти полный путь за все 12 часов и из него вычесть путь пройденный за первые 6 часов. Это можно сделать, используя формулу для средней скорости приведенную выше, не забыв перевести часы в секунды.

$$S_{12} = v_{ср(12)} * t_{12} = 30*12*3600 = 1296000м$$

Так как на графике указана средняя скорость за некоторое время после начала отсчета, то за первые 6 часов средняя скорость как раз и дана на графике $v_{ср(0-6)}$=5м/с

$$S_{0-6} = v_{ср(0-6)} * t_{0-6} = 5*6*3600 = 108000м$$

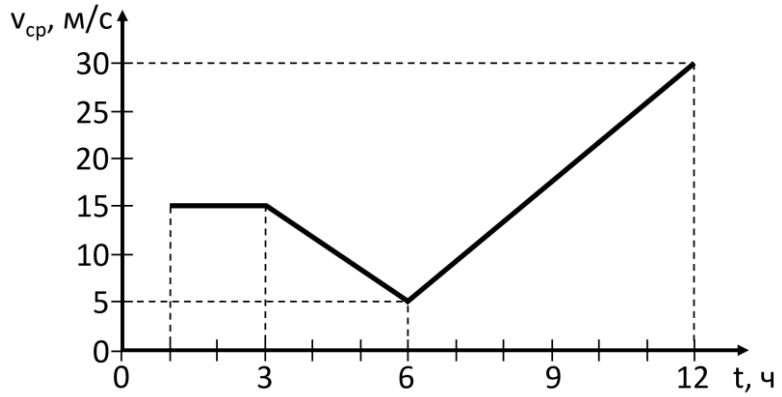
$$S_{6-12} = S_{12} - S_{0-6} = 1188000м$$

$$v_{ср(6-12)} = S_{6-12}/t_{6-12} = 55м/с$$

Ответ: 55 м/с

Вариант 1.2

Автомобиль ехал по шоссе с переменной скоростью. На графике представлена средняя скорость автомобиля ($v_{ср}$) за некоторое время после начала отсчета. Найдите среднюю скорость на участке пути пройденного за последние 3 часа. Ответ приведите в м/с.



Решение:

Средняя скорость на определенном участке пути находится по формуле:

$v_{ср} = S/t$, где t – время затраченное на преодоление расстояния S

Чтобы найти расстояние, пройденное за последние 6 часов, можно найти полный путь за все 12 часов и из него вычесть путь пройденный за первые 6 часов. Это можно сделать, используя формулу для средней скорости приведенную выше, не забыв перевести часы в секунды.

$$S_{12} = v_{ср(12)} * t_{12} = 30*12*3600 = 129600м$$

Так как на графике указана средняя скорость за некоторое время после начала отсчета, то за первые 9 часов средняя скорость находится из графика $v_{ср(0-9)} = 5+(v_{ср(0-12)} - v_{ср(0-6)})/2$ 17,5м/с

$$S_{0-9} = v_{ср(0-9)} * t_{0-9} = 17,5*9*3600 = 567000м$$

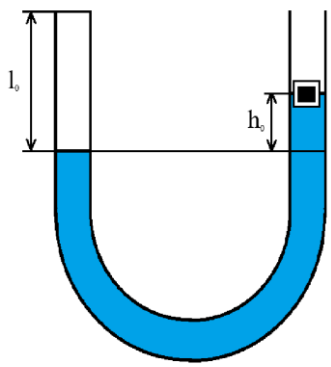
$$S_{9-12} = S_{12} - S_{0-9} = 729000м$$

$$v_{ср(9-12)} = S_{9-12}/t_{9-12} = 67,5м/с$$

Ответ: 67,5 м/с

Задача **U-образная трубка и кубик льда**

Вариант 1.1



В пустую U-образную трубку один из концов которой запаян, залили воду. В налитую воду поместили кубик льда с ребром – 3a, внутри которого был вморожен алюминиевый кубик с ребром – a. После добавления кубика льда уровень жидкости в закрытой части оказался на расстоянии – l_0 от верхнего края трубки, а в открытой части уровень жидкости оказался выше уровня в закрытом на – h_0 (см. рисунок). Как и насколько изменится уровень воды в левом колене, когда весь лёд растает, если изначально нерастаявший кубик плавал? Плотность воды - $\rho_в$, плотность льда – $\rho_л$, плотность алюминия – ρ_{Al}, атмосферное давление - p_a, трубка имеет постоянную площадь поперечного сечения – S. Запертый воздух занимает весь предоставленный ему объём, и создаваемое им давление обратно пропорционально занимаемому объёму (pV=const). Теплообменом с окружающей средой пренебречь.

Решение

Рассчитаем, какой объем жидкости *V'* вытесняет кубик в начальный момент времени. Для этого рассмотрим силы, действующие на кубик: это сила Архимеда и сила тяжести, которые друг друга уравновешивают:

$$(m_л + m_{Al})g = \rho_B V' g \quad (1)$$

Масса кубика алюминия будет рассчитываться как произведение плотности алюминия на объем кубика с ребром *a*. Масса льда – как произведение плотности льда на объем кубика с ребром *3a* минус объём кубика алюминия ($(3a)^3-a^3=26a^3$). Тогда предыдущее уравнение примет вид:

$$\rho_л 26a^3 + \rho_{Al} a^3 = \rho_B V' \quad (2)$$

Получается, что объём вытесненной жидкости равен:

$$V' = \frac{a^3(26\rho_л + \rho_{Al})}{\rho_B} \quad (3)$$

Когда лёд растает, вся масса льда перейдёт в воду, при этом занимаемый объем изменится:

$$m_л = \rho_л V_л = \rho_B V_B \quad (4)$$

Тогда система кубик алюминия + растаявшая вода будет занимать объем *V''*:

$$V'' = \frac{26a^3\rho_л}{\rho_B} + a^3 = \frac{a^3(26\rho_л + \rho_B)}{\rho_B} \quad (5)$$

Что меньше, чем объём *V'*. Получается, что при таянии льда уровень воды в правом колене (как и в левом) будет уменьшаться.

Теперь найдём, насколько изменился уровень воды в левом колене при условии, что уменьшение общей длины столба жидкости двух коленах равно:

$$\Delta h = \frac{|V'' - V'|}{S} = \frac{a^3(\rho_{Fe} - \rho_в)}{\rho_в S} \quad (6)$$

До таяния льда давление в правом и левом колене p_0:

$$p_0 = p_a + \rho_B g h_0 \quad (7)$$

После таяния уровень воды в левом колене уменьшился на x. Для расчёта давления в левом колене после таяния используем условие *pV=const.* Тогда

$$p_0 V_0 = p_1 V_1 \quad (8)$$

, где $V_0 = S l_0$, $V_1 = S(l_0 + x)$. Тогда давление после таяния будет равно:

$$p_1 = \frac{p_0 l_0}{l_0 + x} \quad (9)$$

Давление, когда лёд растает, в правом колене будет равно $p = p_a + \rho_B g h_0 - \rho_B g \Delta h + \rho_B g x$.

Приравнивая давления в правом и левом коленах, получаем:

$$\frac{p_0 l_0}{l_0 + x} - \rho_B g x = p_a + \rho_B g (h_0 - \Delta h + x) \quad (10)$$

Домножая обе части равенства на знаменатель $l_0 + x$, сокращая на $\rho_B g$ и приводя подобные получаем квадратное уравнение:

$$2x^2 + \left(2l_0 + \frac{p_a}{\rho g} + h_0 - \Delta h\right) x + \left(\frac{p_a - p_0}{\rho g} + (h_0 - \Delta h)\right) l_0 = 0 \quad (11)$$

Решая уравнение, получаем:

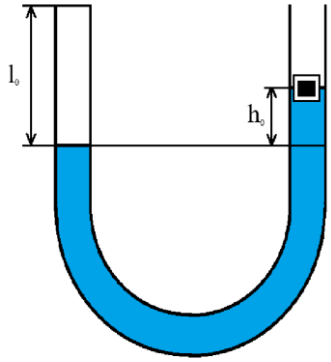
$$x = \frac{-\left(2l_0 + \frac{p_a}{\rho g} + h_0 - \Delta h\right) + \sqrt{\left(2l_0 + \frac{p_a}{\rho g} + h_0 - \Delta h\right)^2 - 4\left(\frac{p_a - p_0}{\rho g} + (h_0 - \Delta h)\right) l_0}}{4} \quad (12)$$

, где $\Delta h = a^3(\rho_{Al} - \rho_в)/(\rho_в S)$

Ответ: уровень воды уменьшится на величину

$$x = \frac{-\left(2l_0 + \frac{p_a}{\rho g} + h_0 - \Delta h\right) + \sqrt{\left(2l_0 + \frac{p_a}{\rho g} + h_0 - \Delta h\right)^2 - 4\left(\frac{p_a - p_0}{\rho g} + (h_0 - \Delta h)\right) l_0}}{4}, \Delta h = a^3(\rho_{Fe} - \rho_в)/(\rho_в S)$$

Вариант 1.2



В пустую U-образную трубку один из концов которой запаян, залили воду. В налитую воду поместили кубик льда с ребром – 4a, внутри которого был вморожен алюминиевый кубик с ребром – a. После добавления кубика льда уровень жидкости в закрытой части оказался на расстоянии – l_0 от верхнего края трубки, а в открытой части уровень жидкости оказался выше уровня в закрытом на – h_0 (см. рисунок). Как и насколько изменится уровень воды в левом колене, когда весь лёд растает, если изначально нерастаявший кубик плавал? Плотность воды - $\rho_в$, плотность льда – $\rho_л$, плотность алюминия – ρ_{Al}, атмосферное давление - p_a, трубка имеет постоянную площадь поперечного сечения– S. Запертый воздух занимает весь предоставленный ему объём, и создаваемое им давление обратно пропорционально занимаемому объёму (pV=const). Теплообменом с окружающей средой пренебречь.

Ответ: уровень воды уменьшится на величину

$$x = \frac{-\left(2l_0+\frac{p_a}{\rho g}+h_0-\Delta h\right)+\sqrt{\left(2l_0+\frac{p_a}{\rho g}+h_0-\Delta h\right)^2-4\left(\frac{p_a-p_0}{\rho g}+(h_0-\Delta h)\right)l_0}}{4}, \Delta h = a^3(\rho_{Al}-\rho_в)/(\rho_в S)$$

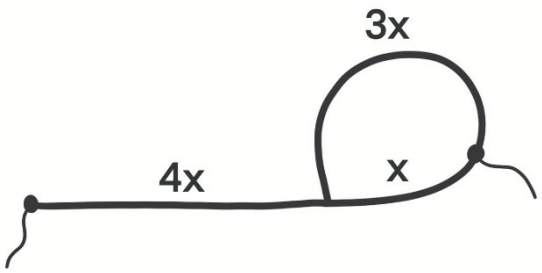
Задача **Согнутая проволока**

Вариант 1.1

Одну клемму источника тока подключили к концу медной проволоки, вторую на некотором расстоянии от первой клеммы, так чтобы длина всей проволоки делилась на два отрезка в отношении 5:3. Свободный конец медной проволоки припаяли к середине этой проволоки, так что образовалась петля. Известно, что длина проволоки равна 80 см, площадь поперечного сечения 0,2 мм^2 и удельное сопротивление меди составляет 0,0175 Ом*мм^2/м. На клеммы подали напряжение 5 В. Найдите силу тока, ответ представьте в А, результат округлите до целого.

Решение:

1. Клеммы делят проволоку на две части 5x и 3x. Суммарно, проволока состоит из 8-ми одинаковых отрезков 5x + 3x=8x, где x – сопротивление 1/8 отрезка проволоки x=rl/8s, где r удельное сопротивление меди, l – длина проволоки, s – площадь



поперечного сечения.
2. После формирования петли, на проволоке образуется 3 отрезка с различными сопротивлениями: 4x – отрезок до места спайки, 3x и 1x – отрезки на петле. Полученные отрезки можно представить в виде резисторов с сопротивлениями: 4x, 3x и 1x.
3. Эти сопротивления образуют схему в виде последовательного подключения куска 4x с параллельно соединенными кусками 3x и x.
   Общее сопротивление проволоки Rобщ=4x+3x/(1+3)=4,75x
   Поставим x, получим Rобщ=4,75rl/8s
4. По закону Ома сила тока равна I=U/R=8Us/4,75rl=120,3A

Ответ: 120A

Вариант 2.1

Клеммы источника тока подключили к концу медной проволоки и на некотором расстоянии от первой клеммы, так чтобы длина всей проволоки делилась на два отрезка в отношении 5:3. Свободный конец медной проволоки припаяли к середине этой проволоки, так что образовалась петля. Известно, что длина проволоки равна 80 см, площадь поперечного сечения 0,4 мм^2 и удельное сопротивление меди составляет 0,0175 Ом*мм^2/м. Через клеммы проходит ток равный 100 А. Найдите напряжение, подаваемое на клеммы. Ответ представьте к В, результат округлите до целого.

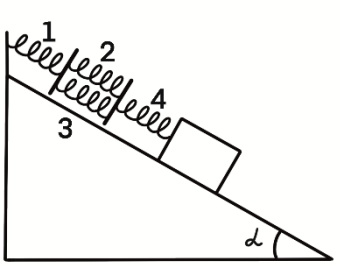
I=8Us/4,75rl

U=4,75rlI/8s=2,078В=2В

Ответ: 2В

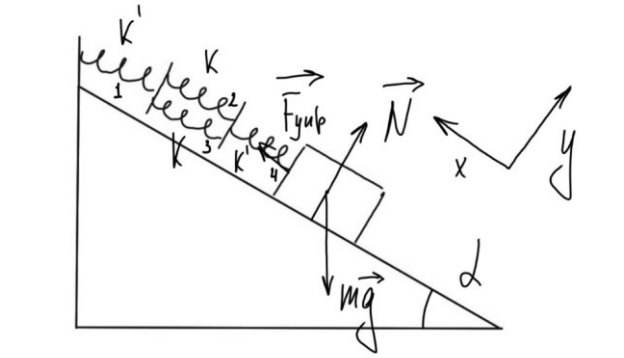
Задача **Пружинные системы и наклонная плоскость**

Вариант 1.1



На гладкой наклонной плоскости расположен брусок массой m = 2 кг, прикрепленный к конструкции пружин (см. рисунок), состоящей из пружин с жёсткостями k’ = 300 Н/м для 1 и 4 пружин и k = 100 Н/м для 2 и 3 пружин. Найти удлинение пружины под цифрой 2. Угол наклона плоскости α = 30°. Ускорение свободного падения принять равным g = 10 м/с^2. Все пружины растягиваются параллельно поверхности наклонной плоскости. Пружины 2 и 3 в свободном состоянии имеют одинаковую длину.

Решение:



По второму закону Ньютона:

$$\vec{F} = m\vec{a} \tag{1}$$

Распишем силы, действующие на брусок. Это сила тяжести, сила реакции опоры, сила упругости со стороны системы пружин:

$$\overrightarrow{F_{упр}} + m\vec{g} + \vec{N} = m\overrightarrow{a} \tag{2}$$

И спроецируем эти силы на оси, ориентированные вдоль (ось x) и перпендикулярно (ось y) поверхности:

$$Oy: N - mg\cos\alpha = 0 \tag{3}$$

$$Ox: F_{упр} - mg\sin\alpha = 0 \tag{4}$$

Сила упругости будет определяться как общее растяжение пружины $x_{общ}$, умноженное на общий коэффициент жесткости системы пружин:

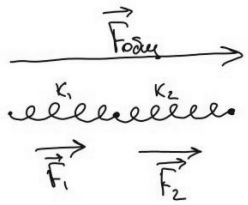
$$F_{упр} = k_{общ}x_{общ} \tag{5}$$

Выразим общее растяжение, используя уравнения проекций:

$$x_{общ} = \frac{mg\sin\alpha}{k_{общ}} \tag{6}$$

Теперь определим, как зависит растяжение каждой пружины и коэффициент жесткости в зависимости от параллельного и последовательного соединения пружин.

В случае последовательного соединения:



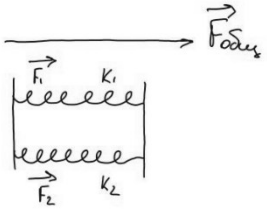
$$\vec{F} = \vec{F}_1 = \vec{F}_2 \tag{7}$$

$$x = x_1 + x_2 \tag{8}$$

$$\frac{F}{k} = \frac{F}{k_1} + \frac{F}{k_2} \tag{9}$$

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \tag{10}$$

В случае параллельного:



$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \tag{11}$$

$$x = x_1 = x_2 \tag{12}$$

$$kx = k_1x_1 + k_2x_2 \tag{13}$$

$$k = k_1 + k_2 \tag{14}$$

Определим общее растяжение системы пружин. Общее растяжение будет определяться, как сумма растяжений последовательно соединенных пружин (у параллельно соединенных пружин 2 и 3 растяжение будет одинаковым – обозначим его за *x*):

$$x_{\text{общ}} = x' + x + x' = 2x' + x \tag{15}$$

Для каждой части конструкции пружин соединенных последовательно силы растяжения будут одинаковыми. Обозначим за F’ силу для первой пружины, а суммарную силу для 2 и 3 обозначим за F:

$$F' = F \tag{16}$$

Распишем эти силы. Учитывая, что коэффициент жесткости для параллельно соединенных пружин 2 и 3 определяется как:

$$k_{23} = k_2 + k_3 = 2k \tag{17}$$

Для расписанных сил F’ и F получим:

$$k'x' = 2kx \tag{18}$$

Тогда из (18) выразим x' и подставим в (15), чтобы получить общее растяжение

$$x_{\text{общ}} = 2\frac{2kx}{k'} + x = x\left(4\frac{k}{k'} + 1\right) \tag{19}$$

И растяжение пружины 2 будет определяться как

$$x = \frac{x_{\text{общ}}}{4\frac{k}{k'} + 1} \tag{20}$$

Найдём жесткость системы пружин:

$$\frac{1}{k_{\text{общ}}} = \frac{1}{k'} + \frac{1}{k+k} + \frac{1}{k'} \tag{21}$$

Получаем:

$$k_{\text{общ}} = \frac{2kk'}{4k+k'} \tag{22}$$

Собираем уравнения (6) (20) и (22) вместе. Получаем, что растяжение пружины выражается:

$$x = \frac{mg\,sin\,\alpha(4k+k')k'}{(4k+k')2kk'} = \frac{mg\,sin\,\alpha}{2k} \tag{23}$$

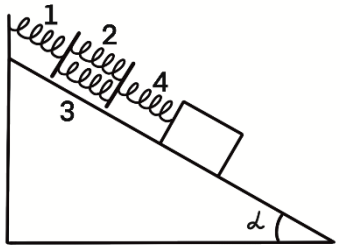
Уравнение (23) можно было получить и проще, если в уравнениях (5) и (6) за $F_{упр}$ принять силу действующую на участок состоящий из 2 и 3 пружины параллельно, что возможно так как эта сила равна общей силе упругости системы пружин соединенных последовательно. Тогда в (6) в качестве $x_{общ}$ использовалось бы искомое растяжение – x, а в качестве $k_{общ}$ нужно было бы использовать жесткость этого участка k_{23} = 2k.

Подставляя данные из условия задачи в (23), получаем x=0,05 м

Ответ: 0,05 м

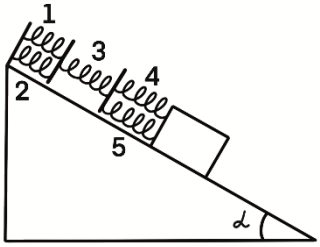
Вариант 1.2

На гладкой наклонной плоскости расположен брусок массой m = 1 кг, прикрепленный к конструкции пружин (см. рисунок), состоящей из пружин с жёсткостями k’ = 400 Н/м для 1 и 4 пружин и k = 200 Н/м для 2 и 3 пружин. Найти удлинение пружины под цифрой 3. Угол наклона плоскости α = 30º. Ускорение свободного падения принять равным g = 10 м/с^2. Все пружины растягиваются параллельно поверхности наклонной плоскости. Пружины 2 и 3 в свободном состоянии имеют одинаковую длину.



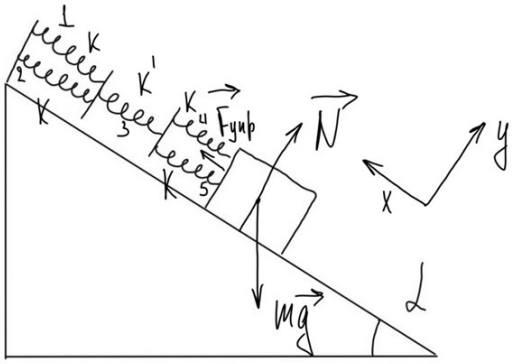
Ответ: 0,0125 м.

Вариант 2.1



На гладкой наклонной плоскости расположен брусок массой m = 2 кг, прикрепленный к конструкции пружин (см. рисунок), состоящей из пружин с жёсткостями k’ = 300 Н/м для 3 пружины и k = 100 Н/м для всех других пружин. Найти удлинение пружины под цифрой 4. Угол наклона плоскости α = 30º. Ускорение свободного падения принять равным g = 10 м/с^2. Все пружины растягиваются параллельно поверхности наклонной плоскости.

Решение:



По второму закону Ньютона:

$$\vec{F} = m\vec{a} \tag{1}$$

Распишем силы, действующие на брусок. Это сила тяжести, сила реакции опоры, сила упругости со стороны системы пружин:

$$\overrightarrow{F_{упр}} + m\vec{g} + \vec{N} = m\overrightarrow{a} \tag{2}$$

И спроецируем эти силы на оси, ориентированные вдоль (ось x) и перпендикулярно (ось y) поверхности:

$$Oy: N - mg\cos\alpha = 0 \tag{3}$$

$$Ox: F_{упр} - mg\sin\alpha = 0 \tag{4}$$

Сила упругости будет определяться как общее растяжение пружины $x_{общ}$, умноженное на общий коэффициент жесткости системы пружин:

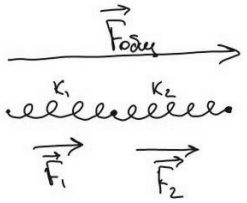
$$F_{\text{упр}} = k_{\text{общ}} x_{\text{общ}} \tag{5}$$

Выразим общее растяжение, используя уравнения проекций:

$$x_{\text{общ}} = \frac{mg\sin\alpha}{k_{\text{общ}}} \tag{6}$$

Теперь определим, как зависит растяжение каждой пружины и коэффициент жесткости в зависимости от параллельного и последовательного соединения пружин.

В случае последовательного соединения:



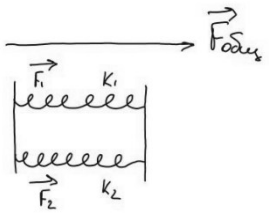
$$\vec{F} = \vec{F}_1 = \vec{F}_2 \quad (7)$$

$$x = x_1 + x_2 \quad (8)$$

$$\frac{F}{k} = \frac{F}{k_1} + \frac{F}{k_2} \quad (9)$$

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \quad (10)$$

В случае параллельного:



$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \quad (11)$$

$$x = x_1 = x_2 \quad (12)$$

$$kx = k_1x_1 + k_2x_2 \quad (13)$$

$$k = k_1 + k_2 \quad (14)$$

Определим общее растяжение системы пружин. Оно будет определяться, как сумма растяжений последовательно соединенных пружин (для участка параллельно соединенных пружин 1 и 2 растяжение будет одинаковым – обозначим его за x, такое же растяжение будет для 4 и 5 потому что жесткости этих пружин одинаковые, а для третьей пружины обозначим растяжение за x’.

$$x_{\text{общ}} = x\ + x' + x \quad (15)$$

Для каждой части конструкции пружин соединенных последовательно силы растяжения будут одинаковыми. Обозначим за F’ силу для третьей пружины, а суммарную силу для 4 и 5 обозначим за F:

$$F' = F \quad (16)$$

Распишем эти силы. Учитывая, что коэффициент жесткости для параллельно соединенных пружин 4 и 5 определяется как:

$$k_{45} = k_4 + k_5 = 2k \quad (17)$$

Для расписанных сил F’ и F получим:

$$k'x\ ' = 2kx \quad (18)$$

Тогда из (18) выразим x' и подставим в (15), чтобы получить общее растяжение

$$x_{\text{общ}} = \frac{2kx}{k'} + 2x = 2x\left(\frac{k}{k'} + 1\right) \quad (19)$$

И растяжение пружины 2 будет определяться как

$$x = \frac{x_{\text{общ}}}{2(\frac{k}{k'} + 1)} \quad (20)$$

Найдём жесткость системы пружин:

$$\frac{1}{k_{\text{общ}}} = \frac{1}{k+k} + \frac{1}{k'} + \frac{1}{k+k} \quad (21)$$

Получаем:

$$k_{\text{общ}} = \frac{kk'}{k + k'} \tag{22}$$

Собираем уравнения (6) (20) и (22) вместе. Получаем, что растяжение пружины выражается:

$$x = \frac{mg\ sin\,\alpha(k + k')k'}{(k + k')2kk'} = \frac{mg\ sin\,\alpha}{2k} \tag{23}$$

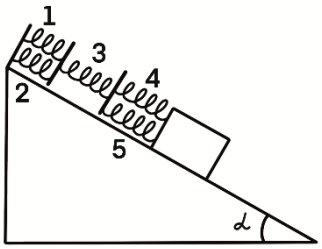
Уравнение (23) можно было получить и другим способом, если в уравнениях (5) и (6) за $F_{упр}$ принять силу действующую на участок состоящий из 4 и 5 пружины параллельно, что возможно так как эта сила равна общей силе упругости системы пружин соединенных последовательно. Тогда в (6) в качестве $x_{общ}$ использовалось бы искомое растяжение – x, а в качестве $k_{общ}$ нужно было бы использовать жесткость этого участка k_{45} = 2k.

Подставляя данные из условия задачи, получаем x=0,05 м

Ответ: x=0,05 м.

Вариант 2.2

На гладкой наклонной плоскости расположен брусок массой m = 1 кг, прикрепленный к конструкции пружин (см. рисунок), состоящей из пружин с жёсткостями k’ = 400 Н/м для 3 пружины и k = 200 Н/м для всех других пружин. Найти удлинение пружины под цифрой 3. Угол наклона плоскости α = 30º. Ускорение свободного падения принять равным g = 10 м/с^2. Все пружины растягиваются параллельно поверхности наклонной плоскости. Пружины 1, 2, 4 и 5 в свободном состоянии имеют одинаковую длину.



Ответ: x = 0,0125 м.