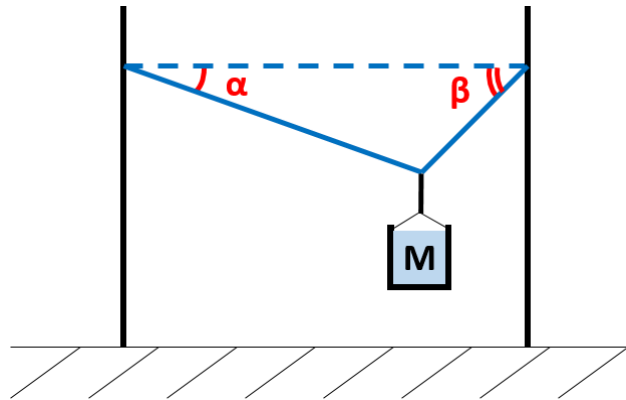


Задания отборочного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по физике 2024-2025 гг.

Участникам отборочного этапа Олимпиады по физике из 8-11х классов предлагался вариант, состоявший из 6 задач. Каждая из задач составлялась в нескольких вариациях, выбиравшаяся системой проведения Олимпиады случайным образом. При проверке проверялась корректность введенного в систему числового ответа. Часть задач предлагались к решению участникам разных классов. Ниже в обозначениях задач указывается участникам из каких классов они предназначались.

Задача -11.1

Вариант 1



Решение:

Поскольку ведро закреплено жестко на жгутае (не скользит), то натяжение в разных частях жгута будет разным. Так как воду наливают медленно, то оно находится в равновесии – скомпенсированы как горизонтальные, так и вертикальные силы:

$$F_{x1} = F_{x2} \Rightarrow T_1 \cos \alpha = T_2 \cos \beta$$

$$F_{y1} + F_{y2} = Mg \Rightarrow T_1 \sin \alpha + T_2 \sin \beta = Mg$$

Первое из соотношений для заданных углов однозначно определяет, какое из натяжений будет больше и которое, соответственно, и приводит к разрыву жгута. Его и нужно найти.

Пусть $\beta > \alpha$. Тогда $T_2 > T_1$, и жгут порвался из-за натяжения T_2 . T_1 можно выразить через T_2 из первого уравнения:

$$T_1 = \frac{\cos \beta}{\cos \alpha} T_2$$

и подставить во второе:

$$T_2 = \frac{Mg}{\cos \beta \tan \alpha + \sin \beta}$$

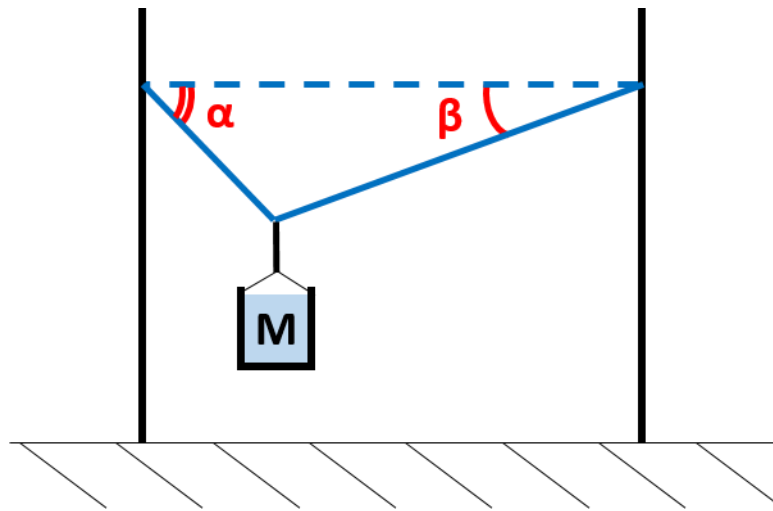
Подставляя числовые значения, находим ответ:

1. $M=10$ кг, $T_2=87$ Н.
2. $M=5$ кг, $T_2=43$ Н.

Вариант 2

Концы невесомого жгута закреплены на двух опорах так, что жгут горизонтален, не провисает, но и не натянут. К некоторой точке жгута привязали ведро и начали медленно наполнять его водой. Когда масса ведра с водой стала равной 10 кг, один его участок

составлял к горизонтали угол $\alpha=60^\circ$, а другой – угол $\beta=30^\circ$ (см. рисунок), жгут порвался. Определите максимальное натяжение, при котором рвется жгут. Ведро не скользит по жгуту. Ускорение свободного падения примите равным 10 м/с^2 . Ответ приведите в ньютонах, округлив до ближайшего целого значения.



Решение:

Поскольку ведро закреплено жестко на жгуте (не скользит), то натяжение в разных частях жгута будет разное. Так как воду наливают медленно, то оно находится в равновесии – скомпенсированы как горизонтальные, так и вертикальные силы:

$$F_{x1} = F_{x2} \Rightarrow T_1 \cos \alpha = T_2 \cos \beta$$

$$F_{y1} + F_{y2} = Mg \Rightarrow T_1 \sin \alpha + T_2 \sin \beta = Mg$$

Первое из соотношений для заданных углов однозначно определяет, какое из натяжений будет больше и которое, соответственно, и приводит к разрыву жгута. Его и нужно найти.

Пусть $\beta < \alpha$. Тогда $T_2 < T_1$, и жгут порвался из-за натяжения T_1 . T_2 можно выразить через T_1 из первого уравнения:

$$T_2 = \frac{\cos \alpha}{\cos \beta} T_1$$

и подставить во второе:

$$T_1 = \frac{Mg}{\cos \alpha \tan \beta + \sin \alpha}$$

Подставляя числовые значения, находим ответ:

1. $M=15 \text{ кг}$, $T_1=130 \text{ Н}$.
2. $M=7.5 \text{ кг}$, $T_1=65 \text{ Н}$.

Задача 11.2

Вариант 1

В экспериментальном лифте в пол вмонтирована сенсорная кнопка, при нажатии которой лифт начинает двигаться вертикально вниз с постоянным ускорением. Испытатель, находясь в неподвижном лифте, держит мячик на высоте h и отпускает его ровно над кнопкой. Определите ускорение лифта, если известно, что спустя время t после начала движения, мячик, единожды отскочив от кнопки, оказался на высоте H над полом лифта. Ускорение свободного падения примите равным g . Мячик отскакивает от кнопки абсолютно упруго.

Решение:

До столкновения с кнопкой мячик движется в поле тяжести земли, начальная скорость его равна нулю. Время от начала движения мячика до столкновения с кнопкой тогда будет:

$$t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

А скорость в момент удара:

$$v_1 = \sqrt{2gh}$$

Движение шарика в системе отсчета, связанной с лифтом, после отскока будет описываться формулой:

$$y_2(t) = v_1(t - t_1) - \frac{1}{2}(g - a)(t - t_1)^2$$

И ускорение лифта тогда будет:

$$\frac{2(H - v_1(t - t_1))}{(t - t_1)^2} + g = a$$

Подставляя числа, получаем окончательный ответ:

1. $h=1.25$ м, $t_1=0.5$ с, $v_1=5$ м/с, $t=1$ с, $H=1.5$ м, $a=2$ м/с²
2. $h=1.8$ м, $t_1=0.6$ с, $v_1=6$ м/с, $t=1$ с, $H=2$ м, $a=5$ м/с²

Вариант 2

В экспериментальном лифте в пол вмонтирована сенсорная кнопка, при нажатии которой лифт начинает двигаться вниз с постоянным ускорением $a < g$. Испытатель, находясь в лифте, держит мячик на высоте h и отпускает его ровно над кнопкой. Определите скорость мячика в момент второго соударения с кнопкой, если известно, что оно произошло спустя время t после начала движения. Ускорение свободного падения примите равным g . Мячик отскакивает от кнопки абсолютно упруго.

Решение:

До столкновения с кнопкой мячик движется в поле тяжести земли, начальная скорость его равна нулю. Время от начала движения мячика до столкновения с кнопкой тогда будет:

$$t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

А скорость в момент удара:

$$v_1 = \sqrt{2gh}$$

Поскольку лифт начинает двигаться с нулевой скоростью, то до второго столкновения он пройдет расстояние:

$$\Delta L = \frac{a(t - t_1)^2}{2}$$

Поскольку мячик отскакивает от кнопки абсолютно упруго, то после первого соударения относительно земли он поднимется на то же расстояние, с которого его бросали. Тогда закон сохранения энергии будет записан как:

$$mg(h + \Delta L) = \frac{mv^2}{2}$$

Откуда найдем скорость:

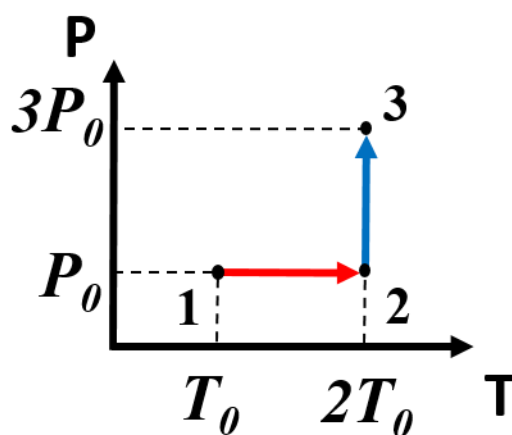
$$\sqrt{g \left(2h + a \left(t - \sqrt{\frac{2h}{g}} \right)^2 \right)} = v$$

1. $h=1.25$ м, $t_1=0.5$ с, $t=1.5$ с, $a=1.1$ м/с², $v=6$ м/с.
2. $h=1.8$ м, $t_1=0.6$ с, $t=1.6$ с, $a=1.3$ м/с², $v=7$ м/с

Задача -11.3

Вариант 1

Изменение состояния некоторого количества одноатомного идеального газа проиллюстрировано на графике. Известно, что минимальный объем, занимаемый газом в ходе этого процесса, был равен $V_{\min}$. Рассчитайте изменение внутренней энергии газа в результате процесса 1-3. Ответ приведите в джоулях. Начальное давление газа равно P_0 .



Решение:

Из уравнения состояния идеального газа следует, что объем пропорционален величине T/P . Среди трех состояний наименьшим это отношение будет в точке 3. Отсюда найдем:

$$3P_0 V_{\min} = \nu R 2T_0 \Rightarrow \nu = \frac{3P_0 V_{\min}}{2RT_0}$$

И тогда изменение внутренней энергии будет равно:

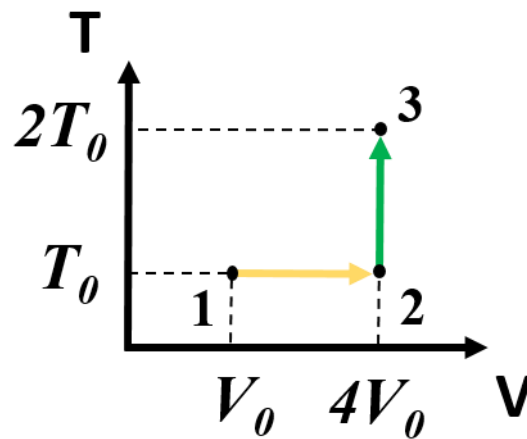
$$\Delta U = \frac{3}{2} \nu R \Delta T = \frac{3}{2} \frac{3P_0 V_{\min}}{2RT_0} RT_0 = \frac{9}{4} P_0 V_{\min}$$

Подставляя значения, получаем ответ:

1. $V_{\min}=2 \text{ л}=0.002 \text{ м}^3$, $P_0=40 \text{ кПа}$, $dU=180 \text{ Дж}$.
2. $V_{\min}=12 \text{ л}=0.012 \text{ м}^3$, $P_0=10 \text{ кПа}$, $dU=270 \text{ Дж}$.

Вариант 2

Изменение состояния некоторого количества одноатомного идеального газа проиллюстрировано на графике. Известно, что максимальное давление газа в ходе этого процесса было равно $P_{\max}$. Рассчитайте изменение внутренней энергии газа в результате процесса 1-3. Ответ приведите в джоулях. Начальный объем газа равен V_0 .



Решение:

Из уравнения состояния идеального газа следует, что давление пропорционально величине T/V . Среди трех состояний наибольшим это отношение будет в точке 1. Отсюда найдем:

$$P_{max}V_0 = \nu RT_0 \Rightarrow \nu = \frac{P_{max}V_0}{RT_0}$$

И тогда изменение внутренней энергии будет равно:

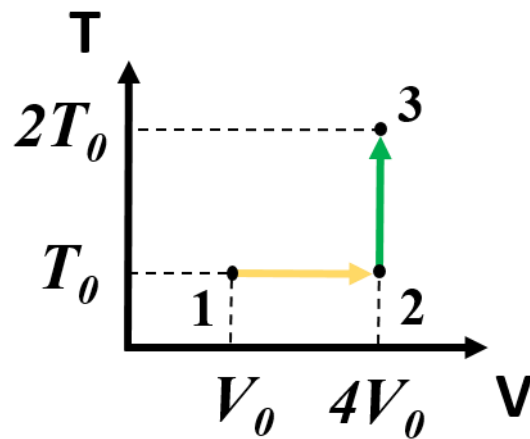
$$\Delta U = \frac{3}{2} \nu R \Delta T = \frac{3}{2} \frac{P_{max}V_0}{RT_0} RT_0 = \frac{3}{2} P_{max}V_0$$

Подставляя значения, получаем ответ:

1. $V_0=1 \text{ л}=0.001 \text{ м}^3$, $P_{max}=200 \text{ кПа}$, $dU=300 \text{ Дж}$.
2. $V_0=2 \text{ л}=0.002 \text{ м}^3$, $P_{max}=45 \text{ кПа}$, $dU=135 \text{ Дж}$.

Вариант 3

Изменение состояния некоторого количества одноатомного идеального газа проиллюстрировано на графике. Известно, что минимальное давление газа в ходе этого процесса было равно P_{min} . Рассчитайте изменение внутренней энергии газа в результате процесса 1-3. Ответ приведите в джоулях. Начальный объем газа равен V_0 .



Решение:

Из уравнения состояния идеального газа следует, что давление пропорционально величине T/V . Среди трех состояний наименьшим это отношение будет в точке 2. Отсюда найдем:

$$P_{\min} 4V_0 = \nu R T_0 \Rightarrow \nu = \frac{4P_{\min} V_0}{RT_0}$$

И тогда изменение внутренней энергии будет равно:

$$\Delta U = \frac{3}{2} \nu R \Delta T = \frac{3}{2} \frac{4P_{\min} V_0}{RT_0} RT_0 = 6P_{\min} V_0$$

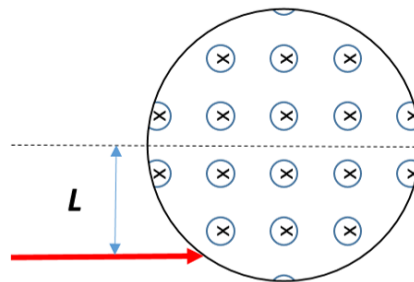
Подставляя значения, получаем ответ:

1. $V_0 = 1.5 \text{ л} = 0.0015 \text{ м}^3$, $P_{\min} = 30 \text{ кПа}$, $dU = 270 \text{ Дж}$.
2. $V_0 = 2.5 \text{ л} = 0.0025 \text{ м}^3$, $P_{\min} = 20 \text{ кПа}$, $dU = 300 \text{ Дж}$.

Задача 11.1

Вариант 1

В пространстве, сечение которого имеет форму круга, создается однородное магнитное поле. Линии индукции магнитного поля направлены перпендикулярно плоскости рисунка, его индукция равна B . Положительно заряженная пылинка, отношение заряда к массе которой равно q/m , влетает в это поле так, как показано на рисунке (параллельно пунктирной линии, проходящей через центр круга; расстояние L известно). Какова должна быть скорость частицы, чтобы она вылетела из этой области в направлении, противоположном первоначальному? Ответ приведите в м/с.



Решение:

Заряженная частица, попадая в магнитное поле, будет испытывать действие силы Лоренца и двигаться по окружности. Из правила левой руки находим направление силы Лоренца – частица будет двигаться по окружности от точки влета против часовой стрелки. Чтобы частица вылетела из области в направлении, противоположном первоначальному, центр окружности должен быть расположен внутри круга на штрихованной линии. Точка вылета тогда будет диаметрально противоположна точке влета. Отсюда радиус окружности будет равен L .

Индукция магнитного поля и радиус окружности связаны соотношением:

$$qvB = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow v = \frac{qLB}{m} \text{ м/с}$$

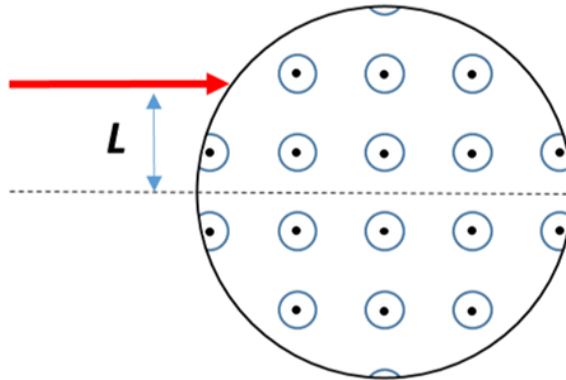
Подставляя числовые значения, получаем ответ:

1. $q/m = 3 \cdot 10^5$ Кл/кг, $B = 2$ Тл, $L = 500$ мкм. $V = 300$ м/с
2. $q/m = 2 \cdot 10^5$ Кл/кг, $B = 1.5$ Тл, $L = 800$ мкм. $V = 240$ м/с

Вариант 2

В пространстве, сечение которого имеет форму круга, создается однородное магнитное поле. Линии индукции магнитного поля направлены перпендикулярно плоскости рисунка, его индукция равна B . Положительно заряженная пылинка, отношение заряда к массе которой равно q/m , влетает в это поле так, как показано на рисунке (параллельно пунктирной линии, проходящей через центр круга; расстояние L известно). Какова должна быть скорость частицы, чтобы она вылетела из этой области в направлении,

противоположном первоначальному? Ответ приведите в м/с, округлив до ближайшего целого значения.



Решение:

Заряженная частица, попадая в магнитное поле, будет испытывать действие силы Лоренца и двигаться по окружности. Из правила левой руки находим направление силы Лоренца – частица будет двигаться по окружности от точки влета по часовой стрелки. Чтобы частица вылетела из области в направлении, противоположном первоначальному, центр окружности должен быть расположен внутри круга на штрихованной линии. Точка вылета тогда будет диаметрально противоположна точке влета. Отсюда радиус окружности будет равен L .

Индукция магнитного поля и радиус окружности связаны соотношением:

$$qvB = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow v = \frac{qLB}{m} \text{ м/с}$$

Подставляя числовые значения, получаем ответ:

1. $q/m=4e5$ Кл/кг, $B=1.25$ Тл, $L=400$ мкм. $V=200$ м/с
2. $q/m=5e5$ Кл/кг, $B=2.4$ Тл, $L=500$ мкм. $V=600$ м/с

Задача 11.2

Вариант 1: Плоский воздушный конденсатор заполнили трансформаторным маслом (диэлектрическая проницаемость 2.2) и зарядили, сообщив 20 джоулей энергии. Затем конденсатор отсоединили от источника, слили половину масла и разрядили. Сколько джоулей энергии выделилось при разрядке, если пластины конденсатора были ориентированы параллельно поверхности земли?

Решение:

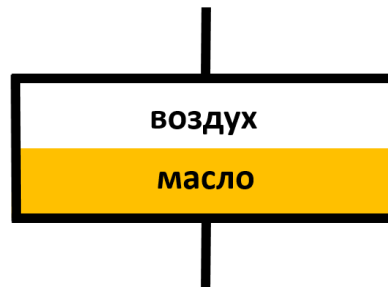
При зарядке конденсатора на обкладках установился заряд:

$$q = \sqrt{2CW}$$

Где C – емкость конденсатора. Формула для емкости:

$$C = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d}$$

После того, как половину масла слили, наполнение конденсатора выглядело следующим образом:



Такая конфигурация эквивалентна последовательному соединению двух конденсаторов. По формуле последовательного соединения конденсаторов их общая емкость будет определяться как:

$$\frac{1}{C'} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{d}{2\varepsilon\varepsilon_0 S} + \frac{d}{2\varepsilon_0 S} = \frac{1}{2C} + \frac{\varepsilon}{2C} = \frac{\varepsilon + 1}{2C} \Rightarrow C' = \frac{2C}{\varepsilon + 1}$$

Поскольку при сливе масла конденсатор был отключен от цепи, заряд на нем не изменился. И тогда энергия при разрядке находится как:

$$W' = \frac{q^2}{2C'} = \frac{CW}{C'} = \frac{W}{2}(\varepsilon + 1)$$

Подставляя значения, получаем ответ:

1. $W=20$ Дж, $W'=32$ Дж

Вариант 2: Плоский воздушный конденсатор заполнили керосином (диэлектрическая проницаемость 2.1) и зарядили, сообщив 31 джоуль энергии. Затем конденсатор отсоединили от источника, слили половину керосина и разрядили. Сколько джоулей

энергии выделилось при разрядке, если пластины конденсатора были ориентированы перпендикулярно поверхности земли?

Решение:

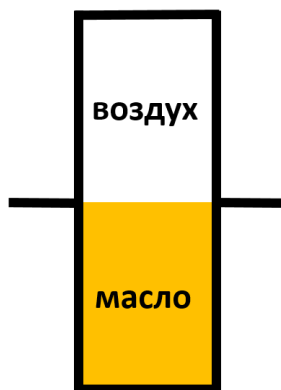
При зарядке конденсатора на обкладках установился заряд:

$$q = \sqrt{2CW}$$

Где C – емкость конденсатора. Формула для емкости:

$$C = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d}$$

После того, как половину масла слили, наполнение конденсатора выглядело следующим образом:



Такая конфигурация эквивалентна параллельному соединению двух конденсаторов. По формуле параллельного соединения конденсаторов их общая емкость будет определяться как:

$$C' = C_1 + C_2 = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{2d} + \frac{\varepsilon_0 S}{2d} = \frac{C}{2} + \frac{C}{2\varepsilon} = \frac{C}{2} \left(1 + \frac{1}{\varepsilon} \right) \Rightarrow C' = C \frac{\varepsilon + 1}{2\varepsilon}$$

Поскольку при сливе масла конденсатор был отключен от цепи, заряд на нем не изменился. И тогда энергия при разрядке находится как:

$$W' = \frac{q^2}{2C'} = \frac{CW}{C'} = W \frac{2\varepsilon}{\varepsilon + 1}$$

Подставляя числовые значения, получаем ответ.

1. $W=31$ Дж, $W'=42$ Дж.

Задача 11.2

Вариант 1

Необходимо изготовить лампу накаливания, в колбе которой будет находиться вольфрамовая нить в вакууме. При работе лампы нить должна нагреваться до рабочей температуры T . Каким должен быть диаметр нити D , чтобы изготовить лампу заданной мощности W , работающую от сети с напряжением U ? Удельное сопротивление вольфрама при рабочей температуре ρ . Нить считайте абсолютно чёрным цилиндром, для которого плотность потока энергии с его поверхности за счёт излучения определяется законом Стефана — Больцмана:

$$j = \sigma T^4,$$

где $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$ – постоянная Стефана-Больцмана. Ответ приведите в микрометрах, округлив до ближайшего целого значения.

$$j = \sigma T^4 \cdot 10^{-8}$$

Решение:

Во время работы лампы вся тепловая энергия, которая выделяется из-за прохождения тока по нити, должны излучаться. Зная напряжение и мощность, можно определить, какое должно быть сопротивление R у нити:

$$W = UI = \frac{U^2}{R}, R = U^2 / W$$

Сопротивление цилиндра связано с удельным сопротивлением:

$$R = \rho \frac{L}{S} = \rho \frac{4L}{\pi D^2}$$

Откуда возникает соотношение на D и L :

$$L = \frac{\pi U^2}{4 \rho W} D^2$$

С другой стороны, во время работы лампы вся тепловая энергия, которая выделяется из-за прохождения тока, должна излучаться с поверхности нити S . То есть:

$$W = S \sigma T^4 = \pi D L \sigma T^4$$

Откуда можно выразить:

$$L = \frac{W}{\pi D \sigma T^4}$$

Объединяя это выражение с предыдущим соотношением на D и L , получаем:

$$\frac{W}{\pi D \sigma T^4} = \frac{\pi U^2}{4 \rho W} D^2 \Rightarrow D = \sqrt[3]{\frac{4 \rho W^2}{\pi^2 U^2 \sigma T^4}}$$

Подставляя числовые значения, получаем:

1. $\rho = 9 \cdot 10^{-7} \text{ Ом} \cdot \text{м}$, $W = 20 \text{ Вт}$, $U = 220 \text{ В}$, $T = 2700 \text{ К}$. $D = 10 \text{ мкм}$
2. $\rho = 9 \cdot 10^{-7} \text{ Ом} \cdot \text{м}$, $W = 60 \text{ Вт}$, $U = 220 \text{ В}$, $T = 2700 \text{ К}$. $D = 21 \text{ мкм}$

Вариант 2

Необходимо изготовить лампу накаливания, в колбе которой будет находиться вольфрамовая нить в вакууме. При работе лампы нить должна нагреваться до рабочей температуры T . Какой должна быть длина нити L , чтобы изготовить лампу заданной мощности W , работающую от сети с напряжением U ? Удельное сопротивление вольфрама при рабочей температуре ρ . Нить считайте абсолютно чёрным цилиндром, для которого плотность потока энергии с его поверхности за счёт излучения определяется законом Стефана — Больцмана:

$$j = \sigma T^4,$$

где $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$ — постоянная Стефана-Больцмана. Ответ приведите в сантиметрах, округлив до ближайшего целого значения.

Решение:

Во время работы лампы вся тепловая энергия, которая выделяется из-за прохождения тока по нити, должны излучаться. Зная напряжение и мощность, можно определить, какое должно быть сопротивление R у нити:

$$W = UI = \frac{U^2}{R}, R = U^2 / W$$

Сопротивление цилиндра связано с удельным сопротивлением:

$$R = \rho \frac{L}{S} = \rho \frac{4L}{\pi D^2}$$

Откуда возникает соотношение на D и L :

$$D = \sqrt{\frac{4 \rho W L}{\pi U^2}} \leq L = \frac{\pi U^2}{4 \rho W} D^2$$

С другой стороны, во время работы лампы вся тепловая энергия, которая выделяется из-за прохождения тока, должна излучаться с поверхности нити S . То есть:

$$W = S \sigma T^4 = \pi D L \sigma T^4$$

Откуда можно выразить:

$$D = \frac{W}{\pi L \sigma T^4}$$

Объединяя это выражение с предыдущим соотношением на D и L , получаем:

$$\sqrt{\frac{4\rho WL}{\pi U^2}} = \frac{W}{\pi L \sigma T^4} \Rightarrow \frac{4\rho WL}{\pi U^2} = \left(\frac{W}{\pi \sigma T^4}\right)^2 \frac{1}{L^2}$$

$$L = \sqrt[3]{\left(\frac{1}{\sigma T^4}\right)^2 \frac{U^2 W}{4\rho \pi}}$$

Подставляя числовые значения, получаем:

1. $\rho=9 \cdot 10^{-7} \text{ Ом} \cdot \text{м}$, $W=30 \text{ Вт}$, $U=220 \text{ В}$, $T=2700 \text{ К}$. $L=24 \text{ см}$
2. $\rho=9 \cdot 10^{-7} \text{ Ом} \cdot \text{м}$, $W=45 \text{ Вт}$, $U=220 \text{ В}$, $T=2700 \text{ К}$. $L=28 \text{ см}$