

СОРОК ПЯТЫЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Осенний тур,

10 – 11 классы, базовый вариант, 15 октября 2023 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты.)

баллы задачи

- 3 1. Барону Мюнхгаузену сообщили о многочлене $P(x) = a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0$ лишь то, что многочлен $P(x) + P(-x)$ имеет ровно 45 различных действительных корней. Барон, не зная даже, чему равно n , утверждает, что может определить один из коэффициентов a_n, \dots, a_1, a_0 (готов указать его номер и значение). Не ошибается ли барон?

Борис Френкин

- 4 2. На часах три стрелки, каждая вращается в ту же сторону, что и обычно, с постоянной ненулевой, но, возможно, неправильной скоростью. Утром длинная и короткая стрелки совпали. Ровно через 3 часа совпали длинная и средняя стрелки. Еще ровно через 4 часа совпали короткая и средняя стрелки. Обязательно ли когда-нибудь совпадут все три стрелки?

Александр Юран

- 4 3. Взяли все 100-значные натуральные числа, в десятичной записи которых каждая цифра — какая-то из цифр 2, 3, 4, 5, 6, 7. Сколько из этих чисел делятся на 2^{100} ?

Павел Кожеевников

- 5 4. Высоты остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке H . Пусть P — произвольная точка внутри (и не на сторонах) треугольника ABC , лежащая на описанной окружности треугольника ABH , и A', B', C' — проекции точки P на прямые BC, CA, AB . Докажите, что описанная окружность треугольника $A'B'C'$ проходит через середину отрезка CP .

Алексей Заславский

- 6 5. У девяти фермеров есть клетчатое поле 9×9 , огороженное по периметру забором и сплошь заросшее ягодами (в каждой точке поля, кроме точек забора, растёт ягода). Фермеры поделили поле между собой по линиям сетки на 9 участков равной площади (каждый участок — многоугольник), но границы отмечать не стали. Каждый фермер следит только за ягодами внутри (не на границе) своего участка, а пропажу замечает, только если у него пропали хотя бы две ягоды. Всё это известно вороне, но где проходят границы между участками, она не знает. Может ли ворона утащить с поля 8 ягод так, чтобы пропажу гарантированно ни один фермер не заметил?

Татьяна Казичына