

СОРОК ПЯТЫЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Весенний тур,

10 – 11 классы, базовый вариант, 25 февраля 2024 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты.)

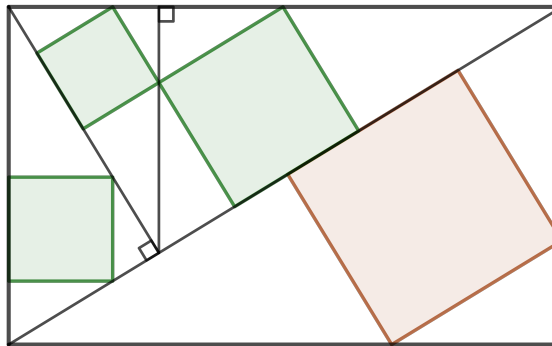
баллы задачи

- 3 1. В последовательности действительных чисел a_1, a_2, \dots каждое число, начиная с третьего, равно полусумме двух предыдущих. Докажите, что все параболы вида $y = x^2 + a_n x + a_{n+1}$ (где $n = 1, 2, 3, \dots$) имеют общую точку.

Михаил Евдокимов

- 4 2. Произвольный прямоугольник разбит на прямоугольные треугольники так, как показано на рисунке ниже. В каждый треугольник вписан квадрат со стороной, лежащей на гипотенузе. Что больше: площадь самого большого квадрата или сумма площадей трёх остальных квадратов?

Михаил Евдокимов



- 5 3. Если Вася делит пирог или кусок пирога на две части, то всегда делает их равными по массе. А если делит на большее число частей, то может сделать их какими угодно, но обязательно все разной массы. За несколько таких дележей Вася разрезал пирог на N частей. При каждом ли $N \geq 10$ все части могли получиться равными по массе? (Объединять части нельзя.)

Борис Френкин

- 5 4. Верно ли, что сумма внутренних двугранных углов при основании треугольной пирамиды всегда меньше суммы внешних?

Алексей Заславский

- 6 5. В математическом кружке 45 школьников, некоторые дружат. Как ни разбивай их на тройки, в какой-то тройке все будут друг с другом дружить. Докажите, что всех школьников можно разбить на тройки так, чтобы в каждой тройке хотя бы какие-то двое дружили друг с другом.

Максим Прасолов