СОРОК ПЯТЫЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Весенний тур,

8 – 9 классы, сложный вариант, 10 марта 2024 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты.)

баллы задачи

4 — 1. На урок физкультуры пришло 12 детей, все разной силы. Физрук 10 раз делил их на две команды по 6 человек, каждый раз новым способом, и проводил состязание по перетягиванию каната. Могло ли оказаться, что все 10 раз состязание закончилось вничью (то есть суммы сил детей в командах были равны)?

Михаил Евдокимов

5 — 2. Докажите, что среди вершин любого выпуклого девятиугольника можно найти три, образующие тупоугольный треугольник, ни одна сторона которого не совпадает со сторонами девятиугольника.

Александр Юран

7 — 3. Имеется кучка из 100 камней. Играют двое. Первый берёт 1 камень, потом второй берёт 1 или 2 камня, потом первый берёт 1, 2 или 3 камня, затем второй 1, 2, 3 или 4 камня и так далее. Выигрывает взявший последний камень. Кто может обеспечить себе победу, как бы ни играл его соперник?

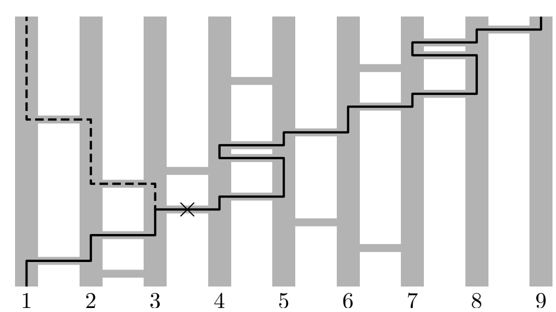
Людмила Смирнова

7 — 4. Петя загадал положительную несократимую дробь $x = \frac{m}{n}$. Можно назвать положительную дробь y, меньшую 1, и Петя назовёт числитель несократимой дроби, равной сумме $x + y$. Как за два таких действия гарантированно узнать x?

Максим Дидин

9 — 5. В ряд стоят 9 вертикальных столбиков. В некоторых местах между соседними столбиками вставлены горизонтальные палочки, никакие две не находятся на одной высоте. Жук ползёт снизу вверх; встречая палочку, он переползает по ней на соседний столбик и продолжает ползти вверх. Известно, что если жук начинает внизу первого (самого левого) столбика, он закончит свой путь на девятом (самом правом) столбике.

Всегда ли можно убрать одну палочку так, чтобы жук в конце пути оказался наверху пятого столбика? (Например, если палочки расположены как на рисунке, жук будет ползти по сплошной линии. Если убрать третью палочку на пути жука, дальше он поползёт по пунктирной линии.)



Георгий Караваев

10 — 6. На описанной окружности треугольника ABC отметили точки M и N — середины дуг BAC и CBA соответственно, а также точки P и Q — середины дуг BC и AC соответственно. Окружность ω_1 касается стороны BC в точке A_1 и продолжений сторон AC и AB. Окружность ω_2 касается стороны AC в точке B_1 и продолжений сторон BA и BC. Оказалось, что A_1 лежит на отрезке NP. Докажите, что B_1 лежит на отрезке MQ.

Алексей Доледенок

12 — 7. На каждой из 99 карточек написано действительное число. Все 99 чисел различны, а их общая сумма иррациональна. Стопка из 99 карточек называется *неудачной*, если для каждого k от 1 до 99 сумма чисел на k верхних карточках иррациональна. Петя вычислил, сколькими способами можно сложить исходные карточки в неудачную стопку. Какое наименьшее значение он мог получить?

Андрей Кушнир