

СОРОК ШЕСТОЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Весенний тур,

10 – 11 классы, базовый вариант, 2 марта 2025 г.

баллы задачи

- 4 1. Найдите наименьшее натуральное число, у которого найдутся четыре различных натуральных делителя с суммой 2025.

Марк Алексеев

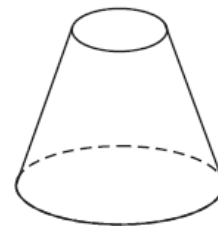
- 4 2. На плоскости провели 100 прямых, среди них никакие две не параллельны и никакие три не проходят через одну точку. Рассмотрим всевозможные четырёхугольники, все стороны которых лежат на этих прямых (в том числе четырёхугольники, внутри которых проведены линии). Обязательно ли выпуклых среди них столько же, сколько невыпуклых?

Егор Бакаев

- 5 3. По кругу стоят кувшины с соками, не обязательно одинакового размера. Из любого кувшина разрешается переливать любую часть сока (возможно, нисколько или весь сок) в соседний кувшин справа, так чтобы тот не переполнился и сладость смеси в нём стала равна 10%. Известно, что в начальный момент такое переливание удалось бы сделать из любого кувшина. Докажите, что можно сделать в каком-то порядке несколько таких переливаний (не более одного из каждого кувшина), так чтобы сладость смеси во всех непустых кувшинах стала равна 10%. (Сладость – это процент сахара в смеси, по весу. Сахар всегда равномерно распределён в кувшине.)

Александр Шаповалов

- 5 4. На плоскости стояло ведро, верхнее основание больше нижнего. Ведро перевернули. Докажите, что площадь его видимой тени уменьшилась. (Ведро — это прямой круговой усечённый конус: его основания — два круга, лежащие в параллельных плоскостях, центры кругов лежат на прямой, перпендикулярной этим плоскостям. Видимая тень — это вся тень, кроме тени под ведром. Солнечные лучи считайте параллельными.)



Максим Дидин

- 6 5. Дан многочлен с целыми коэффициентами, имеющий хотя бы один целый корень. Наибольший общий делитель всех его целых корней равен 1. Докажите, что если старший коэффициент многочлена равен 1, то наибольший общий делитель остальных коэффициентов тоже равен 1.

Борис Френкин