

СОРОК ШЕСТОЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Весенний тур,

8 – 9 классы, базовый вариант, 2 марта 2025 г.

баллы задачи

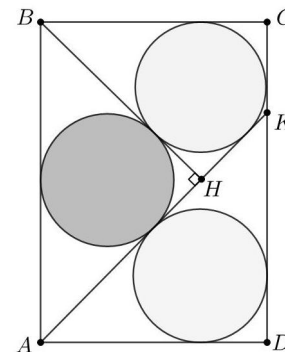
- 4 1. На доску записали числа $1, 2, \dots, 100$. Далее за ход стирают любые два числа a и b , где $a \geq b > 0$, и пишут вместо них одно число $[a/b]$. После 99 ходов на доске останется одно число. Каким наибольшим оно может быть? (Напомним, что $[x]$ — это наибольшее целое число, не превосходящее x .)

Егор Бакаев

- 5 2. В классе N школьников, среди них образовалось несколько компаний. *Общительностью* школьника назовём количество людей в наибольшей компании, куда он входит (если ни в одну не входит, то общительность равна 1). Оказалось, что у всех девочек в классе общительность разная. Каково наибольшее возможное количество девочек в классе?

Борис Френкин

- 5 3. На стороне CD прямоугольника $ABCD$ взята точка K . Из вершины B опустили перпендикуляр BH на отрезок AK . Оказалось, что отрезки AK и BH делят прямоугольник на три части, в каждую из которых можно вписать круг (см. рисунок). Докажите, что если круги, касающиеся стороны CD , равны, то и третий круг им равен.



Михаил Евдокимов

- 6 4. По кругу стоят кувшины с соками, не обязательно одинакового размера. Из любого кувшина разрешается переливать любую часть сока (возможно, нисколько или весь сок) в соседний кувшин справа, так чтобы тот не переполнился и сладость смеси в нём стала равна 10%. Известно, что в начальный момент такое переливание удалось бы сделать из любого кувшина. Докажите, что можно сделать в каком-то порядке несколько таких переливаний (не более одного из каждого кувшина), так чтобы сладость смеси во всех непустых кувшинах стала равна 10%. (Сладость — это процент сахара в смеси, по весу. Сахар всегда равномерно распределён в кувшине.)

Александр Шаповалов

- 6 5. Прямоугольная клетчатая доска покрашена в шахматном порядке в чёрный и белый цвета и разбита на доминошки 1×2 . Везде, где граничат по стороне горизонтальная и вертикальная доминошки, стоит дверка. Она покрашена в тот же цвет, что и примыкающая клетка той доминошки, которая примыкает короткой стороной. Обязательно ли белых дверок столько же, сколько чёрных?

Борис Френкин