

СОРОК ШЕСТОЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Осенний тур,

8 – 9 классы, сложный вариант, 20 октября 2024 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты; баллы за пункты одной задачи суммируются.)

баллы задачи

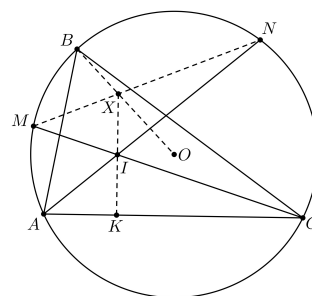
- 4 1. Барон Мюнхгаузен взял несколько карточек и написал на каждой по натуральному числу (числа могут повторяться). Барон утверждает, что использовал только две различные цифры, зато когда он для каждой пары карточек нашёл сумму чисел на них, то среди первых цифр этих сумм встретились все цифры от 1 до 9. Могут ли слова барона быть правдой?

Максим Дидин

- 6 2. Петя и Вася по очереди проводят дороги на плоскости, начинает Петя. Дорога — это горизонтальная или вертикальная прямая, по которой можно двигаться только в одну сторону (выбранную при создании дороги). Всегда ли Вася может действовать так, чтобы после любого его хода можно было проехать по правилам от любого перекрёстка дорог до любого другого, как бы ни действовал Петя?

Александр Перепечко

- 7 3. В остроугольном треугольнике ABC отмечены точки I и O — центры вписанной и описанной окружностей соответственно. Прямые AI и CI вторично пересекают описанную окружность треугольника ABC в точках N и M . Отрезки MN и BO пересекаются в точке X . Докажите, что прямые XI и AC перпендикулярны.



Фёдор Ивлёв

- 5 4. У 10 детей есть несколько мешков с конфетами. Дети начинают делить конфеты между собой. Каждый по очереди забирает из каждого мешка свою долю и уходит. Доля вычисляется так: делим текущее число конфет в каждом мешке на число оставшихся детей (включая себя), если нацело не поделилось — округляем до целого в меньшую сторону. Может ли всем
3 а) если мешков всего 8;
б) если мешков всего 9?

Алексей Глебов

- 8 5. На каждой стороне выпуклого многоугольника построили треугольник, третья вершина которого — пересечение биссектрис двух углов многоугольника, примыкающих к этой стороне. Докажите, что вместе эти треугольники покрывают весь многоугольник.

Егор Бакаев

- 10 6. Назовём ходы коня, при которых он смещается на две клетки по горизонтали и на одну по вертикали, *горизонтальными*, а остальные — *вертикальными*. Требуется поставить коня на одну из клеток доски 46×46 , после чего чередовать им горизонтальные и вертикальные ходы. Докажите, что если запрещено посещать клетки более одного раза, то будет сделано не более 2024 ходов.

Александр Грибалко

- 10 7. Даны две строго возрастающие последовательности положительных чисел, в которых каждый член, начиная с третьего, равен сумме двух предыдущих. Известно, что каждая последовательность содержит хотя бы одно число, которого нет в другой последовательности. Какое наибольшее количество общих чисел может быть у этих последовательностей?

Борис Френкин