

Задания ПОШ по математике для 10-11 классов

Задача №1 (10 баллов)

Серёжа и Вова играют в интересную математическую игру. В начале игры на доске написано число $x \in (-200; 200)$. Первым ход делает Серёжа, он пишет на доске число в 2 раза больше написанного. Следующим ходом Вова пишет число на s меньше того, что написал Сережа. Затем Сережа снова удваивает предыдущее (написанное Вовой) число, потом Вова снова вычитает s из предыдущего, и так мальчики ходят поочередно, выписывая в ряд числа. Через несколько ходов они заметили, что число x написано на доске дважды. Найдите все возможные значения x , если $s = 30$.

Задача №2 (10 баллов)

Решить систему уравнений

$$\begin{cases} |\log_2(x + y)| + |\log_2(x - y)| = 3 \\ xy = 3 \end{cases}$$

Задача №3 (10 баллов)

По условиям вклада “Миллионер”, сумма на счету ежегодно увеличивается на $x\%$ (естественно, меньше 100%). По вкладу “Быстрые деньги” начисляются втрое меньшие проценты, но каждые полгода. Оказалось, что при вложении одной и той же суммы через пятнадцать лет на счету “Миллионер” денег будет в полтора раза больше. Определите x , ответ округлите до целого числа процентов.

Задача №4 (10 баллов)

Найдите целые m , при которых уравнение

$$m^3 - 4m^2 + \cos(mx) = 0$$

имеет хотя бы одно решение.

Задача №5 (15 баллов)

В сферу объемом V_1 вписан куб со стороной $\sqrt{3}$, в который вписана сфера объемом V_2 , а в эту сферу вписан правильный тетраэдр, в который вписана сфера объемом V_3 . Найти сумму

$$2 \cdot V_1 + 2\sqrt{3} \cdot V_2 + 54\sqrt{3} \cdot V_3.$$

Задача №6 (15 баллов)

Решить в натуральных числах уравнение

$$x^2 - 4^{y-1} + 2^y = 4$$

Задача №7 (15 баллов)

В треугольнике ABC углы при вершинах удовлетворяют соотношению

$$\operatorname{tg} A : \operatorname{tg} B : \operatorname{tg} C = 1 : 1 : (-3).$$

Найти соотношение сторон $a : b : c$.

Задача №8 (15 баллов)

В некоторой стране N городов, и каждый город соединен дорогами не менее чем с шестью другими. При каком наибольшем N из этого следует, что из любого города в любой можно проехать по дорогам (возможно, через цепочку промежуточных городов)? Ответ обосновать.