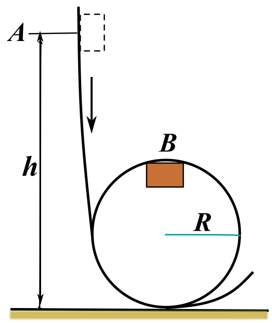
# ФГАОУ ВО «Дальневосточный федеральный университет»
# Олимпиада школьников «ОКЕАН ЗНАНИЙ» по физике
## Заключительный тур, 2023–2024 учебный год

**Задача 1**. Брусок скользит вниз по треку, переходящему в круглую петлю, без трения. С какой высоты в точке $A$ он должен начать движение, чтобы в точке $B$ сила его давления на поверхность трека, направленная вверх, была бы численно равна его весу? Выразите ответ через радиус $R$.




**Решение.** По второму закону Ньютона центростремительная сила является результирующей силы тяжести $m\vec{g}$ и силы реакции трека $\vec{N}$:

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N}\,. \qquad \textbf{(2 балла)}$$

В точке $B$ все три силы направлены вниз. Если направление «вниз» выбрать за положительное, и учесть, что сила реакции трека, действующая на брусок в точке $B$, противоположно направлена, но по модулю равна заданной в условии силе давления бруска на поверхность трека ($-P_{\text{давл}} = N = mg$), то получаем уравнение движения в скалярном виде:

$$ma = \frac{mv^2}{R} = mg + N = 2mg. \qquad \textbf{(3 балла)}$$

Центростремительное ускорение $a$ можно найти с помощью закона сохранения механической энергии, который справедлив, т.к. по условию трение отсутствует:

$$mgh = mg \cdot 2R + \frac{mv^2}{2}\,. \qquad \textbf{(2 балла)}$$

Выразив из предыдущего уравнения величину $v^2$

$$v^2 = 2gR$$

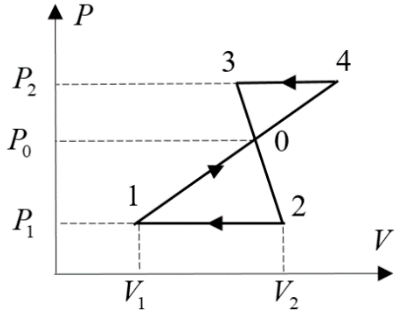
и подставив её в уравнение для энергии, получаем:

$$gh = g \cdot 2R + \frac{1}{2} \cdot 2gR.$$

Таким образом,

$$h = 2R + \frac{1}{2} \cdot 2R = 3R\,. \qquad \textbf{(3 балла)}$$

**Задача 2**. Определите работу, которую совершает идеальный одноатомный газ в цикле 1–4–3–2 (см. рис.). Давление $P_1 = 10^5$ Па, $P_0 = 3 \cdot 10^5$ Па $P_2 = 4 \cdot 10^5$ Па, разность объемов $V_2 - V_1 = 10$ л.



**Решение.** Цикл 1–4–3–2 эквивалентен двум циклам 1–0–2–1 и 0–4–3–0. (**2 балла**)

Работа равна площади на диаграмме $P-V$. Работа $A_1$ в цикле 1–0–2–1 положительна и равна

$$A_1 = (P_0 - P_1)(V_2 - V_1)/2\,. \qquad \textbf{(3 балла)}$$

Работа $A_2$ в цикле 0–4–3–0 отрицательна. Т.к. треугольники 1–0–2–1 и 0–4–3–0 подобны, то отношение площадей (отношение работ) равно отношению квадратов, соответствующих элементов (высот):

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{(P_2 - P_0)^2}{(P_0 - P_1)^2}\,. \qquad \textbf{(3 балла)}$$

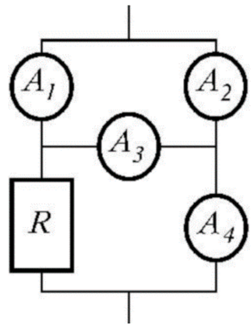
Полная работа за цикл равна

$$A = A_1 - A_2 = A_1\left(1 - \frac{(P_2 - P_0)^2}{(P_0 - P_1)^2}\right) \;\Rightarrow\; A = \frac{(P_0 - P_1)(V_2 - V_1)}{2}\left(1 - \frac{(P_2 - P_0)^2}{(P_0 - P_1)^2}\right). \qquad \textbf{(1 балл)}$$

Подставим числовые значения:

$$A = 10^3\left(1 - \frac{1}{4}\right) = 750 \text{ Дж.} \qquad \textbf{(1 балл)}$$

**Задача 3**. Четыре одинаковых амперметра и резистор включены так, как показано на рисунке. Амперметр $A_1$ показывает ток $I_1 = 2$ А, амперметр $A_2$ – ток $I_2 = 3$ А. Какие токи протекают через амперметры $A_3$, $A_4$ и резистор? Найдите отношения $R/r$ внутреннего сопротивления амперметра $r$ к сопротивлению резистора $R$.




**Решение.** Напряжение $U_{ac}$. между точками $a$ и $c$ определим по закону Ома для участка цепи:

$$U_{ac} = I_2 \cdot r = I_1 \cdot r + I_3 \cdot r$$

Таким образом: $I_3 = I_2 - I_1 = 1$ А . (**3 балла**)

По правилу сложения токов в узле цепи получим

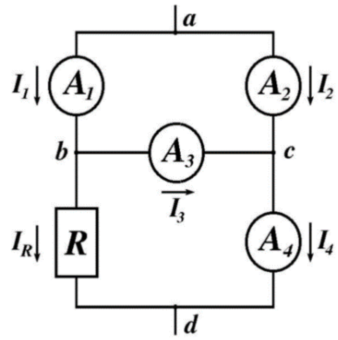
$$I_4 = I_2 + I_3 = 4 \text{ А}, \qquad I_R = I_1 - I_3 = 1 \text{ А}\,. \qquad \textbf{(3 балла)}$$

Напряжение $U_{bd}$ между точками $b$ и $d$ равно

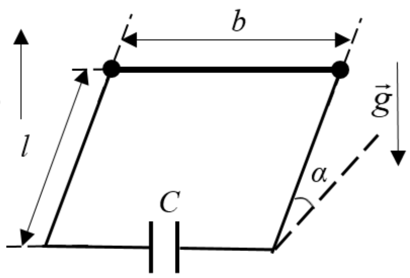
$$U_{bd} = I_R \cdot R = I_3 \cdot r + I_4 \cdot r\,. \qquad \textbf{(2 балла)}$$

Таким образом:

$$\frac{r}{R} = \frac{I_R}{I_3 + I_4} = \frac{1}{5}\,. \qquad \textbf{(2 балла)}$$




**Задача 4**. По двум параллельным металлическим направляющим, наклоненным под углом $\alpha$ к горизонту и расположенным на расстоянии $b$ друг от друга, может скользить без трения металлическая перемычка массой $m$. Направляющие замкнуты снизу на незаряженный конденсатор емкостью $C$. Вся конструкция находится в магнитном поле с индукцией $B$, направленной вертикально вверх. В начальный момент перемычка удерживается на расстоянии $l$ от основания горки (см. рис.).



Определить время $t$, за которое перемычка достигнет основания горки после того, как ее отпустят, и ее скорость в нижней точке. Сопротивлением направляющих и перемычки пренебречь.

**Решение.** При движении перемычки изменяется магнитный поток, пронизывающий контур, замыкаемый перемычкой. По закону электромагнитной индукции

$$\varepsilon_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.$$

Изменение магнитного потока происходит за счет изменения площади, которую описывает проводник при своем движении. За время $\Delta t$ магнитный поток изменяется на

$$\Delta\Phi = Bvb\Delta t\cos\alpha$$

Значение ЭДС при этом равно

$$\varepsilon_i = Bvb\cos\alpha. \qquad \textbf{(2 балла)}$$

Сила тока, текущего через перемычку, определится как

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t},$$

$\Delta q$ – заряд, накопившийся на конденсаторе за время $\Delta t$

$$\Delta q = C\varepsilon_i = CBvb\cos\alpha. \qquad \textbf{(2 балла)}$$

Т.к. сопротивлением направляющих и перемычки пренебрегают, то значение напряжения на конденсаторе равно значению ЭДС. Сила тока равна:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = CB\left(\frac{v}{\Delta t}\right)b\cos\alpha = CBab\cos\alpha, \qquad \textbf{(1 балл)}$$

где $a = v/\Delta t$ – ускорение движения перемычки.

На перемычку действуют сила тяжести и сила Ампера. Уравнение движения перемычки имеет вид:

$$ma = mg\sin\alpha - IbB\cos\alpha \quad \Rightarrow \quad ma = mg\sin\alpha - CB^2ab^2\cos^2\alpha$$

(уравнение спроецировано на направление ускорения). Откуда ускорение движения перемычки равно

$$a = \frac{mg\sin\alpha}{m + CB^2b^2\cos^2\alpha}. \qquad \textbf{(2 балла)}$$

Время $t$, за которое перемычка достигнет основания горки, определим из формулы

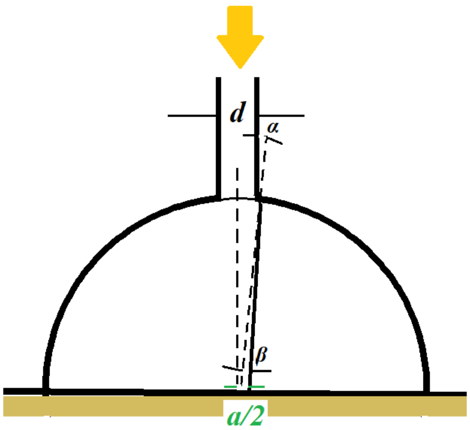
$$l = \frac{at^2}{2} \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2l}{a}} = \sqrt{\frac{2l(m + CB^2b^2\cos^2\alpha)}{mg\sin\alpha}}. \qquad \textbf{(2 балла)}$$

Скорость перемычки у основания горки равна

$$v = at = \frac{mg\, sin\,\alpha}{m + CB^2b^2 cos^2\,\alpha}\sqrt{\frac{2l(m + CB^2b^2\cos^2\alpha)}{mg\sin\alpha}} = \sqrt{\frac{2lmg\sin\alpha}{m + CB^2b^2\cos^2\alpha}}. \qquad \textbf{(1 балл)}$$

**Задача 5.** Стеклянная полусфера радиусом 12,0 см и с показателем преломления $n = 1{,}50$ лежит своей плоской стороной на горизонтальной поверхности стола. Параллельный пучок света круглого сечения диаметром 3,80 мм падает сверху перпендикулярно плоскости стола, проходя прямо через центр полусферы. Чему равен диаметр светового пятна на столе? Как он зависит от радиуса кривизны полусферы?

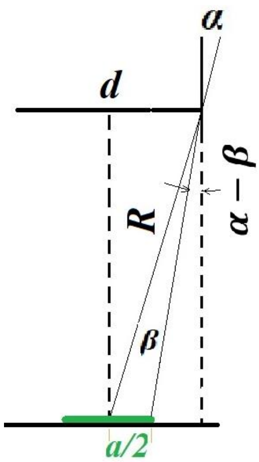
**Решение.** Обозначим угол падения (между нормалью к сферической поверхности – радиусом $R$ – и направлением падающего луча) через $\alpha$, а угол преломления – через $\beta$. Искомый диаметр светового пятна – $a$, диаметр падающего пучка – $d$.




Радиус светового пятна на столе – это разность между радиусом падающего пучка и катетом треугольника с углом $(\alpha - \beta)$:

$$\frac{a}{2} = \frac{d}{2} - R \cdot \mathrm{tg}(\alpha - \beta).$$ **(3 балла)**

Пользуясь законом преломления на границе двух сред и учитывая, что показатель преломления воздуха равен единице, запишем:




$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n.$$

Отсюда

$$\sin\beta = \frac{\sin\alpha}{n},$$

$$\sin\beta = \frac{d}{2Rn}.$$ **(2 балла)**

С другой стороны,

$$\sin\alpha = \frac{d}{2R} = \frac{0{,}380 \text{ см}}{2 \cdot 12{,}0 \text{ см}} = 0{,}01583$$ **(2 балла)**

($\frac{d}{2}$ – является катетом левого треугольника, где $R$ – гипотенуза). Это малый угол, он практически равен своим синусу и тангенсу. Угол $\beta$ ещё меньше: $\sin\beta = \frac{d}{2Rn} = \frac{0{,}380}{2 \cdot 12{,}0 \text{ см} \cdot 1{,}50} = 0{,}01055 \cong \beta \cong \mathrm{tg}\beta$.

Таким образом, тангенс разности углов, можно заменить разностью самих углов $(\alpha - \beta)$, выраженной в радианах, и наоборот. Другими словами, вследствие малости углов, длинный катет (расстояние от точки входа луча в полусферу до поверхности стола) равен гипотенузе $R$.

Окончательно:

$$a = d - 2R \cdot \mathrm{tg}(\alpha - \beta) \cong d - 2R(\alpha - \beta) = 3{,}80 \text{ мм} - 2 \cdot 120 \text{ мм} \cdot (0{,}01583 - 0{,}01055) =$$
$$= 2{,}53 \text{ мм}.$$ **(2 балла)**

Чем больше $R$, тем меньше радиус светового пятна на столе. **(1 балл)**