ФГАОУ ВО «Дальневосточный федеральный университет»
Олимпиада школьников «ОКЕАН ЗНАНИЙ» по физике
Заочный отборочный тур, 2023–2024 учебный год

Задача 1. Наибольший груз, который можно загрузить в лодку, чтобы она не затонула, составляет $m_1 = 600$ кг. Какой наибольший груз массой m_2 можно перевести на лодке, если прикрепить его к днищу лодки? Плотность воды $\rho_0 = 10^3$ кг/м^3, плотность груза $\rho = 4\cdot 10^3$ кг/м^3.

Решение (5 баллов). Условие плавания лодки, когда груз находится в лодке:

$$(m+m_1)g = \rho_0 gV \qquad \Rightarrow \qquad m+m_1 = \rho_0 V\,, \qquad \textbf{(1 балла)}$$

где m – масса лодки, V – объем воды, вытесненной лодкой, полностью погруженной в воду. Условие плавания лодки, когда груз прикреплен к днищу лодки:

$$(m+m_2)g = \rho_0 g\left(V+\frac{m_2}{\rho}\right) \qquad \Rightarrow \qquad m+m_2 = \rho_0\left(V+\frac{m_2}{\rho}\right), \qquad \textbf{(2 балла)}$$

Из этих уравнений следует, что

$$m_2 = m_1\frac{\rho}{\rho-\rho_0}\,. \qquad \textbf{(1 балл)}$$

Численный ответ:

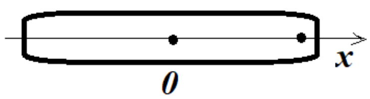
$$m_2 = 600\text{ кг}\,\frac{4\cdot 10^3\text{ кг/м}^3}{4\cdot 10^3\text{ кг/м}^3 - 10^3\text{ кг/м}^3} = 800\text{ кг}. \qquad \textbf{(1 балл)}$$

Задача 2. Два друга, Кирилл (массой 80 кг) и Мефодий (массой 120 кг), путешествуют в лодке по озеру. Вначале Кирилл сидит посередине лодки за вёслами, а Мефодий – на носу, на расстоянии 2 м от Кирилла. Когда Кирилл устал, лодка остановилась, и друзья поменялись местами. На какое расстояние относительно берега переместилась при этом лодка? Масса лодки 60 кг. Сопротивлением воды пренебречь.

Решение (7 баллов). В горизонтальном направлении внешние силы не действуют, следовательно, по первому закону Ньютона, центр масс сохраняет своё состояние «движения», т.е. он должен оставаться на месте относительно воды (или берега).

Надо найти, на сколько изменится положение любой точки (например, носа лодки) в результате передислокации пассажиров.

Выберем начало координат *0* в середине лодки. Там же находится центр масс лодки. Исходное значение координаты центра масс системы тогда выражается как



$$x_{c1} = \frac{m_1x_1+m_2x_2+Mx_1}{m_1+m_2+M}\,, \qquad \textbf{(2 балла)}$$

где m_1 – масса Кирилла, m_2 – масса Мефодия, M – масса лодки.

После пересаживания координата центра масс системы составила:

$$x_{c2} = \frac{m_2x_1+m_1x_2+Mx_1}{m_1+m_2+M}\,, \qquad \textbf{(2 балла)}$$

Относительно начала координат (центра лодки) смещение центра масс системы равно:

$$x_{c2}-x_{c1} = \frac{m_2x_1+m_1x_2+Mx_1}{m_1+m_2+M} - \frac{m_1x_1+m_2x_2+Mx_1}{m_1+m_2+M} = \qquad \textbf{(2 балла)}$$

$$= \frac{m_2x_1+m_1x_2+Mx_1-m_1x_1-m_2x_2-Mx_1}{m_1+m_2+M} = \frac{120\cdot 0+80\cdot 2-80\cdot 0-120\cdot 2}{80+120+60}$$

$$\Delta x_c = -0{,}307\ (\text{м}) \approx -0{,}31(\text{м}). \qquad \textbf{(1 балл)}$$

Минус означает, что центр масс системы сместился влево от выбранного начала координат (центра лодки), но т.к. относительно берега и воды он должен оставаться на месте, это означает, что на величину 0,31 м все точки системы переместились вправо.

Задача 3. Помещение отапливается батареей. Если снаружи температура −20ºС, то внутри температура равна +20ºС. Если снаружи температура −40ºС, то внутри температура равна +10ºС. Определите температуру батареи t.

Решение (10 баллов). Передаваемое между двумя телами количество тепла в единицу времени (тепловая мощность) пропорционально разности их температур. **(2 балла)**
Тепловая мощность, рассеиваемая батареей в помещении, равна $k_1(t - t_п)$, где k_1 − коэффициент пропорциональности, $t_п$ − температура помещения. **(1 балл)**
Тепловая мощность, рассеиваемая батареей наружу помещения, равна $k_2(t_п - t_н)$, где k_2 − другой коэффициент пропорциональности, $t_н$ − температура вне помещения. **(1 балл)**
При тепловом равновесии рассеиваемая батареей мощность в помещение равна мощности, рассеиваемой из помещения наружу. Запишем это условие для двух рассматриваемых случаев:

$$k_1(t - t_{п1}) = k_2(t_{п1} - t_{н1}) \,, \qquad \textbf{(1 балл)}$$

$$k_1(t - t_{п2}) = k_2(t_{п2} - t_{н2}) \,. \qquad \textbf{(1 балл)}$$

Поделив одно уравнение на другое

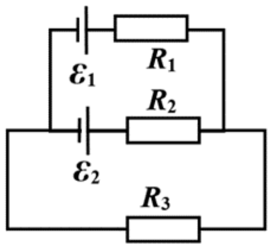
$$\frac{t - t_{п1}}{t - t_{п2}} = \frac{t_{п1} - t_{н1}}{t_{п2} - t_{н2}} \qquad \textbf{(1 балл)}$$

определим температуру батареи

$$t = \frac{t_{н1}t_{п2} - t_{н2}t_{п1}}{t_{п2} - t_{п1} - t_{н2} + t_{н1}} \qquad \textbf{(2 балла)}$$

Подстановка числовых значений даёт: t=60ºС. **(1 балл)**

Задача 4. Источники тока с электродвижущими силами $\mathcal{E}_1 = 10$ В и $\mathcal{E}_2 = 8$ В и резисторы с сопротивлениями $R_1 = 4$ Ом, $R_2 = 2$ Ом, R_3 включены в цепь, как показано на рисунке. При какой величине сопротивления R_3 выделяемая на нем тепловая мощность будет максимальной? Определить это значение максимальной тепловой мощности $P_{\max}$. Внутренними сопротивлениями источников пренебречь.



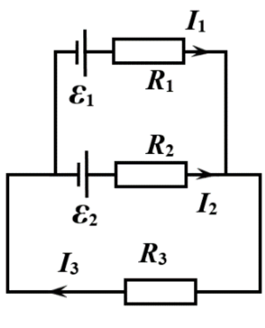
Решение (10 баллов). Запишем уравнения Кирхгофа. Выберем направления токов, и условимся обходить контуры по часовой стрелке. Согласно первому уравнению Кирхгофа:

$$I_3 - I_1 - I_2 = 0 \,. \qquad \textbf{(1 балл)}$$

По второму закону Кирхгофа:

$$I_1 R_1 + I_3 R_3 = \mathcal{E}_1 \,, \qquad \textbf{(1 балл)}$$

$$I_2 R_2 + I_3 R_3 = \mathcal{E}_2 \,, \qquad \textbf{(1 балл)}$$



Решая полученную систему уравнений, находим величину тока, текущего через сопротивление R_3:

$$I_3 = \frac{\mathcal{E}_1 R_2 + \mathcal{E}_2 R_1}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} \,. \qquad \textbf{(2 балла)}$$

Максимальное значение тепловой мощности $P = I_3^2 R_3$, выделяемое на сопротивлении R_3, определяем из условия $dP/dR_3 = 0$. Это условие достигается при сопротивлении

$$R_3 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}\ . \qquad \textbf{(2 балла)}$$

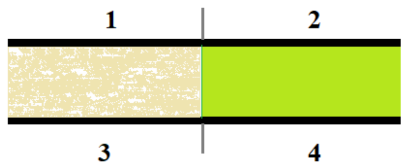
Подставляя в формулу тепловой мощности выражение силы тока I_3, с найденным сопротивление R_3, получим значение максимальной мощности

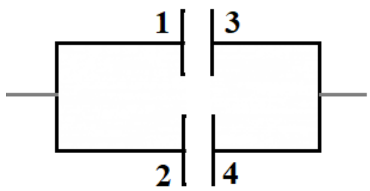
$$P_{\max} = \frac{(\mathcal{E}_1 R_2 + \mathcal{E}_2 R_1)^2}{4R_1 R_2 (R_1 + R_2)}\ . \qquad \textbf{(2 балла)}$$

Подстановка числовых значений даёт:

$$P_{\max} = \frac{(10 \cdot 2 + 8 \cdot 4)^2}{4 \cdot 4 \cdot 2 \cdot (4 + 2)} \approx 14{,}1 \text{ Вт}. \qquad \textbf{(1 балл)}$$

Задача 5. Конденсатор состоит из двух параллельных прямоугольных металлических пластин, расстояние между которыми 0,46 мм. Площадь каждой пластины 127 см^2. Левая половина конденсатора заполнена майларом (полиметилентерефталат), а вторая – полиэтиленом. Чему равна электрическая ёмкость конденсатора? Относительные диэлектрические проницаемости майлара $\varepsilon_1 = 3{,}1$ и полиэтилена $\varepsilon_2 = 2{,}6$.





Решение (7 баллов). Левую и правую половины каждой из пластин можно рассматривать как две обкладки разных конденсаторов, находящиеся в электрическом контакте. Эквивалентная схема представляет из себя два параллельно соединённых конденсатора. Площадь каждой из пластин двух конденсаторов равна половине площади пластины исходного конденсатора. **(2 балла)**

Электрическая ёмкость этой эквивалентной системы двух конденсаторов при параллельном соединении:

$$C_{\text{экв}} = C_1 + C_2 \qquad \textbf{(1 балл)}$$

Ёмкость плоского конденсатора определяется формулой:

$$\mathrm{C} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}\ , \qquad \textbf{(1 балл)}$$

где ε_0 – электрическая постоянная вакуума, ε – относительная диэлектрическая проницаемость материала, S – площадь пластины, d – расстояние между пластинами. Отсюда

$$C_{\text{экв}} = \frac{\varepsilon_0 \frac{S}{2}}{d}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) = \frac{\varepsilon_0 S}{2 \cdot d}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)\ . \qquad \textbf{(2 балла)}$$

Подстановка численных значений даёт:

$$C_{\text{экв}} = \frac{8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 127 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 0{,}46 \cdot 10^{-3}}(3{,}1 + 2{,}6) \approx 0{,}7 \cdot 10^{-9}\ \Phi = 0{,}7\ \text{нФ}. \qquad \textbf{(1 балл)}$$

Задача 6. Электромотор питается от напряжения 220 В при силе тока 2,0 А. С его помощью поднимают груз со скоростью 0,65 м/с. Чему равна масса груза, если кпд мотора 62%?

Решение (5 баллов). Потребляемая мотором мощность равна $N' = U \cdot I$. С учётом кпд полезная мощность равна $N = \eta N' = \eta \cdot U \cdot I$. **(1 балл)**

Груз поднимается с постоянной скоростью, это означает, что подъёмная сила равна силе тяжести (весу груза). Совершаемая работа mgh, а соответствующую мощность (при постоянной скорости $v = \frac{h}{t}$) можно записать как $P = \frac{mgh}{t} = mgv$. **(2 балла)**

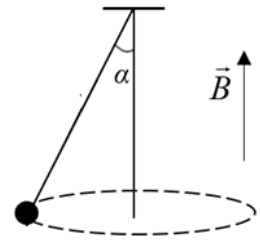
Из условия $N = P$ получаем уравнение:

$$\eta \cdot U \cdot I = mgv. \qquad \textbf{(1 балл)}$$

Таким образом, находим массу груза:

$$m = \frac{\eta \cdot U \cdot I}{g \cdot v} = \frac{0{,}62 \cdot 220 \cdot 2{,}0}{9{,}8 \cdot 0{,}65} = 42{,}8 \text{ кг} \qquad \textbf{(1 балл)}$$

Задача 7. Маленький заряженный шарик, подвешенный на нерастяжимой нити длиной l, помещают в однородное вертикальное магнитное поле с индукцией B. Двигаясь равномерно, он описывает в горизонтальной плоскости окружность, и во время его движения нить образует с вертикалью постоянный угол α. Масса шарика m, заряд q, период вращения шарика T. Определить радиус окружности.



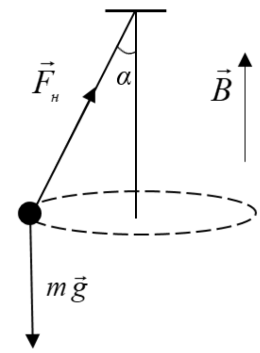
Решение (10 баллов). На шарик действуют сила тяжести $m\vec{g}$, сила натяжения нити $\vec{F}_{н}$ и сила Лоренца $\vec{F}_{л}$. В сумме они сообщают телу центростремительное ускорение $a = v^2/r$, направленное к центру окружности. Центростремительная сила определяется как:

$$\frac{mv^2}{r} = F_{н} \sin\alpha \pm qvB \qquad \textbf{(2 балла)}$$

(знак $\pm$ зависит от направления вращения); в вертикальном направлении ускорение равно нулю:

$$0 = F_{н} \cos\alpha - mg \qquad \textbf{(2 балла)}$$

где r – радиус окружности, $\sin\alpha = r/l$, $\operatorname{tg}\alpha = r/\sqrt{l^2 - r^2}$.



Из этих уравнений получаем

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{r}{\sqrt{l^2 - r^2}} = \frac{mv^2/r \pm qvB}{mg} . \qquad \textbf{(2 балла)}$$

Скорость определяем через период вращения шарика

$$v = \frac{2\pi r}{T} . \qquad \textbf{(1 балл)}$$

В результате получаем

$$l^2 - r^2 = \left(\frac{\frac{T}{2\pi}}{\frac{2\pi}{Tg} \pm \frac{qB}{mg}} \right)^2 .$$

Окончательно

$$r = \sqrt{l^2 - \left(\frac{\frac{T}{2\pi}}{\frac{2\pi}{Tg} \pm \frac{qB}{mg}} \right)^2} . \qquad \textbf{(3 балла)}$$