

9 класс

Условие задачи 9.1.

Дано некоторое двузначное число. Света приписала к этому числу справа цифру 8, а Лена приписала к этому числу слева цифру 3. Трехзначное число, полученное Светой, оказалось вдвое больше трехзначного числа, полученного Леной. Какое двузначное число изначально было дано?

Решение. Пусть задумано число $\overline{xy} = 10x + y$.

Число Светы: $\overline{xy8} = 100x + 10y + 8$

Число Лены: $\overline{3xy} = 300 + 10x + y$

По условию: $100x + 10y + 8 = 2(300 + 10x + y)$

$$100x + 10y + 8 = 600 + 20x + 2y$$

$$80x + 8y = 592 \quad | :8$$

$$10x + y = 74$$

$$\overline{xy} = 74$$

Ответ: 74.

Критерии оценивания

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
20	Полное верное решение.
18	В целом верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение.
15	Ход решения задачи верный. Решение содержит незначительные ошибки, пробелы в обоснованиях, но в целом верно и может стать полностью правильным после небольших исправлений или дополнений.
5	Правильно сделаны начальные шаги, но решение задачи не доведено до логического конца,
1	Есть продвижение в решении задачи,
0	Решение неверное, продвижения отсутствуют.
0	Решение отсутствует. Есть правильный ответ без решения.

Условие задачи 9.2.

Решить уравнение $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)=15$

Решение.

$$(x+1)(x+4)(x+2)(x+3)=15$$

$$(x^2+x+4x+4)(x^2+2x+3x+6)=15$$

$$(x^2+5x+4)(x^2+5x+6)=15$$

Пусть $y = x^2 + 5x$. Тогда получим уравнение

$$(y+4)(y+6)-15=0$$

$$y^2+6y+4y+24-15=0$$

$$y^2+10y+9=0$$

$$y=-1 \quad \text{или} \quad y=-9$$

Вернемся к прежней переменной:

$$x^2+5x=-1 \quad \text{или} \quad x^2+5x=-9$$

$$x^2+5x+1=0$$

$$x^2+5x+9=0$$

$$D=25-4=21$$

$$D=25-36<0$$

$$x_1 = \frac{-5-\sqrt{21}}{2}$$

Действительных корней нет

$$x_2 = \frac{-5+\sqrt{21}}{2}$$

Ответ: $\frac{-5+\sqrt{21}}{2} \quad \frac{-5-\sqrt{21}}{2} \quad \frac{7-\sqrt{11}}{2} \quad \frac{7+\sqrt{11}}{2}$

Критерии оценивания

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
20	Полное верное решение.
19	В целом верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение
158	Решение содержит незначительные арифметические ошибки, возникшие при решении уравнений относительно переменной x , после возвращения к прежней переменной.
15	Ход решения задачи верный. Правильно осуществлена замена переменной, найдены значения новой переменной.

	Найдены не все значения переменной x .
5	Правильно сделаны начальные шаги, но решение задачи не доведено до логического конца.
1	Есть продвижение в решении задачи.
0	Решение неверное, продвижения отсутствуют.
0	Решение отсутствует. Есть правильный ответ без решения.

Условие задачи 9.3.

Георгий, Святослав, Алексей и Тимофей решили организовать свою фирму. Георгий вложил в уставной капитал 520 тысяч рублей. Доля Святослава составила половину от общей суммы капитала без учета собственных вложенных средств, доля Алексея составила $\frac{100}{3}\%$ от общей суммы капитала без учета собственных вложенных средств, а доля Тимофея составила двадцать пять процентов всего капитала без учета собственных вложенных средств. Сколько вложил в общее дело каждый из учредителей: Святослав, Алексей и Тимофей?

Решение. Обозначим суммы вложений: Алексей – x тысяч рублей, Тимофей – y тысяч рублей, Святослав – z тысяч рублей.

По условию задачи:

$$\left\{ \begin{array}{l} x = \frac{(520 + y + z) \cdot \frac{100}{3}}{100} \\ y = \frac{(520 + x + z)25}{100} \\ z = \frac{(520 + y + x)}{2} \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 3x = 520 + y + z \\ 4y = 520 + x + z \\ 2z = 520 + x + y \end{array} \right.$$

Если вычесть из второго уравнения системы третье, то получим

$$4y - 2z = z - y \Rightarrow y = \frac{3z}{5}$$

Если вычесть из первого уравнения системы третье, то получим

$$3x - 2z = z - x \Rightarrow x = \frac{3z}{4}$$

Первое уравнение системы примет вид:

$$3 \cdot \frac{3z}{4} = 520 + \frac{3z}{5} + z \mid \cdot 20$$

$$45z = 520 \cdot 20 + 12z + 20z$$

$$13z = 520 \cdot 20$$

$$z = 40 \cdot 20 \Rightarrow z = \mathbf{800 \text{ тыс.рублей}}$$
 (вложил Святослав)

Тогда: $y = \frac{3 \cdot 800}{5} \Rightarrow y = \mathbf{480 \text{ тыс.рублей}}$ (вложил Тимофей)

$$x = \frac{3 \cdot 800}{4} \Rightarrow x = \mathbf{600 \text{ тыс.рублей}}$$
 (вложил Алексей)

Ответ: 800 тысяч рублей, 600 тысяч рублей, 480 тысяч рублей.

Критерии оценивания

<i>Баллы</i>	<i>Правильность (ошибочность) решения</i>
20	Полное верное решение.
19	В целом верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение
15	Решение содержит незначительные арифметические ошибки, возникшие при решении полученной системы уравнений
10	Ход решения задачи верный. Правильно составлена система, выражающая условие задачи
5	Правильно сделаны начальные шаги, но решение задачи не доведено до логического конца.
1	Есть продвижение в решении задачи.
0	Решение неверное, продвижения отсутствуют.
0	Решение отсутствует. Есть правильный ответ без решения.

Условие задачи 9.4. Пусть $x = 2025$. Найти значение выражения

$$\sqrt{x + 26\sqrt{x - 169}} - \sqrt{x - 26\sqrt{x - 169}}$$

Решение.

$$\text{Пусть } y = \sqrt{x - 169}, y \geq 0 \Rightarrow y^2 = x - 169 \Rightarrow x = y^2 + 169$$

$$\text{Так как } x = 2025, \text{ то } y^2 = 2025 - 169 \Rightarrow y^2 = 1856 \ (y > 40)$$

В результате получим

$$\begin{aligned} \sqrt{x + 26y} - \sqrt{x - 26y} &= [x = y^2 + 169] = \sqrt{y^2 + 169 + 26y} - \sqrt{y^2 + 169 - 26y} = \\ &= \sqrt{(y + 13)^2} - \sqrt{(y - 13)^2} = \left| \underset{>0}{y + 13} \right| - \left| \underset{>0}{y - 13} \right| = y + 13 - y + 13 = 26 \end{aligned}$$

Ответ: 26.

Критерии оценивания

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
20	Полное верное решение.
18	В целом верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение
15	Решение содержит арифметические ошибки, возникшие при неправильном раскрытии модулей.
10	Ход решения задачи верный. Выделены полные квадраты в подкоренных выражениях и извлечены корни.
5	Правильно сделаны начальные шаги, выполнена замена переменной $y = \sqrt{x - 169}$
1	Есть продвижение в решении задачи.
0	Решение неверное, продвижения отсутствуют.
0	Решение отсутствует. Есть правильный ответ без решения.

Условие задачи 9.5.

Дан $\triangle MKN$ такой, что $\angle N = 90^\circ$, $KN > MN$. Вокруг $\triangle MKN$ описана окружность, причем точка E – середина дуги MK , содержащей точку N . На стороне KN взяли точку T такую, что отрезки KT и MN равны. Найти угол $\angle TEN$.

Решение.

1. Дуга KE равна дуге $ME \Rightarrow KE = ME$.
2. $\angle EKN = \angle EMN = \alpha$ (вписанные углы, опирающиеся на дугу EN).

