

1 Чайная лавка в Чэнду

Условие задачи

Путешествуя по Китаю, Ильнур оказался в старинной чайной лавке в городе Чэнду. В этой лавке чай готовят особым способом.

Сначала мастер наливает в чашку несколько одинаковых порций крепкого чайного настоя. Каждая порция имеет объём D миллилитров. Мастер может налить любое количество порций, но итоговый объём настоя всегда должен быть кратен D .

После этого мастер доливает горячую воду до полного объёма чашки.

У каждого посетителя есть своя чайная чашка объёма C миллилитров. Также посетитель сообщает, сколько воды он хотел бы получить в напиток: не меньше A миллилитров и не больше B миллилитров.

Таким образом, если мастер налил k порций настоя, то:

- объём настоя равен $k \cdot D$ миллилитров,
- объём воды равен $C - k \cdot D$ миллилитров.

Ильнуру стало интересно, может ли мастер выбрать такое количество порций настоя, чтобы объём воды оказался в желаемом диапазоне.

Вам даны числа A , B , C и D . Определите, существует ли целое число $k \geq 0$, для которого выполняется условие

$$A \leq C - kD \leq B.$$

2 Чередующийся маршрут

Условие задачи

Ильнур планирует путешествие по Китаю и выписал города в том порядке, в котором хочет их посетить.

Каждый город относится к одному из двух типов:

- R — город с историческими достопримечательностями;
- B — город с парками.

Типы городов заданы строкой s длины n , состоящей только из символов R и B .

Ильнуру нравится, когда маршрут выглядит разнообразно. Поэтому он хочет найти как можно более длинный участок маршрута, на котором типы городов чередуются. Это означает, что на таком участке любые два соседних города имеют разные типы.

Необходимо определить длину самого длинного непрерывного отрезка, на котором города чередуются.

3 Чайная церемония

Условие задачи

Путешествуя по Китаю, Ильнур посетил традиционную чайную церемонию. Во время церемонии чайные мастера расставляют гайвани на специальном подносе, имеющем форму прямоугольной решётки размером $N \times M$.

В каждой позиции (i, j) находится одна гайвань. В неё кладут некоторое количество мини-точа — небольших прессованных чайных шариков. Количество мини-точа в гайвани обозначим через $A_{i,j}$.

Мастер объяснил Ильнуру важное правило расстановки. Для любых двух гайваней, расположенных в соседних клетках подноса (то есть имеющих общую сторону), суммарное количество мини-точа в них должно быть нечётным.

Формально, если клетки (i, j) и (x, y) являются соседними по стороне, то есть выполняется $|i - x| + |j - y| = 1$, то должно выполняться условие, что $A_{i,j} + A_{x,y}$ — нечётное число.

Иногда в некоторых гайванях оказывается недостаточно мини-точа, и правило может нарушаться. Ильнур может добавлять мини-точа в любую гайвань (то есть увеличивать значение $A_{i,j}$), однако удалять мини-точа нельзя.

Требуется изменить значения $A_{i,j}$ так, чтобы указанное правило выполнялось для всех соседних пар гайваней, при этом суммарное количество добавленных мини-точа было минимальным.

После внесения изменений выведите итоговую таблицу значений $A_{i,j}$.

4 Чайные наборы

Условие задачи

Путешествуя по Китаю, Ильнур посещает различные чайные магазины и покупает разные сорта чая. Каждый купленный пакетик он кладёт в чемодан. Если записать сорта чая в том порядке, в котором они лежат в чемодане, получится строка P , состоящая из строчных латинских букв. Каждая буква обозначает сорт чая.

Иногда Ильнур покупает чай не по одному пакету, а сразу небольшими наборами. В каждом таком наборе может быть несколько пакетиков чая, причём порядок сортов внутри набора может отличаться.

После возвращения из поездки Ильнур посмотрел на строку P и задумался: какими могли быть размеры наборов, которые он покупал.

Будем говорить, что строка P является *полиграммой*, если существуют целое число $k \geq 2$ и строки $S_1, S_2, \dots, S_k$, такие что

$$P = S_1 S_2 \dots S_k,$$

и все строки $S_1, S_2, \dots, S_k$ являются анаграммами друг друга.

Напомним, что две строки называются анаграммами, если одну из них можно получить из другой перестановкой символов.

Строка S_1 обозначается через S и называется *корнем полиграммы*. Её длина соответствует размеру чайного набора.

Вам дана строка P длины N . Необходимо определить все возможные длины корня полиграммы.

5 Однотипные города

Условие задачи

Путешествуя по Китаю, Ильнур составил карту перемещений между городами. Каждый город относится к одному из двух типов:

- 0 — исторический город;
- 1 — современный город.

Между некоторыми парами городов существуют односторонние маршруты (например, скоростные поезда или внутренние авиарейсы). Известно, что по этим маршрутам невозможно вернуться в тот же город, то есть сеть маршрутов образует ориентированный ациклический граф.

Ильнур хочет добраться из города A в город B .

Он заметил, что ему быстро надоедают однотипные города, поэтому он не хочет посещать слишком много городов одного типа подряд.

Назовём *серией* максимальный подряд идущий фрагмент маршрута, в котором все города имеют одинаковый тип.

Маршрут считается допустимым, если длина любой серии на нём не превышает L .

Требуется определить количество допустимых маршрутов из города A в город B .

Поскольку число маршрутов может быть большим, выведите ответ по модулю $10^9 + 7$.

6 Два путешественника

Условие задачи

Путешествуя по Китаю, Ильнур и Глеб решили составить маршрут, чтобы посетить как можно больше интересных мест. Они изучили карту и выбрали n городов, которые хотят увидеть: от шумных мегаполисов до небольших древних поселений, расположенных вдоль восточного побережья страны.

Для каждого города известны его координаты (x_i, y_i) на карте. Города уже упорядочены по неубыванию координаты x , то есть

$$x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n.$$

Путешественники начинают своё путешествие вместе в городе 1. Изначально оба находятся в этом городе, поэтому город 1 считается посещённым ими обоими.

После старта каждый из путешественников может независимо от другого перемещаться между городами. Разрешается переходить только из города с меньшим номером в город с большим номером.

Каждый город с номером от 2 до n должен быть посещён хотя бы одним из путешественников.

Если путешественник перемещается из города i в город j , то длина такого перехода равна

$$\sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}.$$

Суммарная длина маршрута равна сумме длин всех переходов, совершённых Ильнуром и Глебом.

Путешественники не обязаны заканчивать маршрут в одном и том же городе, и каждый из них может посетить любое количество городов.

Необходимо определить минимальную возможную суммарную длину маршрутов, при условии, что каждый город с номером от 2 до n будет посещён хотя бы одним из них.