Задания для отборочного этапа ОШ СПбГУ «Современный менеджер»

<u>По предмету «Математика»:</u>

Задача 1

Вариант 1. Средняя заработная плата в группе из четырех рабочих составляет 537$ в месяц, средняя заработная плата в другой группе, состоящей уже из шести рабочих, составляет 847$ в месяц. Чему равна средняя заработная плата в обеих группах (т.е. средняя заработная плата этих десятерых рабочих)?

1. 661$ в месяц
2. 692$ в месяц
3. 723$ в месяц
4. Невозможно вычислить по имеющимся данным.

Вариант 2. Средняя заработная плата в группе из шести рабочих составляет 537$ в месяц, средняя заработная плата в другой группе, состоящей уже из четырех рабочих, составляет 847$ в месяц. Чему равна средняя заработная плата в обеих группах (т.е. средняя заработная плата этих десятерых рабочих)?

1. 661$ в месяц
2. 692$ в месяц
3. 723$ месяц
4. Невозможно вычислить по имеющимся данным.

Вариант 3. В группе из десяти рабочих средняя заработная плата составляет 749$ в месяц. Эту группу разбили на две, таким образом, что средняя заработная плата в первой группе составляет 539$ в месяц, а средняя заработная плата во второй группе составляет 839$ в месяц. Найдите, сколько человек в первой группе.

1. 3 человека
2. 4 человека
3. 5 человек
4. Невозможно определить по имеющимся данным.

Вариант 4. В группе из десяти рабочих средняя заработная плата составляет 749$ в месяц. Эту группу разбили на две, таким образом, что средняя заработная плата в первой группе составляет 539$ в месяц, а средняя заработная плата во второй группе составляет 1064$ в месяц. Найдите, сколько человек во второй группе.

1. 3 человека
2. 4 человека
3. 5 человек
4. Невозможно определить по имеющимся данным.

Вариант 5. В группе из нескольких рабочих средняя заработная плата составляет 749$ в месяц. Эту группу разбили на две, таким образом, что средняя заработная плата в первой группе составляет 539$ в месяц, а средняя заработная плата во второй группе составляет 839$ в месяц. Найдите, сколько человек в обеих группах, если известно, что в первой группе 3 человека.

1. 5 человек
2. 6 человек
3. 10 человек
4. Невозможно определить по имеющимся данным.

Вариант 6. В группе из нескольких рабочих средняя заработная плата составляет 749$ в месяц. Эту группу разбили на две, таким образом, что средняя заработная плата в первой группе составляет 539$ в месяц, а средняя заработная плата во второй группе составляет 1064$ в месяц. Найдите, сколько человек в обеих группах.

1. 3 человека
2. 4 человека

3. 5 человек
4. Невозможно определить по имеющимся данным.

Задача 2

Вариант 1. Как изменится прибыль предприятия, если увеличить число производимой продукции на 15%, а цену за единицу продукта уменьшить на 20%?

1. Прибыль уменьшится на 8%.
2. Прибыль уменьшится на 5%.
3. Прибыль уменьшится на 1%.
4. Прибыль увеличится на 5%.

Вариант 2. Как изменится прибыль предприятия, если увеличить число производимой продукции на 30% и уменьшить цену за единицу продукта на 20%?

1. Прибыль уменьшится на 8%.
2. Прибыль уменьшится на 4%.
3. Прибыль не изменится.
4. Прибыль увеличится на 4%.

Вариант 3. Как изменится прибыль предприятия, если увеличить число производимой продукции на 20% и уменьшить цену за единицу продукта на 20%?

1. Прибыль уменьшится на 8%.
2. Прибыль уменьшится на 4%.
3. Прибыль не изменится.
4. Прибыль увеличится на 4%.

Вариант 4. Как изменится заработная плата одного рабочего, если предприятие увеличило траты на выплату заработной платы рабочим на 20% и сократило число рабочих на 20%?

1. Заработная плата уменьшится на 40%.
2. Заработная плата увеличится на 40%.
3. Заработная плата не изменится.
4. Заработная плата увеличится на 50%.

Вариант 5. Как изменится заработная плата одного рабочего, если предприятие увеличило траты на выплату заработной платы рабочим на 12% и сократило число рабочих на 20%?

1. Заработная плата уменьшится на 40%.
2. Заработная плата увеличится на 40%.
3. Заработная плата не изменится.
4. Заработная плата увеличится на 50%.

Вариант 6. Как изменится заработная плата одного рабочего, если предприятие увеличило траты на выплату заработной платы рабочим на 20% и сократило число рабочих на 40%?

1. Заработная плата уменьшится на 100%.
2. Заработная плата увеличится на 100%.
3. Заработная плата не изменится.
4. Заработная плата увеличится на 75%.

Задача 3

Вариант 1. Инвестор выбирает между двумя предприятиями *А* и *Б*. В конце года он может вложить или изъять x миллионов рублей в одно из предприятий (если $x > 0$, то считается что инвестор вкладывает деньги в выбранное предприятие; если $x < 0$ то считается, что инвестор изымает деньги из выбранного предприятия; если $x = 0$, то считается, что инвестор не вкладывает и не изымает деньги – т.е. ничего не делает). После того, как он выбрал предприятие, он должен уплатить налог (даже если решил никак не перемещать средства).

При выборе предприятия *А* инвестор сверху должен уплатить $\sqrt{x^2 + 2|x| + 1}$ тысяч рублей налога. При выборе предприятия *Б* инвестор сверху должен уплатить $|x+1|$ тысяч рублей налога. Например, $x = 1/10$

будет означать, что инвестор решил вложить 100 000 рублей в какое-то предприятие. Если инвестор выберет предприятие *Б,* то он должен будет уплатить $|x + 1|$ = |1/10+1| = 1.1 тысяч рублей налога.
Выясните, какое из утверждений является верным:

1. При вложении или изъятии целого числа миллионов рублей налоговые выплаты будут одинаковыми для обоих предприятий.
2. Налоговые выплаты будут одинаковыми для обоих предприятий, если инвестор решит изъять деньги.
3. Налоговые выплаты будут одинаковыми для обоих предприятий, если инвестор решит или вложить деньги, или ничего не делать.
4. Среди перечисленных утверждений нет верного.

Подсказка: рассмотрите уравнение $\sqrt{x^2 + 2|x| + 1} = |x+1|$

Вариант 2. Инвестор выбирает между двумя предприятиями *А* и *Б*. В конце года он может вложить или изъять x миллионов рублей в одно из предприятий (если $x > 0$, то считается, что инвестор вкладывает деньги в выбранное предприятие; если $x < 0$, то считается, что инвестор изымает деньги из выбранного предприятия; если $x = 0$, то считается, что инвестор не вкладывает и не изымает деньги – т.е. ничего не делает). После того, как он выбрал предприятие, он должен уплатить налог (даже если решил никак не перемещать средства).

При выборе предприятия *А* инвестор сверху должен уплатить $\sqrt{x^2 - 2|x| + 1}$ рублей налога. При выборе предприятия *Б* инвестор сверху должен уплатить налог $|x+1|$ рублей налога. Например, x = 1/10 будет означать, что инвестор решил вложить 100 000 рублей в какое-то предприятие. Если инвестор выберет предприятие *Б,* то он должен будет уплатить $|x + 1|$ = |1/10+1| = 1.1 тысяч рублей налога.
Выясните, какое из утверждений является верным:

1. При вложении или изъятии целого числа миллионов рублей налоговые выплаты будут одинаковыми для обоих предприятий.
2. Налоговые выплаты будут одинаковыми для обоих предприятий, если инвестор решит вложить деньги.
3. Налоговые выплаты будут одинаковыми для обоих предприятий, если инвестор решит или изъять деньги, или ничего не делать.
4. Среди перечисленных утверждений нет верного.

Подсказка: рассмотрите уравнение $\sqrt{x^2 - 2|x| + 1} = |x+1|$

Вариант 3. Инвестор выбирает между двумя предприятиями *А* и *Б*. В конце года он может вложить или изъять x миллионов рублей в одно из предприятий (если $x > 0$, то считается, что инвестор вкладывает деньги в выбранное предприятие; если $x < 0$, то считается, что инвестор изымает деньги из выбранного предприятия; если $x = 0$, то считается, что инвестор не вкладывает и не изымает деньги – т.е. ничего не делает). После того, как он выбрал предприятие, он должен уплатить налог (даже если решил никак не перемещать средства).

При выборе предприятия *А* инвестор сверху должен уплатить $\sqrt{x^2 + 2|x| + 1}$ тысяч рублей налога. При выборе предприятия *Б* инвестор сверху должен уплатить $|x+1|$ тысяч рублей налога. Например, x = 1/10 будет означать, что инвестор решил вложить 100 000 рублей в какое-то предприятие. Если инвестор выберет предприятие *Б,* то он должен будет уплатить $|x + 1|$ = |1/10+1| = 1.1 тысяч рублей налога.
Выясните, какое из утверждений является верным:

1. Если инвестор решит вложить или изъять целое число миллионов рублей, то он уплатит больше налога, если выберет предприятие А, чем если выберет Б.
2. Если инвестор решит изъять деньги, то если он выберет предприятие А, то он уплатит больше налога, чем если выберет Б.
3. Если инвестор решит изъять деньги или ничего с ними не делать, то если он выберет предприятие А, он уплатит больше налога, чем если выберет Б.
4. Среди перечисленных утверждений нет верного.

Подсказка: рассмотрите неравенство $\sqrt{x^2 + 2|x| + 1} > |x+1|$

Вариант 4. Инвестор выбирает между двумя предприятиями *А* и *Б*. В конце года он может вложить или изъять x миллионов рублей в одно из предприятий (если $x > 0$, то считается, что инвестор вкладывает деньги в выбранное предприятие; если $x < 0$, то считается, что инвестор изымает деньги из выбранного предприятия; если $x = 0$, то считается, что инвестор не вкладывает и не изымает деньги – т.е. ничего не делает). После того, как он выбрал предприятие, он должен уплатить налог (даже если решил никак не перемещать средства).

При выборе предприятия *А* инвестор сверху должен уплатить $\sqrt{x^2 - 2|x| + 1}$ тысяч рублей налога. При выборе предприятия *Б* инвестор сверху должен уплатить $|x+1|$ тысяч рублей налога. Например, x = 1/10 будет означать, что инвестор решил вложить 100 000 рублей в какое-то предприятие. Если инвестор выберет предприятие *Б,* то он должен будет уплатить $|x + 1|$ = |1/10+1| = 1.1 тысяч рублей налога. Выясните, какое из утверждений является верным:

1. Если инвестор решит вложить или изъять целое число миллионов рублей, то он уплатит больше налога, если выберет предприятие Б, чем если выберет А.
2. Если инвестор решит изъять деньги, то если он выберет предприятие Б, то он уплатит больше налога, чем если выберет А.
3. Если инвестор решит изъять деньги или ничего с ними не делать, то если он выберет предприятие Б, он уплатит больше налога, чем если выберет А.
4. Среди перечисленных утверждений нет верного.

Подсказка: рассмотрите неравенство $\sqrt{x^2 - 2|x| + 1} < |x+1|$

Вариант 5. Инвестор выбирает между двумя предприятиями *А* и *Б*. В конце года он может вложить или изъять x миллионов рублей в одно из предприятий (если $x > 0$, то считается, что инвестор вкладывает деньги в выбранное предприятие; если $x < 0$, то считается, что инвестор изымает деньги из выбранного предприятия; если $x = 0$, то считается, что инвестор не вкладывает и не изымает деньги – т.е. ничего не делает). После того как он выбрал предприятие, он должен уплатить налог (даже если решил никак не перемещать средства).

При выборе предприятия *А* инвестор сверху должен уплатить $\sqrt{x^2 + 2|x| + 1}$ тысяч рублей налога. При выборе предприятия *Б* инвестор сверху должен уплатить $|x+1|$ тысяч рублей налога. Например, x = 1/10 будет означать, что инвестор решил вложить $100\ 000$ рублей в какое-то предприятие. Если инвестор выберет предприятие *Б,* то он должен будет уплатить $|x + 1|$ = |1/10+1| = 1.1 тысяч рублей налога. Выясните, какое из утверждений является верным:

1. Если инвестор решит вложить или изъять целое число миллионов рублей, то он уплатит больше налога, если выберет предприятие Б, чем если выберет А.
2. Если инвестор решит изъять деньги, то если он выберет предприятие Б, то он уплатит больше налога, чем если выберет А.
3. Если инвестор решит вложить деньги или ничего с ними не делать, то если он выберет предприятие А, он уплатит не больше налога, чем если выберет Б.
4. Среди перечисленных утверждений нет верного.

Подсказка: рассмотрите неравенство $\sqrt{x^2 + 2|x| + 1} \geq |x+1|$

Вариант 6. Инвестор выбирает между двумя предприятиями *А* и *Б*. В конце года он может вложить или изъять x миллионов рублей в одно из предприятий (если $x > 0$, то считается, что инвестор вкладывает деньги в выбранное предприятие; если $x < 0$, то считается, что инвестор изымает деньги из выбранного предприятия; если $x = 0$, то считается, что инвестор не вкладывает и не изымает деньги – т.е. ничего не делает). После того, как он выбрал предприятие, он должен уплатить налог (даже если решил никак не перемещать средства).

При выборе предприятия *А* инвестор сверху должен уплатить $\sqrt{x^2 - 2|x| + 1}$ тысяч рублей налога. При выборе предприятия *Б* инвестор сверху должен уплатить $|x+1|$ тысяч рублей налога. Например, x = 1/10 будет означать, что инвестор решил вложить 100 000 рублей в какое-то предприятие. Если инвестор выберет предприятие *Б,* то он должен будет уплатить $|x + 1|$ = |1/10+1| = 1.1 тысяч рублей налога. Выясните, какое из утверждений является верным:

1. Если инвестор решит вложить или изъять целое число миллионов рублей, то он уплатит больше налога, если выберет предприятие Б, чем если выберет А.
2. Если инвестор решит изъять деньги, то если он выберет предприятие Б, то он уплатит больше налога, чем если выберет А.
3. Если инвестор решит изъять деньги или ничего с ними не делать, то если он выберет предприятие Б, он уплатит не больше налога, чем если выберет А.
4. Среди перечисленных утверждений нет верного.

Подсказка: рассмотрите неравенство $\sqrt{x^2 - 2|x| + 1} \leq |x+1|$

Задача 4

Вариант 1. Студент Петя вышел из общежития и пошел в университет со скоростью 3 км/ч. Через 10 минут он вспомнил, что забыл в общежитии свой смартфон, и поспешил за ним обратно со скоростью 5 км/ч. Когда Петя взял смартфон, он заметил, что опаздывает на контрольную. Петя побежал в университет со скоростью 8 км/ч и появился в аудитории ровно в то время, в которое пришел бы, если бы не забыл смартфон. Найдите расстояние от общежития до университета.

1. 1 км
2. 1,2 км
3. 1,28 км
4. 1,36 км

Вариант 2. Студент Петя вышел из дома со скоростью 3 км/ч, чтобы дойти до университета ровно к началу занятий. Однако, по пути он встретил своего друга Васю, остановился и проговорил с ним 15 минут. После разговора Петя шел со скоростью 4 км/ч и добрался до университета ровно в то время, что и планировал. Найдите расстояние, пройденное Петей от места разговора с Васей до университета.

1. 2,5 км
2. 3 км
3. 3,5 км
4. 4 км

Вариант 3. Студент Петя идет к трамвайной остановке вдоль путей по ходу движения транспорта. За 200 метров до остановки Петя увидел, что его догоняет трамвай. В этот момент расстояние между Петей и трамваем составляет 400 метров, трамвай едет со скоростью 15 км/ч, а Петина скорость 4 км/ч. Перед остановкой есть светофор, который может задержать прибытие транспорта. Сколько времени трамвай должен простоять на светофоре, чтобы Петя оказался на остановке одновременно с трамваем?

1. 30 секунд
2. 32 секунды
3. 34 секунды
4. 36 секунд

Вариант 4. Студент Петя тренируется на круговой дорожке длиной 2 км. Сначала Петя пробежал два круга со скоростью 10 км/ч, потом четверть круга со скоростью 15 км/ч, а далее он бегал со скоростью 12 км/ч. Сколько времени заняла Петина тренировка, если всего он пробежал 8 км?

1. 40 минут
2. 41 минуту
3. 42 минут 30 секунд
4. 43 минуты 30 секунд

Вариант 5. Расстояние между пристанями A и B равно 120 км. Из A в B по течению реки отправился плот, а через час вслед за ним отправилась яхта, которая, прибыв в пункт B, тотчас повернула обратно и возвратилась в A. К этому времени плот прошел 24 км. Чему равна скорость яхты в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 2 км/ч?

1. 22 км/ч
2. 32 км/ч
3. 12 км/ч
4. 8 км/ч

Вариант 6. Из пункта A круговой трассы выехал велосипедист. Через 30 минут он еще не вернулся в пункт A, и из пункта A следом за ним отправился мотоциклист. Через 10 минут после отправления он догнал велосипедиста в первый раз, а еще через 30 минут после этого догнал его во второй раз. Чему равна скорость мотоциклиста, если длина трассы равна 30 км?

1. 80 км/ч
2. 70 км/ч
3. 90 км/ч
4. 76 км/ч

Задача 5

Вариант 1. На некотором заводе отношение количества выпускаемой продукции к количеству запчастей подчиняется закону:

$$\frac{\text{Число выпускаемой продукции}}{\text{Число запчастей}} = \frac{27x}{2\sqrt{7}-1} + \frac{47}{3\sqrt{7}-4} + \frac{111}{1-4\sqrt{7}},$$

где x представляет собой отношение операторов станков к числу станков. Понятно, что x представляется в виде m/n, где m – число операторов, n – число станков, суть числа целые и неотрицательные.

Существует ли такой x, что отношение количества выпускаемой продукции к количеству запчастей также представляется в виде p/q, где p и q будут неотрицательными целыми числами?

1. Нет, не существует.
2. Да, существует, при этом x выполнено: $\frac{p}{q} = 0.$
3. Да, существует, при этом x выполнено: $\frac{p}{q} = \frac{3}{2}.$
4. Да, существует, при этом x выполнено: $\frac{p}{q} = \frac{7}{2}$

Вариант 2. На некотором заводе отношение количества выпускаемой продукции к количеству запчастей подчиняется закону:

$$\frac{\text{Число выпускаемой продукции}}{\text{Число запчастей}} = \frac{51x}{2\sqrt{13}-1} + \frac{12}{\sqrt{13}+5} + \frac{199}{4\sqrt{13}+3},$$

где x представляет собой отношение операторов станков к числу станков. Понятно, что x представляется в виде m/n, где m – число операторов, n – число станков, суть числа целые и неотрицательные. Существует ли такой x, что отношение количества выпускаемой продукции к количеству запчастей также представляется в виде p/q, где p и q будут неотрицательными целыми числами?

1. Нет, не существует.
2. Да, существует, при этом x выполнено: $\frac{p}{q} = 0.$
3. Да, существует, при этом x выполнено: $\frac{p}{q} = \frac{1}{2}.$
4. Да, существует, при этом x выполнено: $\frac{p}{q} = \frac{7}{2}.$

Вариант 3. На некотором заводе отношение количества выпускаемой продукции к количеству запчастей подчиняется закону:

$$\frac{\text{Число выпускаемой продукции}}{\text{Число запчастей}} = \frac{19x}{2\sqrt{11}+5} + \frac{83}{3\sqrt{11}-4} + \frac{7}{\sqrt{11}+2},$$

где x представляет собой отношение операторов станков к числу станков. Понятно, что x представляется в виде m/n, где m – число операторов, n – число станков, суть числа целые и неотрицательные. Существует ли такой x, что отношение количества выпускаемой продукции к количеству запчастей также представляется в виде p/q, где p и q будут неотрицательными целыми числами?

1. Нет, не существует.
2. Да, существует, при этом x выполнено: $\frac{p}{q} = 0.$
3. Да, существует, при этом x выполнено: $\frac{p}{q} = 12.$
4. Да, существует, при этом x выполнено: $\frac{p}{q} = \frac{7}{2}.$

Вариант 4. На некотором заводе отношение количества выпускаемой продукции к количеству запчастей подчиняется закону:

$$\frac{\text{Число выпускаемой продукции}}{\text{Число запчастей}} = \frac{11x}{2\sqrt{5}+3} + \frac{176}{6\sqrt{5}-2} + \frac{44}{\sqrt{5}+7},$$

где x представляет собой отношение операторов станков к числу станков. Понятно, что x представляется в виде m/n, где m – число операторов, n – число станков, суть числа целые и неотрицательные. Существует ли такой x, что отношение количества выпускаемой продукции к количеству запчастей также представляется в виде p/q, где p и q будут неотрицательными целыми числами?

1. Нет, не существует.

2. Да, существует, при этом x выполнено: $\frac{p}{q}=0$.
3. Да, существует, при этом x выполнено: $\frac{p}{q}=\frac{3}{2}$.
4. Да, существует, при этом x выполнено: $\frac{p}{q}=\frac{33}{2}$.

Вариант 5. На некотором заводе отношение количеств выпускаемой продукции к количеству запчастей подчиняется закону:

$$\frac{\text{Число выпускаемой продукции}}{\text{Число запчастей}}=\frac{3x}{5\sqrt{7}+2}+\frac{21}{3\sqrt{7}+6}-\frac{7}{\sqrt{7}+2},$$

где x представляет собой отношение операторов станков к числу станков. Понятно, что x представляется в виде m/n, где m – число операторов, n – число станков, суть числа целые и неотрицательные. Существует ли такой x, что отношение количества выпускаемой продукции к количеству запчастей также представляется в виде p/q, где p и q будут положительными целыми числами?

1. Нет, не существует.
2. Да, существует, при этом x выполнено: $\frac{p}{q}=0$.
3. Да, существует, при этом x выполнено: $\frac{p}{q}=12$.
4. Да, существует, при этом x выполнено: $\frac{p}{q}=\frac{7}{2}$.

Вариант 6. На некотором заводе отношение количества выпускаемой продукции к количеству запчастей подчиняется закону:

$$\frac{\text{Число выпускаемой продукции}}{\text{Число запчастей}}=\frac{11x}{5\sqrt{19}+2}+\frac{24}{3\sqrt{99}+6}-\frac{8}{3\sqrt{11}+2},$$

где x представляет собой отношение операторов станков к числу станков. Понятно, что x представляется в виде m/n, где m – число операторов, n – число станков, суть числа целые и неотрицательные. Существует ли такой x, что отношение количества выпускаемой продукции к количеству запчастей также представляется в виде p/q, где p и q будут неотрицательными целыми числами?

1. Нет, не существует.
2. Да, существует, при этом x выполнено: $\frac{p}{q}=0$.
3. Да, существует, при этом x выполнено: $\frac{p}{q}=\frac{3}{2}$.
4. Да, существует, при этом x выполнено: $\frac{p}{q}=\frac{33}{2}$.

Задача 6

Вариант 1. Вершины *B* и *D* подобных треугольников *ABC* и *ACD* лежат по разные стороны от прямой, проходящей через точки *A* и *C*. Найдите отношение отрезков *BC:AD*, если *AB=4*, *CD=6*, а прямые *BC* и *AD* параллельны.

1. $4/9$
2. $2/3$
3. $4/3$
4. $2/9$

Вариант 2. Вершины *B* и *D* подобных треугольников *ABC* и *ACD* лежат по разные стороны от прямой, проходящей через точки *A* и *C*. Точки *E* и *F* лежат на отрезках *AB* и *CD* соответственно. Найдите в каком отношении отрезок *EF* делит отрезок *AC*, считая от точки *A*, если *AD=7, BC=4, EF=5.4,* а прямые *BC*, *AD* и *EF* параллельны.

1. $8/7$
2. $4/7$
3. $7/5$
4. $4/5$

Вариант 3. Вершины *B* и *D* подобных треугольников *ABC* и *ACD* лежат по разные стороны от прямой, проходящей через точки *A* и *C*. Найдите расстояние от точки *D* до прямой *AC*, если *AD=5, BC=3*, прямые *BC* и *AD* параллельны, а расстояние от точки *D* до прямой *BC* равно $2\sqrt{3}$.

1. $2\sqrt{3}$
2. $2\sqrt{5}$
3. $2\sqrt{15}$
4. $\sqrt{15}$

Вариант 4. Вершины *B* и *C* подобных треугольников *ABD* и *ACD* лежат по разные стороны от прямой, проходящей через точки *A* и *D*. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники *ABD* и *ACD* соответственно, если *BD=8, AC=9*, а прямые *BD* и *AC* параллельны.

1. $8/9$
2. $2\sqrt{2}/3$
3. $4/3$
4. $2\sqrt{2}/9$

Вариант 5. Вершины *B* и *D* подобных треугольников *ABC* и *ACD* лежат по разные стороны от прямой, проходящей через точки *A* и *C*. Найдите отношение отрезков *BC:AD*, если *AB=2*, *CD=3*, а прямые *BC* и *AD* параллельны.

1. $2/9$
2. $1/3$
3. $2/3$
4. $1/9$

Вариант 6. Вершины *B* и *C* подобных треугольников *ABD* и *ACD* лежат по разные стороны от прямой, проходящей через точки *A* и *D*. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники *ABD* и *ACD* соответственно, если *BD=4, AC=4.5*, а прямые *BD* и *AC* параллельны.

1. $4/9$
2. $\sqrt{2}/3$
3. $2/3$
4. $\sqrt{2}/9$

Задача 7

Вариант 1. Трейдер владеет двумя контрактами, которые обеспечиваются изменением цены базового актива на некоторое количество пунктов x (обратите внимание, что x является целым числом). После закрытия сделки контракты принесли ему
$\frac{\sqrt{5-4x-x^2}}{x+11}$ \$ и $\frac{\sqrt{5-4x-x^2}}{2x+11}$ \$ соответственно. Сколько существует значений x таких, что первый контракт принес не больше прибыли, чем второй?

1. Существует бесконечно много таких значений x.
2. Существует 5 таких значений x.
3. Существует 6 таких значений x.
4. Существует 7 таких значений x.

Вариант 2. Трейдер владеет двумя контрактами, которые обеспечиваются изменением цены базового актива на некоторое количество пунктов x (обратите внимание, что x является целым числом). После закрытия сделки контракты принесли ему
$\frac{\sqrt{5-4x-x^2}}{x+11}$ \$ и $\frac{\sqrt{5-4x-x^2}}{2x+11}$ \$ соответственно. Сколько существует значений x таких, что первый контракт принес не меньше прибыли, чем второй?

1. Существует бесконечно много таких значений x.
2. Существует 1 такое значение x.
3. Существует 2 таких значения x.
4. Существует 3 таких значений x.

Вариант 3. Трейдер владеет двумя контрактами, которые обеспечиваются изменением цены базового актива на некоторое количество пунктов x (обратите внимание, что x является целым числом). После закрытия сделки контракты принесли ему

$\frac{\sqrt{8+2x-x^2}}{x+8}$ \$ и $\frac{\sqrt{8+2x-x^2}}{2x+5}$ \$ соответственно. Сколько существует значений x таких, что первый контракт принес не меньше прибыли, чем второй?

1. Существует бесконечно много таких значений x.
2. Существует 1 такое значение x.
3. Существует 2 таких значения x.
4. Существует 3 таких значений x.

Вариант 4. Трейдер владеет двумя контрактами, которые обеспечиваются изменением цены базового актива на некоторое количество пунктов x (обратите внимание, что x является целым числом). После закрытия сделки контракты принесли ему
$\frac{\sqrt{8+2x-x^2}}{x+8}$ \$ и $\frac{\sqrt{8+2x-x^2}}{2x+5}$ \$ соответственно. Сколько существует значений x таких, что первый контракт принес не больше прибыли, чем второй?

1. Существует бесконечно много таких значений x.
2. Существует 5 таких значений x.
3. Существует 6 таких значений x.
4. Существует 7 таких значений x.

Вариант 5. Трейдер владеет двумя контрактами, которые обеспечиваются изменением цены базового актива на некоторое количество пунктов x (обратите внимание, что x является целым числом). После закрытия сделки контракты принесли ему
$\frac{\sqrt{10-3x-x^2}}{3x+4}$ \$ и $\frac{\sqrt{10-3x-x^2}}{x+2}$ \$ соответственно. Сколько существует значений x таких, что первый контракт принес не больше прибыли, чем второй?

1. Существует бесконечно много таких значений x.
2. Существует 5 таких значений x.
3. Существует 6 таких значений x.
4. Существует 7 таких значений x.

Вариант 6. Трейдер владеет двумя контрактами, которые обеспечиваются изменением цены базового актива на некоторое количество пунктов x (обратите внимание, что x является целым числом). После закрытия сделки контракты принесли ему
$\frac{\sqrt{10-3x-x^2}}{3x+4}$ \$ и $\frac{\sqrt{10-3x-x^2}}{x+2}$ \$ соответственно. Сколько существует значений x таких, что второй контракт принес не больше прибыли, чем первый?

1. Существует бесконечно много таких значений x.
2. Существует 5 таких значений x.
3. Существует 6 таких значений x.
4. Существует 7 таких значений x.

Задача 8

Вариант 1. Точки *M* и *N* – середины сторон *AB* и *BC* параллелограмма *ABCD*. Отрезки *AN* и *DM* пересекаются в точке *E*, а отрезки *DN* и *CM* пересекаются в точке *F*. Найдите *EF*, если *AB=2, BC=5, BD=3*.

1. 2.8
2. 3
3. $\sqrt{7}$
4. 5

Вариант 2. Точки *M* и *N* – середины сторон *AB* и *BC* ромба *ABCD*. Отрезки *AN* и *DM* пересекаются в точке *E*, а отрезки *DN* и *CM* пересекаются в точке *F*. Найдите *EF*, если *AB*=$5\sqrt{3}/2$, а угол *BAD* равен 120°.

1. 2.8
2. 3
3. $\sqrt{7}$
4. 5

Вариант 3. Точки *M* и *N* – середины сторон *AB* и *BC* ромба *ABCD*. Отрезки *AN* и *DM* пересекаются в точке

E, а отрезки *DN* и *CM* пересекаются в точке *F*. Найдите *EF*, если *AB*=$5\sqrt{3}/2$, *BC*= 5.

1. 2.8
2. 3
3. $\sqrt{7}$
4. 5

Вариант 4. Точки *M* и *N* – середины сторон *AB* и *BC* ромба *ABCD*. Отрезки *AN* и *DM* пересекаются в точке *E*, а отрезки *DN* и *CM* пересекаются в точке *F*. Найдите *EF*, если *AB*=$\frac{25\sqrt{2}}{4}$.

1. 2.8
2. 3
3. $\sqrt{7}$
4. 5

Вариант 5. Точки *M* и *N* – середины сторон *AB* и *BC* ромба *ABCD*. Отрезки *AN* и *DM* пересекаются в точке *E*, а отрезки *DN* и *CM* пересекаются в точке *F*. Найдите *EF*, если *AB*=$5\sqrt{3}$, а угол *BAD* равен 120°.

1. 3
2. 6
3. $2\sqrt{7}$
4. 10

Вариант 6. Точки *M* и *N* – середины сторон *AB* и *BC* ромба *ABCD*. Отрезки *AN* и *DM* пересекаются в точке *E*, а отрезки *DN* и *CM* пересекаются в точке *F*. Найдите *EF*, если *AB*=$\frac{25\sqrt{2}}{4}$.

1. 2.8
2. 6
3. $\sqrt{7}$
4. 10

Задача 9

Вариант 1. Точки *M* и *N* – середины ребер A_1B_1 и *AD* куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$, точка *K* лежит на прямой C_1D_1. Найдите наименьшее возможное значение площади треугольника MNK, если ребро куба равно $\sqrt{5}$.

1. $\frac{\sqrt{30}}{2}$
2. $\frac{\sqrt{30}}{4}$
3. $\frac{5\sqrt{6}}{2}$
4. $\frac{5\sqrt{6}}{4}$

Вариант 2. Точки *M* и *N* – середины ребер A_1B_1 и *AD* куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$, точка *K* лежит на прямой *BC*. Найдите наименьшее возможное значение площади треугольника MNK, если ребро куба равно $\sqrt{5}$.

1. $\frac{\sqrt{30}}{2}$
2. $\frac{\sqrt{30}}{4}$
3. $\frac{5\sqrt{6}}{2}$
4. $\frac{5\sqrt{6}}{4}$

Вариант 3. Точки *M* и *N* – середины ребер A_1B_1 и *AD* куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$, точка *K* лежит на прямой *CD*. Найдите наименьшее возможное значение площади треугольника MNK, если ребро куба равно $\sqrt{5}$.

1. $\frac{\sqrt{30}}{2}$
2. $\frac{\sqrt{30}}{4}$
3. $\frac{5\sqrt{6}}{2}$

4. $\frac{5\sqrt{6}}{4}$

Вариант 4. Точки *M* и *N* – середины ребер A_1B_1 и *AD* куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$, точка *K* лежит на прямой B_1C_1. Найдите наименьшее возможное значение площади треугольника MNK, если ребро куба равно $\sqrt{5}$.

1. $\frac{\sqrt{30}}{2}$
2. $\frac{\sqrt{30}}{4}$
3. $\frac{5\sqrt{6}}{2}$
4. $\frac{5\sqrt{6}}{4}$

Вариант 5. Точки *M* и *N* – середины ребер A_1B_1 и *AD* куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$, точка *K* лежит на прямой *CD*. Найдите наименьшее возможное значение площади треугольника MNK, если ребро куба равно $\sqrt{10}$.

1. $\sqrt{15}$
2. $\frac{\sqrt{15}}{2}$
3. $5\sqrt{3}$
4. $\frac{5\sqrt{3}}{2}$

Вариант 6. Точки *M* и *N* – середины ребер A_1B_1 и *AD* куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$, точка *K* лежит на прямой $B\ B_1C_1$. Найдите наименьшее возможное значение площади треугольника MNK, если ребро куба равно $\sqrt{10}$.

1. $\sqrt{15}$
2. $\frac{\sqrt{15}}{2}$
3. $5\sqrt{3}$
4. $\frac{5\sqrt{3}}{2}$

Задача 10

Вариант 1. Чистая прибыль от покупки экзотического опциона составляет $x^4 + 19x^2 + y^2 + 9$ долларов, где числа x,y есть изменения цены двух активов *X* и *Y* за последние 24 часа. При этом у трейдера, желающего приобрести этот опцион, есть контракт, по которому он должен выплатить $2xy + \sqrt{3}(4x^3 + 12x)$ долларов другой стороне. Предполагая, что изменения x и y могут быть любыми вещественными числами, найдите количество пар (x,y) таких, что трейдер после приобретения опциона остается в нуле с учетом выплат по контракту.

1. Не существует ни одной пары (x,y) такой, что трейдер останется в нуле.
2. Существует бесконечно много пар (x,y) таких, что трейдер останется в нуле.
3. Существует всего одна пара (x,y) такая, что трейдер останется в нуле.
4. Существует всего четыре пары (x,y) таких, что трейдер останется в нуле.

Вариант 2. Чистая прибыль от покупки экзотического опциона составляет $2x^4 + 18x^2 + y^2 + 9$ долларов, где числа x,y есть изменения цены двух активов *X* и *Y* за последние 24 часа. При этом у трейдера, желающего приобрести этот опцион, есть контракт, по которому он должен выплатить $2x^2y + \sqrt{3}(4x^3 + 12x)$ долларов другой стороне. Предполагая, что изменения x и y могут быть любыми вещественными числами, найдите количество пар (x,y) таких, что трейдер после приобретения опциона остается в нуле с учетом выплат по контракту.

1. Не существует ни одной пары (x,y) такой, что трейдер останется в нуле.
2. Существует бесконечно много пар (x,y) таких, что трейдер останется в нуле.
3. Существует всего одна пара (x,y) такая, что трейдер останется в нуле.
4. Существует всего четыре пары (x,y) таких, что трейдер останется в нуле.

Вариант 3. Чистая прибыль от покупки экзотического опциона составляет $x^4 + y^4 + x^2 + y^2 + 6x^2y^2 + 3$ долларов, где числа x,y есть изменения цены двух активов *X* и *Y* за последние 24 часа. При этом у трейдера, желающего приобрести этот опцион, есть контракт, по которому он должен выплатить

$4|xy|(x^2+y^2)+2\sqrt{3}|x|$ долларов другой стороне. Предполагая, что изменения x и y могут быть любыми вещественными числами, найдите количество пар (x,y) таких, что трейдер после приобретения опциона остается в нуле с учетом выплат по контракту.

1. Не существует ни одной пары (x,y) такой, что трейдер останется в нуле.
2. Существует бесконечно много пар (x,y) таких, что трейдер останется в нуле.
3. Существует всего одна пара (x,y) такая, что трейдер останется в нуле.
4. Существует всего четыре пары (x,y) таких, что трейдер останется в нуле.

Вариант 4. Чистая прибыль от покупки экзотического опциона составляет $x^3+x|x|+2\sqrt{3}x+x^2+y^2$ долларов, где числа x,y есть изменения цены двух активов *X* и *Y* за последние 24 часа. При этом у трейдера, желающего приобрести этот опцион, есть контракт, по которому он должен выплатить $2xy+2\sqrt{3}y+y|x|+yx^2$ долларов другой стороне. Предполагая, что изменения x и y могут быть любыми вещественными числами, найдите количество пар (x,y) таких, что трейдер после приобретения опциона остается в нуле с учетом выплат по контракту.

1. Не существует ни одной пары (x,y) такой, что трейдер останется в нуле.
2. Существует бесконечно много пар (x,y) таких, что трейдер останется в нуле.
3. Существует всего одна пара (x,y) такая, что трейдер останется в нуле.
4. Существует всего четыре пары (x,y) таких, что трейдер останется в нуле.

Вариант 5. Чистая прибыль от покупки экзотического опциона составляет $4x^4y^2+x^4+8x^3y^3+2x^3y+4x^2y^4+3x^2y^2+12x^2+2xy^3+y^4$ долларов, где числа x,y есть изменения цены двух активов *X* и *Y* за последние 24 часа. При этом у трейдера, желающего приобрести этот опцион, есть контракт, по которому он должен выплатить $4\sqrt{3}x^2|y|+4|x||y|xy+2|x||y|^3+2|x|^3$ долларов другой стороне. Предполагая, что изменения x и y могут быть любыми вещественными числами, найдите количество пар (x,y) таких, что трейдер после приобретения опциона остается в нуле с учетом выплат по контракту.

1. Не существует ни одной пары (x,y) такой, что трейдер останется в нуле.
2. Существует бесконечно много пар (x,y) таких, что трейдер останется в нуле.
3. Существует всего две пары (x,y) такая, что трейдер останется в нуле.
4. Существует всего три пары (x,y) таких, что трейдер останется в нуле.

Вариант 6. Чистая прибыль от покупки экзотического опциона составляет $x^4+19x^2+y^2+9$ долларов, где числа x,y есть изменения цены двух активов *X* и *Y* за последние 24 часа. При этом у трейдера, желающего приобрести этот опцион, есть контракт, по которому он должен выплатить $2xy+4\sqrt{3}|x|(x^2+3)$ долларов другой стороне. Предполагая, что изменения x и y могут быть любыми вещественными числами, найдите количество пар (x,y) таких, что трейдер после приобретения опциона остается в нуле с учетом выплат по контракту.

1. Не существует ни одной пары (x,y) такой, что трейдер останется в нуле.
2. Существует бесконечно много пар (x,y) таких, что трейдер останется в нуле.
3. Существует всего две пары (x,y) такая, что трейдер останется в нуле.
4. Существует всего четыре пары (x,y) таких, что трейдер останется в нуле.

Ответы:	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4	Вариант 5	Вариант 6
Задача 1	3	1	1	2	3	4
Задача 2	1	4	2	4	2	2
Задача 3	3	3	2	4	3	3
Задача 4	3	2	4	4	1	1
Задача 5	4	3	3	4	1	2
Задача 6	1	1	2	2	1	2
Задача 7	4	4	4	4	2	2
Задача 8	1	2	3	4	2	4
Задача 9	1	1	2	2	2	2
Задача 10	3	3	4	2	4	3