



Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»
по естественным наукам

10 класс

Заключительный тур
Вариант 1

2022-2023

1. (10 баллов) Петя сложил несколько идущих последовательно чётных чисел. Оказалось, что полученная сумма в **30** раз больше наибольшего слагаемого и в **90** раз больше наименьшего. Найдите, какие числа сложил Петя.

2. (12 баллов) Последовательность функций задана формулами:

$$f_0(x) = 2\sqrt{x}, f_{n+1}(x) = \frac{4}{2-f_n(x)}, n = 0, 1, 2 \dots, x \in [4; 9].$$

Найдите $f_{2023}(4)$.

3. (15 баллов) Вершины ломаной $ABCDEFG$ имеют координаты

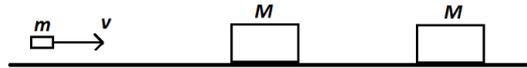
$$A(-1; -7), B(2; 5), C(3; -8), D(-3; 4), E(5; -1), F(-4; -2), G(6; 4).$$

Найдите сумму углов с вершинами в точках B, E, C, F, D .

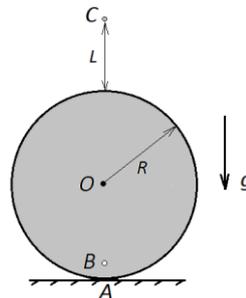
4. (13 баллов) Участник соревнований по триатлону на первом этапе плыл 1 км. На втором ехал на велосипеде 25 км, на третьем бежал 4 км. Всю дистанцию он преодолел за 1 час 15 мин. Перед соревнованиями он опробовал трассу: плыл $1/16$ часа, ехал на велосипеде и бежал по $1/49$ часа, пройдя в сумме $5/4$ км. На соревнованиях каждый этап он проходил с той же скоростью, что и на тренировке. Сколько времени он ехал на велосипеде и с какой скоростью?

5. (10 баллов) Небольшая вагонетка с реактивным двигателем стоит на рельсах. Рельсы уложены в форме окружности радиусом $R=4$ м. Вагонетка стартует с места, при этом реактивная сила имеет постоянное значение. До какой максимальной скорости вагонетка разгонится за один полный круг, если её ускорение за этот промежуток времени не должно превысить значение $a=2$ м/с²?

6. (10 баллов) На горизонтальной поверхности располагаются два одинаковых небольших неподвижных бруска массами M каждый. Расстояние между ними S . В левый брусок попадает и застревает в нём горизонтально летящая пуля массой m . Какой должна быть скорость пули, чтобы конечное расстояние между брусками было также равно S . Столкновение между брусками абсолютно упругое. Масса пули намного меньше массы бруска $m \ll M$. Коэффициент трения между брусками и горизонтальной поверхностью μ , ускорение свободного падения g .



7. (15 баллов) Равномерно заряженный по объёму шар радиусом R закреплён на горизонтальной поверхности в точке A . Заряд шара Q . В точке C , которая располагается на расстоянии L от поверхности шара, парит заряженный шарик радиусом r и массой m . Его заряд q . Известно, что $r \ll R$. Определите ускорение шарика сразу после того, как в точке B удалили часть материала. Известно, что $AB=S$. Удалённый материал представляет собой шарик радиусом r . Точки A , B , C , O располагаются на одной вертикали. Ускорение свободного падения g .



8. (15 баллов) Тонкий луч света падает на тонкую собирающую линзу на расстоянии $x=10$ см от её оптического центра. Угол между падающим лучом и плоскостью линзы $\alpha=45^\circ$, между преломлённым лучом и плоскостью линзы $\beta=30^\circ$. Определите её фокусное расстояние.



1. (10 баллов) Петя сложил несколько идущих последовательно нечётных чисел. Оказалось, что полученная сумма в **20** раз больше наибольшего слагаемого и в **60** раз больше наименьшего. Найдите, какие числа сложил Петя.

2. (12 баллов) Последовательность функций задана формулами:

$$f_0(x) = 2\sqrt{x}, f_{n+1}(x) = \frac{4}{2-f_n(x)}, n = 0, 1, 2 \dots, x \in [4; 9].$$

Найдите $f_{2023}(9)$.

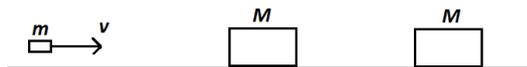
3. (15 баллов) Вершины ломаной $ABCDEFG$ имеют координаты $A(0; -5)$, $B(3; 7)$, $C(4; -6)$, $D(-2; 6)$, $E(6; 1)$, $F(-3; 0)$, $G(7; 6)$.

Найдите сумму углов с вершинами в точках B, E, C, F, D .

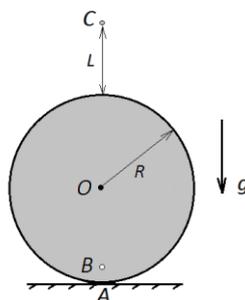
4. (13 баллов) Участник соревнований по триатлону на первом этапе плыл 1 км. На втором ехал на велосипеде 25 км, на третьем бежал 4 км. Всю дистанцию он преодолел за 1 час 15 мин. Перед соревнованиями он опробовал трассу: плыл $1/16$ часа, ехал на велосипеде и бежал по $1/49$ часа, пройдя в сумме $5/4$ км. На соревнованиях каждый этап он проходил с той же скоростью, что и на тренировке. Сколько времени он бежал и с какой скоростью?

5. (10 баллов) Небольшая вагонетка с реактивным двигателем стоит на рельсах. Рельсы уложены в форме окружности радиусом $R=5$ м. Вагонетка стартует с места, при этом реактивная сила имеет постоянное значение. До какой максимальной скорости вагонетка разгонится за один полный круг, если её ускорение за этот промежуток времени не должно превысить значение $a=1$ м/с²?

6. (10 баллов) На горизонтальной поверхности располагаются два одинаковых небольших неподвижных бруска массами M каждый. Расстояние между ними S . В левый брусок попадает и застревает в нем горизонтально летящая пуля массой m . Какой должна быть скорость пули, чтобы конечное расстояние между брусками было также равно S . Столкновение между брусками абсолютно упругое. Масса пули намного меньше массы бруска $m \ll M$. Коэффициент трения между брусками и горизонтальной поверхностью μ , ускорение свободного падения g .



7. (15 баллов) Равномерно заряженный по объёму шар радиусом R закреплён на горизонтальной поверхности в точке A . Заряд шара Q . В точке C , которая располагается на расстоянии L от поверхности шара, парит заряженный шарик радиусом r и массой m . Его заряд q . Известно, что $r \ll R$. Определите ускорение шарика сразу после того, как в точке B удалили часть материала. Известно, что $AB=S$. Удалённый материал представляет собой шарик радиусом r . Точки A, B, C, O располагаются на одной вертикали. Ускорение свободного падения g .



8. (15 баллов) Тонкий луч света падает на тонкую рассеивающую линзу на расстоянии $x=10$ см от её оптического центра. Угол между падающим лучом и плоскостью линзы $\alpha=30^\circ$, между преломлённым лучом и плоскостью линзы $\beta=45^\circ$. Определите её фокусное расстояние.