



1. (12 баллов) Решите уравнение $(x^4 - 2)(2^{\operatorname{tg}x} - 1) + (3^{x^4} - 9)\operatorname{tg}x = 0$.

2. (13 баллов) Участник соревнований по триатлону на первом этапе плыл 1 км. На втором ехал на велосипеде 25 км, на третьем бежал 4 км. Всю дистанцию он преодолел за 1 час 15 мин. Перед соревнованиями он опробовал трассу: плыл $1/16$ часа, ехал на велосипеде и бежал по $1/49$ часа, пройдя в сумме $5/4$ км. На соревнованиях каждый этап он проходил с той же скоростью, что и на тренировке. Сколько времени он ехал на велосипеде и с какой скоростью?

3. (12 баллов) Последовательность функций задана формулами

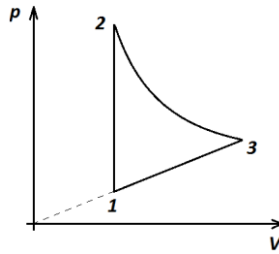
$$f_0(x) = 3\sin x, f_{n+1}(x) = \frac{9}{3-f_n(x)}$$

для любого целого $n \geq 0$. Найдите $f_{2023}\left(\frac{\pi}{6}\right)$.

4. (13 баллов) Боковые рёбра треугольной пирамиды попарно перпендикулярны, а стороны основания равны $\sqrt{61}$, $\sqrt{52}$ и $\sqrt{41}$. Центр сферы, которая касается всех боковых граней, лежит на основании пирамиды. Найдите радиус этой сферы.

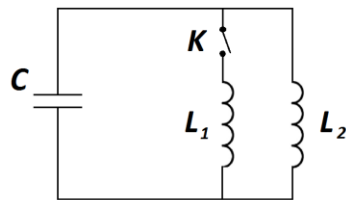
5. (10 баллов) Два камня одновременно брошены с одинаковой начальной скоростью v_0 . Первый камень брошен горизонтально с высоты $H=40$ м, второй – с поверхности Земли вертикально вверх. Известно, что камни столкнулись в воздухе. Определите начальное расстояние между камнями. Сопротивлением воздуха пренебречь.

6. (15 баллов) В основе работы тепловой машины лежит цикл, состоящий из изохоры, изотермы и процесса с прямо пропорциональной зависимостью давления от объёма (см. рисунок). В качестве рабочего тела используется идеальный одноатомный газ. Известно, что максимальная и минимальная температуры отличаются в два раза. Определите КПД данной тепловой машины.



7. (10 баллов) Дуга, центральный угол которой $\alpha=30^\circ$, вырезана из окружности радиусом $R=50$ см. По дуге равномерно распределён заряд $q=2$ мкКл. Определите напряжённость E электрического поля в центре кривизны этой дуги.

8. (15 баллов) В идеальном контуре, состоящем из конденсатора ёмкостью $C=2$ мкФ и катушки индуктивностью $L_2=1$ мГн, происходят незатухающие свободные гармонические колебания тока с амплитудой $I_{\max}=5$ мА. В тот момент времени, когда ток через катушку L_2 максимален, замыкают ключ K . Определите максимальное напряжение на конденсаторе после этого. Индуктивность катушки $L_1=2$ мГн.





1. (12 баллов) Решите уравнение $(x^3 - 3)(2^{\operatorname{ctg}x} - 1) + (5^{x^3} - 125)\operatorname{ctg}x = 0$.

2. (13 баллов) Участник соревнований по триатлону на первом этапе плыл 1 км. На втором ехал на велосипеде 25 км, на третьем бежал 4 км. Всю дистанцию он преодолел за 1 час 15 мин. Перед соревнованиями он опробовал трассу: плыл $1/16$ часа, ехал на велосипеде и бежал по $1/49$ часа, пройдя в сумме $5/4$ км. На соревнованиях каждый этап он проходил с той же скоростью, что и на тренировке. Сколько времени он бежал и с какой скоростью?

3. (12 баллов) Последовательность функций задана формулами

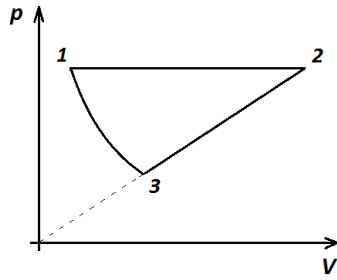
$$f_0(x) = 2\cos x, f_{n+1}(x) = \frac{4}{2 - f_n(x)}$$

для любого целого $n \geq 0$. Найдите $f_{2023}\left(\frac{\pi}{3}\right)$.

4. (13 баллов) Боковые рёбра треугольной пирамиды попарно перпендикулярны, а стороны основания равны $\sqrt{85}$, $\sqrt{58}$ и $\sqrt{45}$. Центр сферы, которая касается всех боковых граней, лежит на основании пирамиды. Найдите радиус этой сферы.

5. (10 баллов) Два камня одновременно брошены с одинаковой начальной скоростью v_0 . Первый камень брошен горизонтально с высоты $H=50$ м, второй – с поверхности Земли вертикально вверх. Известно, что камни столкнулись в воздухе. Определите начальное расстояние между камнями. Сопротивлением воздуха пренебречь.

6. (15 баллов) В основе работы тепловой машины лежит цикл, состоящий из изобары, изотермы и процесса с прямо пропорциональной зависимостью давления от объёма (см. рисунок). В качестве рабочего тела используется идеальный одноатомный газ. Известно, что максимальная и минимальная температуры отличаются в два раза. Определите КПД данной тепловой машины.



7. (10 баллов) Дуга, центральный угол которой $\alpha=60^\circ$, вырезана из окружности радиусом $R=40$ см. По дуге равномерно распределён заряд $q=5$ мкКл. Определите напряжённость E электрического поля в центре кривизны этой дуги.

8. (15 баллов) В идеальном контуре, состоящем из конденсатора ёмкостью $C=1$ мкФ и катушки индуктивностью $L_2=2$ мГн, происходят незатухающие свободные гармонические колебания тока с амплитудой $I_{\max}=10$ мА. В тот момент времени, когда ток через катушку L_2 максимален, замыкают ключ K . Определите максимальное напряжение на конденсаторе после этого. Индуктивность катушки $L_1=4$ мГн.

