



1. (12 баллов) Рассматриваются квадратичные функции $y = x^2 + px + q$, для которых $3p + q = 2023$. Покажите, что параболы, являющиеся графиками этих функций, пересекаются в одной точке.

2. (13 баллов) В зале пол имеет размеры 4×5 м², а высота потолка 4 м. На потолке в одном углу сидит муха Маша, а в противоположном углу потолка – паук Петя. Маша направилась пешком в гости к Пете по кратчайшему маршруту, но с заходом на пол. Найдите длину пройденного ею пути.

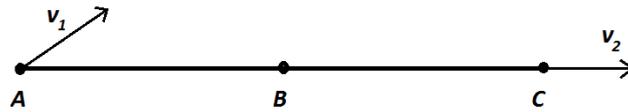
3. (12 баллов) Имеются четыре гири различного веса. Катя попарно взвешивает гири. В результате получилось 1800, 1970, 2110, 2330 и 2500 граммов. Сколько граммов весит шестой вариант взвешивания?

4. (13 баллов) По кругу стоят 16 человек: каждый из них либо правдивый (он всегда говорит правду), либо лжец (он всегда лжёт). Все сказали, что оба соседа у них – лжецы. Какое наибольшее количество лжецов может быть в этом круге?

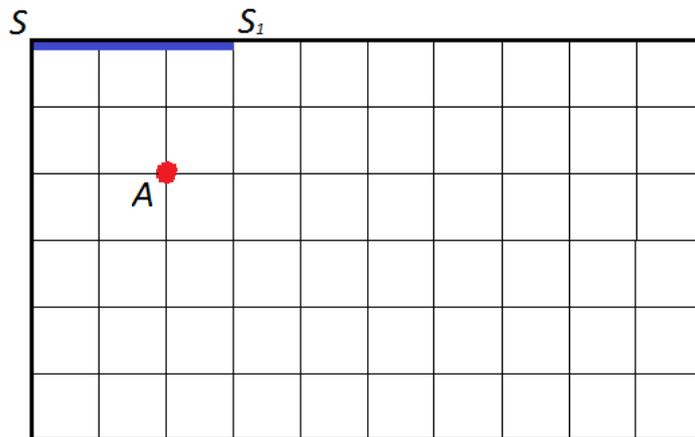
5. (15 баллов) Стакан до краёв наполнен солёной водой. При этом на поверхности плавает пресный лёд массой $m=50$ г. Какой объём ΔV воды выльется из стакана к моменту когда лёд растает? Поверхностным натяжением пренебечь. Плотность пресного льда $\rho_{\text{л}}=0,9$ г/см³, плотность солёного льда $\rho_{\text{с}}=0,95$ г/см³, плотность пресной воды $\rho_{\text{пв}}=1$ г/см³, плотность солёной воды $\rho_{\text{св}}=1,03$ г/см³. Изменением суммарного объёма при смешивании двух жидкостей пренебечь.

6. (10 баллов) Зимой, при температуре окружающего воздуха $t_0=-10$ °С, каждый квадратный метр озера отдаёт в воздух 200 кДж тепла в час. Оцените через какое время после начала образования льда, на поверхность водоёма сможет выйти рыбак, если безопасная толщина льда составляет 10 см? Температура воды $t_{\text{в}}=0$ °С. Удельная теплота плавления льда 330 кДж/кг, его удельная теплоёмкость 2100 Дж/кг·°С, плотность льда 900 кг/м³. Скорость теплоотдачи считать постоянной.

7. (15 баллов) Твёрдый стержень движется по горизонтальному столу. В определённый момент времени скорость одного конца стержня $v_1=5$ м/с, а скорость другого $v_2=4$ м/с, и она направлена вдоль оси стержня (см. рисунок). Определите для этого момента времени скорость середины стержня.



8. (10 баллов) В прямоугольной комнате находится точечный источник света A , свет от которого падает только на плоское зеркало SS_1 , которое занимает часть одной из стен в полную высоту комнаты. Определите долю стен, которые неосвещены.





1. (12 баллов) Рассматриваются квадратичные функции $y = x^2 + px + q$, для которых $-2p + q = 2023$. Покажите, что параболы, являющиеся графиками этих функций, пересекаются в одной точке.

2. (13 баллов) В зале пол имеет размеры $7 \times 8 \text{ м}^2$, а высота потолка 4 м. На потолке в одном углу сидит муха Маша, а в противоположном углу потолка – паук Петя. Маша направилась пешком в гости к Пете по кратчайшему маршруту, но с заходом на пол. Найдите длину пройденного ею пути.

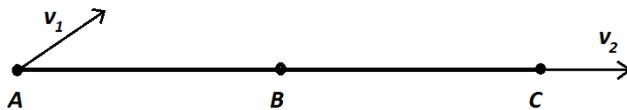
3. (12 баллов) Имеются четыре гири различного веса. Катя попарно взвешивает гири. В результате получилось 1700, 1870, 2110, 2330 и 2500 граммов. Сколько граммов весит шестой вариант взвешивания?

4. (13 баллов) По кругу стоят 17 человек: каждый из них либо правдивый (он всегда говорит правду), либо лжец (он всегда лжёт). Все сказали, что оба соседа у них – лжецы. Какое наибольшее количество лжецов может быть в этом круге?

5. (15 баллов) стакан до краёв наполнен солёной водой. При этом на поверхности плавает пресный лёд массой $m=100 \text{ г}$. Какой объём ΔV воды выльется из стакана к моменту когда лёд растает? Поверхностным натяжением пренебречь. Плотность пресного льда $\rho_{\text{л}}=0,9 \text{ г/см}^3$, плотность солёного льда $\rho_{\text{с}}=0,95 \text{ г/см}^3$, плотность пресной воды $\rho_{\text{пв}}=1 \text{ г/см}^3$, плотность солёной воды $\rho_{\text{св}}=1,03 \text{ г/см}^3$. Изменением суммарного объёма при смешивании двух жидкостей пренебречь.

6. (10 баллов) Зимой, при температуре окружающего воздуха $t_0=-20^\circ\text{C}$, каждый квадратный метр озера отдаёт в воздух 300 кДж тепла в час. Оцените через какое время после начала образования льда, на поверхность водоёма сможет выйти рыбац, если безопасная толщина льда составляет 10 см? Температура воды $t_{\text{в}}=0^\circ\text{C}$. Удельная теплота плавления льда 330 кДж/кг, его удельная теплоёмкость 2100 Дж/кг $\cdot^\circ\text{C}$, плотность льда 900 кг/м 3 . Скорость теплоотдачи считать постоянной.

7. (15 баллов) Твёрдый стержень движется по горизонтальному столу. В определённый момент времени скорость одного конца стержня $v_1=10$ м/с, а скорость другого $v_2=6$ м/с, и она направлена вдоль оси стержня (см. рисунок). Определите для этого момента времени скорость середины стержня.



8. (10 баллов) В прямоугольной комнате находится точечный источник света A , свет от которого падает только на плоское зеркало SS_1 , которое занимает часть одной из стен в полную высоту комнаты. Определите долю стен, которые неосвещены.

