



Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»  
по естественным наукам

9 класс

Заключительный тур  
Вариант 1

2022-2023

1. (12 баллов) Решите уравнение

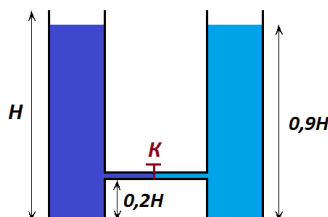
$$\sqrt[3]{(7-x)^2} - \sqrt[3]{(7-x)(9+x)} + \sqrt[3]{(9+x)^2} = 4.$$

2. (12 баллов) На перемене в кабинет математики влетела муха и стала ползать по плакату, на котором в координатной плоскости был изображён график квадратичной функции  $y = f(x)$ , со старшим коэффициентом равным 1. Сначала муха двигалась точно по параболе до точки с абсциссой равной 2, но затем начала двигаться по прямой пока снова не попала на параболу в точку с абсциссой равной 4. Найдите  $f(3)$ , если известно, что прямая  $y = 2023x$  пересекает путь мухи по отрезку прямой в его середине.

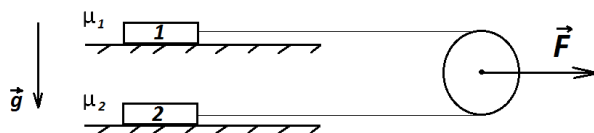
3. (13 баллов) На гипотенузе  $AB$  прямоугольного треугольника  $ABC$  во внешнюю сторону построен квадрат  $ABDE$ ,  $AC=1$ ,  $BC=4$ . В каком отношении делит сторону  $DE$  биссектриса угла  $C$ ?

4. (13 баллов) В танцевальном ансамбле 8 мальчиков и 16 девочек. Некоторые из них образуют танцевальные смешанные (мальчик и девочка) пары. Известно, что в каждой паре хотя бы один из партнёров не входит ни в какую другую пару. Каково может быть наибольшее количество танцевальных пар в этом ансамбле?

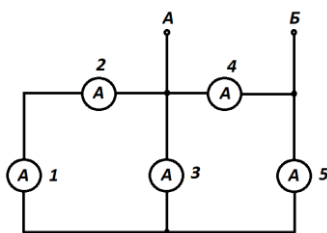
5. (15 баллов) Два одинаковых сосуда высотой  $H$  соединены тонкой трубкой с краном  $K$  на высоте  $0,2H$ . В левый сосуд налита вода, в правый – бензин. Уровни жидкостей одинаковы и равны  $0,9H$ . Определите уровни жидкостей в сосудах, которые установятся после открывания крана. Плотность воды  $1000 \text{ кг/м}^3$ , плотность бензина  $600 \text{ кг/м}^3$ .



6. (10 баллов) На двух горизонтальных полках располагаются два груза с массами  $m_1=2$  кг и  $m_2=3$  кг, соединённые невесомой нерастяжимой нитью, перекинутой через невесомый гладкий блок. Коэффициенты трения грузов о полки  $\mu_1=0,1$  и  $\mu_2=0,2$ . К центру блока прикладывают горизонтально направленную силу  $F=10$  Н. Определите ускорения грузов и центра масс этой системы тел. Ускорение свободного падения  $g=10$  м/с<sup>2</sup>.



7. (10 баллов) Пять одинаковых неидеальных амперметров соединены так, как показано на рисунке. К точкам A и B подсоединяют идеальный источник питания. Определите сумму показаний всех амперметров, если известно, что показания первого амперметра  $I_1=2$  мА.



8. (15 баллов) Комар двигался над водой по прямой с постоянной скоростью  $v=1$  м/с и в конце движения сел на поверхность воды. За 5 с до посадки он находился на высоте  $h=3$  м от поверхности воды. Косинус угла падения солнечных лучей на поверхность воды равен 0,6. Падающий солнечный луч, благодаря которому образуется тень комара, и его траектория лежат в одной вертикальной плоскости. Определите скорость, с которой двигалась тень комара по дну водоема.



1. (12 баллов) Решите уравнение

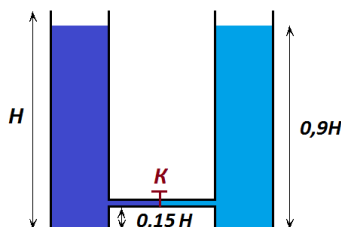
$$\sqrt[3]{(9-x)^2} - \sqrt[3]{(9-x)(7+x)} + \sqrt[3]{(7+x)^2} = 4.$$

2. (12 баллов) На перемене в кабинет математики влетела муха и стала ползать по плакату, на котором в координатной плоскости был изображён график квадратичной функции  $y = f(x)$ , со старшим коэффициентом равным  $-1$ . Сначала муха двигалась точно по параболе до точки с абсциссой равной 2, но затем начала двигаться по прямой пока снова не попала на параболу в точку с абсциссой равной 4. Найдите  $f(3)$ , если известно, что прямая  $y = 2023x$  пересекает путь мухи по отрезку прямой в его середине.

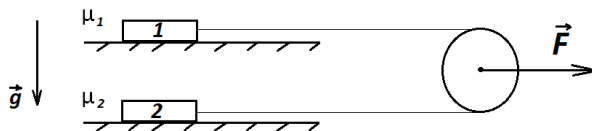
3. (13 баллов) На гипотенузе  $AB$  прямоугольного треугольника  $ABC$  во внешнюю сторону построен квадрат  $ABDE$ ,  $AC=2$ ,  $BC=5$ . В каком отношении делит сторону  $DE$  биссектриса угла  $C$ ?

4. (13 баллов) В танцевальном ансамбле 8 мальчиков и 20 девочек. Некоторые из них образуют танцевальные смешанные (мальчик и девочка) пары. Известно, что в каждой паре хотя бы один из партнёров не входит ни в какую другую пару. Каково может быть наибольшее количество танцевальных пар в этом ансамбле?

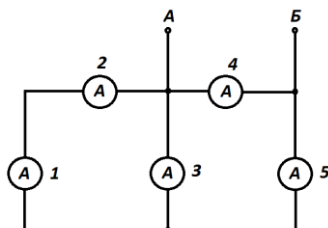
5. (15 баллов) Два одинаковых сосуда высотой  $H$  соединены тонкой трубкой с краном  $K$  на высоте  $0,15H$ . В левый сосуд налита вода, в правый – бензин. Уровни жидкостей одинаковы и равны  $0,9H$ . Определите уровни жидкостей в сосудах, которые установятся после открывания крана. Плотность воды  $1000 \text{ кг/м}^3$ , плотность бензина  $600 \text{ кг/м}^3$ .



6. (10 баллов) На двух горизонтальных полках располагаются два груза с массами  $m_1=1$  кг и  $m_2=10$  кг, соединённые невесомой нерастяжимой нитью, перекинутой через невесомый гладкий блок. Коэффициенты трения грузов о полки  $\mu_1=0,3$  и  $\mu_2=0,1$ . К центру блока прикладывают горизонтально направленную силу  $F=20$  Н. Определите ускорения грузов и центра масс этой системы тел. Ускорение свободного падения  $g=10$  м/с<sup>2</sup>.



7. (10 баллов) Пять одинаковых неидеальных амперметров соединены так, как показано на рисунке. К точкам  $A$  и  $B$  подсоединяют идеальный источник питания. Определите сумму показаний всех амперметров, если известно, что показания второго амперметра  $I_2=4$  мА.



8. (15 баллов) Комар двигался над водой по прямой с постоянной скоростью  $v=0,5$  м/с и в конце движения сел на поверхность воды. За 20 с до посадки он находился на высоте  $h=6$  м от поверхности воды. Косинус угла падения солнечных лучей на поверхность воды равен 0,6. Падающий солнечный луч, благодаря которому образуется тень комара, и его траектория лежат в одной вертикальной плоскости. Определите скорость, с которой двигалась тень комара по дну водоема.