



1. (12 баллов) Параллелограмм $ABCD$ является основанием пирамиды $SABCD$. Точки M , N и P лежат на рёбрах SA , SD и SC соответственно, причём $SM:MA=1:2$, $SN:ND=1:3$, $SP:PC=1:4$. В каком отношении плоскость MNP делит ребро SB ?

2. (12 баллов) Решите систему

$$\begin{cases} \frac{\log_3 x \cdot \log_4 y}{\log_2(xy)} = \frac{1}{3}, \\ \frac{\log_3 y \cdot \log_{25} z}{\log_5(yz)} = \frac{3}{5}, \\ \frac{\log_{27} z \cdot \log_2 x}{\log_{16}(zx)} = 1. \end{cases}$$

3. (13 баллов) Даны числа x , y , z такие, что $4^x + \sin^4 y + \ln^6 z = 16$. Докажите, что $2^{x+1} + 3\sin^2 y - 6\ln^3 z \leq 28$.

4. (13 баллов) Дана последовательность:

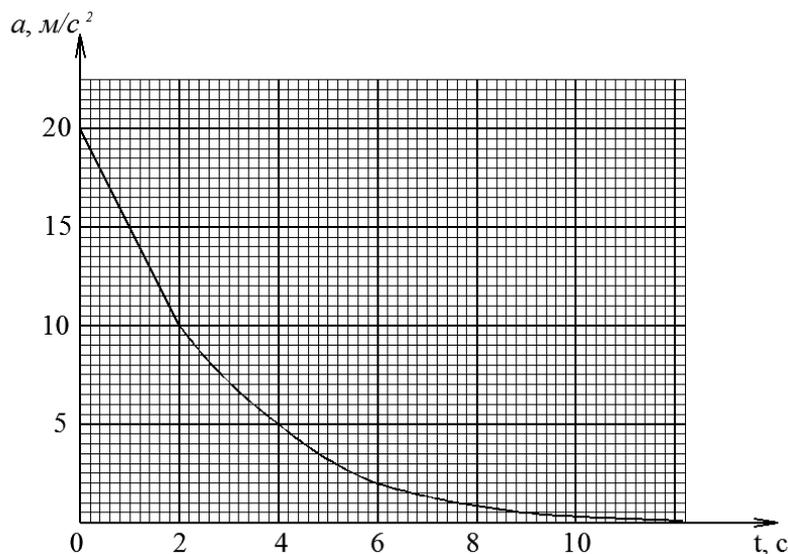
$$a_1 = \cos 10^\circ, a_2 = \cos 100^\circ, \dots, a_n = \cos(10^n)^\circ, \dots$$

Найдите наименьшее значение выражения

$$a_1 \cdot \cos x + (a_2 + a_{2023} + a_{2024}) \cdot \sin x, \text{ где } x \in R.$$

Уважаемые коллеги! При проверке работ, не забывайте учитывать, что у участников олимпиады не было калькулятора. При сложных расчетах допускается разумное отклонение от авторского ответа.

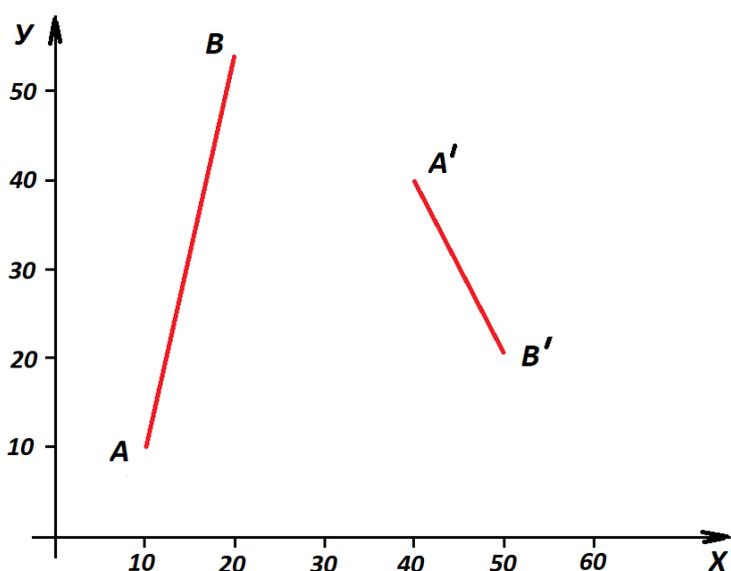
5. (15 баллов) Тело бросают с высокорасположенного балкона вертикально вверх. Зависимость модуля ускорения тела от времени приведена на графике. Пользуясь данной зависимостью, оцените начальную скорость тела. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.



6. (10 баллов) Два маленьких одноименно заряженных шарика удерживают на расстоянии L друг от друга. Заряды шариков q_1 и q_2 , их массы m_1 и m_2 соответственно. В определённый момент времени шарики отпускают. Определите их скорости через достаточно продолжительный промежуток времени. Силой тяжести пренебречь.

7. (10 баллов) Одиннадцатиклассник Петя выполнял эксперимент с водяным паром. Он взял пар при температуре $T=100^\circ\text{C}$, поместил его в вертикальный цилиндрический сосуд под невесомый поршень. Поршень Петя установил на высоте $h_0=30$ см от дна сосуда и отпустил. После установления равновесия поршень оказался на высоте $h=10$ см, при этом давление пара выросло в 2 раза. Определите массу пара, которую Петя взял для работы. Площадь дна сосуда $S=100$ см².

8. (15 баллов) На рисунке показано местоположение предмета AB и его изображения $A'B'$, полученного с помощью тонкой линзы. С помощью циркуля и линейки восстановите положение линзы, определите координаты её оптического центра и фокусов. Словами опишите последовательность действий, приводящую к ответу.





Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»
по естественным наукам

11 класс

Заключительный тур

2023-2024

Вариант 2

Задания

1. (11 баллов) Параллелограмм $ABCD$ является основанием пирамиды $SABCD$. Точки M , N и P лежат на рёбрах SA , SB и SC соответственно, причём $SM:MA=1:2$, $SN:NB=1:3$, $SP:PC=1:4$. В каком отношении плоскость MNP делит ребро SD ?

2. (12 баллов) Решите систему

$$\begin{cases} \frac{\log_{25}x \cdot \log_3y}{\log_{27}(xy)} = 1, \\ \frac{\log_5y \cdot \log_{49}z}{\log_7(yz)} = \frac{3}{5}, \\ \frac{\log_{125}z \cdot \log_3x}{\log_{81}(zx)} = 1. \end{cases}$$

3. (13 баллов) Даны числа x , y , z такие, что $4^x + \sin^4y + \ln^6z = 25$. Докажите, что $2^x - 4\sin^2y + 8\ln^3z \leq 45$.

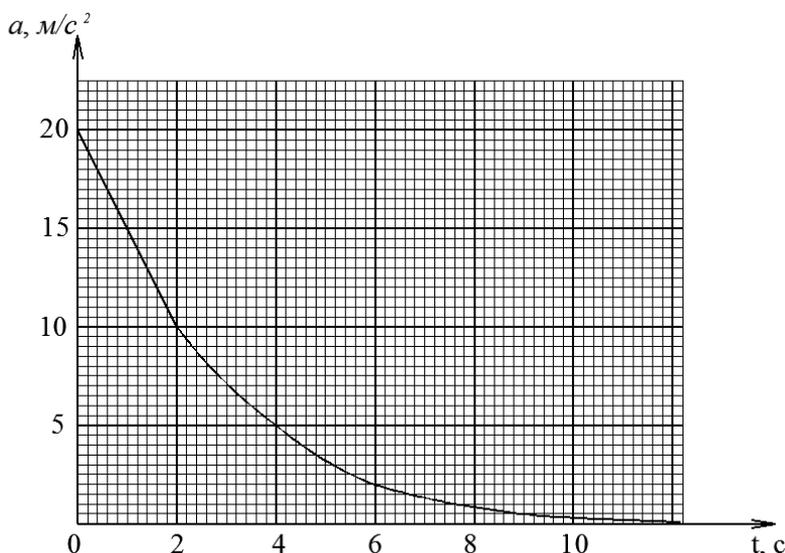
4. (13 баллов) Дана последовательность:

$$a_1 = \cos 10^\circ, a_2 = \cos 100^\circ, \dots, a_n = \cos(10^n)^\circ, \dots$$

Найдите наибольшее значение выражения

$$a_1 \cdot \cos x + (a_2 + a_{2023} + a_{2024}) \cdot \sin x, \text{ где } x \in R.$$

5. (15 баллов) Тело бросают с высокорасположенного балкона вертикально вверх. Зависимость модуля ускорения тела от времени приведена на графике. Пользуясь данной зависимостью, оцените установившуюся скорость тела. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.



6. (10 баллов) Два маленьких одноименно заряженных шарика удерживают на расстоянии L друг от друга. Заряды шариков q_1 и q_2 , их массы m_1 и m_2 соответственно. В определённый момент времени шарики отпускают. Определите их скорости через достаточно продолжительный промежуток времени. Силой тяжести пренебречь.

7. (10 баллов) Одиннадцатиклассник Петя выполнял эксперимент с водяным паром. Он взял пар при температуре $T=100^\circ\text{C}$, поместил его в вертикальный цилиндрический сосуд под невесомый поршень. Поршень Петя установил на высоте $h_0=60$ см от дна сосуда и отпустил. После установления равновесия поршень оказался на высоте $h=15$ см, при этом давление пара выросло в 2 раза. Определите массу пара, которую Петя взял для работы. Площадь дна сосуда $S=500$ см².

8. (15 баллов) На рисунке показано местоположение предмета AB и его изображения $A'B'$, полученного с помощью тонкой линзы. С помощью циркуля и линейки восстановите положение линзы, определите координаты её оптического центра и фокусов. Словами опишите последовательность действий, приводящую к ответу.

