



1. (12 баллов) Найдите все положительные решения системы уравнений

$$\begin{cases} x^2 + 2 = (y + z)^2; \\ y^2 + 3 = (x + z)^2; \\ z^2 + 4 = (x + y)^2. \end{cases}$$

2. (12 баллов) В магазине работают два кассовых аппарата. До обеда первый кассир обслужил на 25% меньше покупателей, чем второй, зато после обеда на 20% больше, чем второй кассир. По итогам дня оказалось, что первый кассир обслужил на 10% покупателей больше, чем второй. Общее количество обслуженных двумя кассирами покупателей оказалось меньше 250. Сколько всего покупателей обслужил второй кассир?

3. (13 баллов) На окружности отмечено 2024 точки, точка A – одна из них. Каких (выпуклых) многоугольников с вершинами в некоторых из этих точек больше и на сколько: содержащих точку A или не содержащих её?

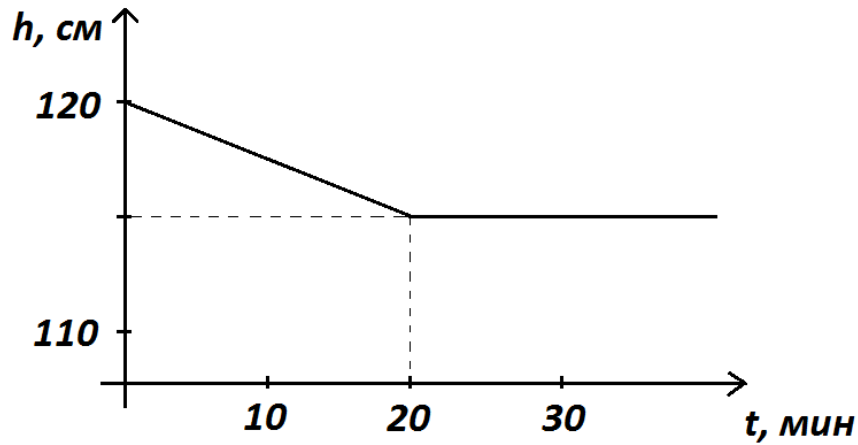
4. (13 баллов) Многочлен $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ имеет **три** различных действительных корней. А многочлен $f(g(x))$, где

$$g(x) = x^2 + 6x + 2024$$

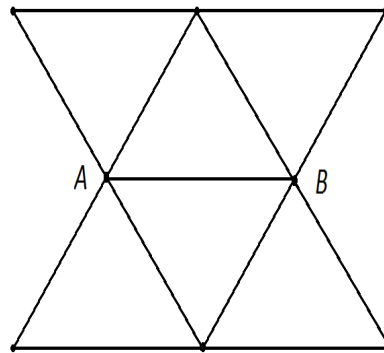
действительных корней не имеет. Докажите, что $f(2024) > 729$.

5. (10 баллов) Маленький шарик запустили с горизонтальной поверхности со скоростью $v_0=40$ м/с под углом $\alpha=60^\circ$ к горизонту. В момент времени, когда скорость шарика стала равной $v=30$ м/с, он врезался в вертикальную стенку. Считая удар о стенку абсолютно упругим, определите на каком расстоянии от точки запуска шарик упадёт обратно на горизонтальную поверхность? Ускорение свободного падения $g=10$ м/с².

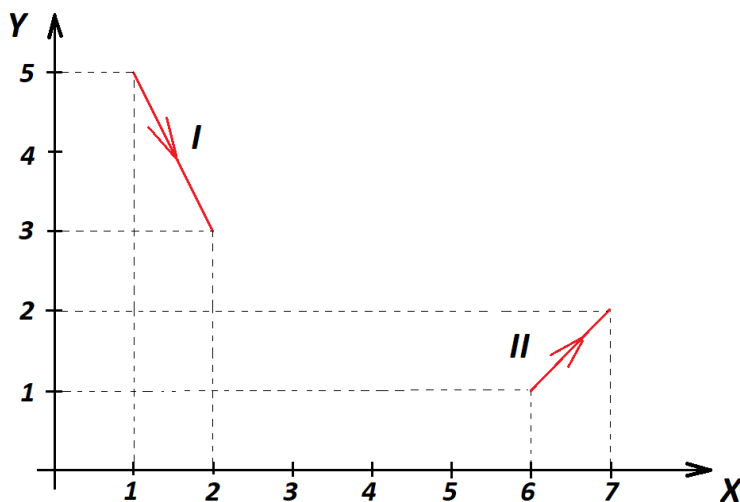
6. (10 баллов) В цилиндрическом сосуде на дне намерз лёд. Его температура 0°C . Сверху налита вода, взятая при той же температуре. Сосуд внесли в тёплое помещение. Зависимость уровня воды в сосуде от времени приведена на графике. Определите исходные массы льда и воды. Площадь основания сосуда $S=15$ см², плотность воды $\rho_{\text{в}}=1$ г/см³, плотность льда $\rho_{\text{л}}=0,9$ г/см³.



7. (15 баллов) Тринадцать одинаковых металлических стержней соединены следующим образом (см. рис.). Известно, что сопротивление одного стержня $R_0 = 10 \text{ Ом}$. Определите сопротивление всей конструкции, если она подключается к источнику тока точками A и B.



8. (15 баллов) На рисунке показана часть светового луча I, падающего на плоское зеркало, и часть отражённого от него луча II. Рассчитайте координаты точки отражения и угол к горизонту, под которым расположено зеркало.





1. (12 баллов) Найдите все положительные решения системы уравнений

$$\begin{cases} x^2 + 2 = (y + z)^2; \\ y^2 + 1 = (x + z)^2; \\ z^2 + 1 = (x + y)^2. \end{cases}$$

2. (12 баллов) В магазине работают два кассовых аппарата. До обеда первый кассир обслужил на 25% меньше покупателей, чем второй, зато после обеда на 20% больше, чем второй кассир. По итогам дня оказалось, что первый кассир обслужил на 10% покупателей больше, чем второй. Общее количество обслуженных двумя кассирами покупателей оказалось меньше 250. Сколько всего покупателей обслужил первый кассир?

3. (13 баллов) На окружности отмечено 2025 точек, точка A – одна из них. Каких (выпуклых) многоугольников с вершинами в некоторых из этих точек больше и на сколько: содержащих точку A или не содержащих её?

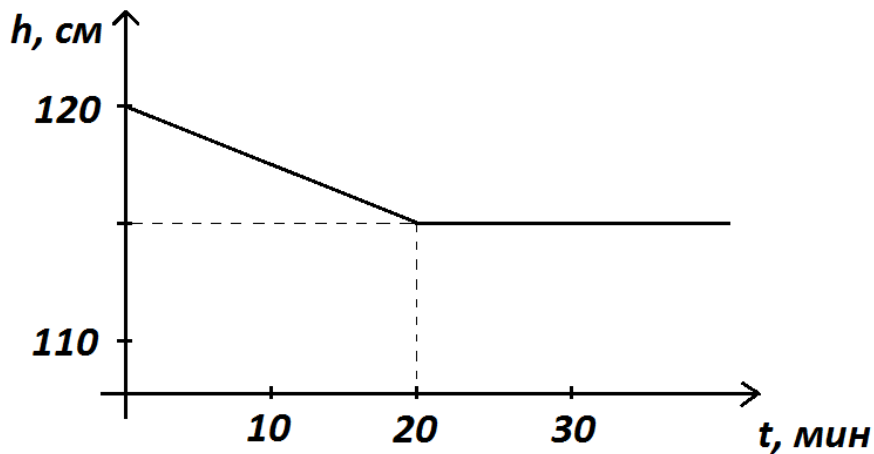
4. (13 баллов) Многочлен $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ имеет **три** различных действительных корня. А многочлен $f(g(x))$, где

$$g(x) = x^2 + 4x + 2024$$

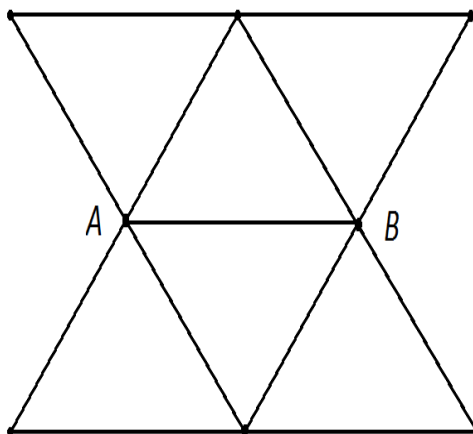
действительных корней не имеет. Докажите, что $f(2024) > 64$.

5. (10 баллов) Маленький шарик запустили с горизонтальной поверхности со скоростью $v_0=30$ м/с под углом $\alpha=60^\circ$ к горизонту. В момент времени, когда скорость шарика стала равной $v=20$ м/с, он врезался в вертикальную стенку. Считая удар о стенку абсолютно упругим, определите на каком расстоянии от точки запуска шарик упадёт обратно на горизонтальную поверхность? Ускорение свободного падения $g=10$ м/с².

6. (10 баллов) В цилиндрическом сосуде на дне намерз лёд. Его температура 0°C . Сверху налита вода, взятая при той же температуре. Сосуд внесли в тёплое помещение. Зависимость уровня воды в сосуде от времени приведена на графике. Определите исходные массы льда и воды. Площадь основания сосуда $S=15$ см², плотность воды $\rho_{\text{В}}=1$ г/см³, плотность льда $\rho_{\text{Л}}=0,9$ г/см³.



7. (15 баллов) Тринадцать одинаковых металлических стержней соединены следующим образом (см. рис.). Известно, что сопротивление одного стержня $R_0=8$ Ом. Определите сопротивление всей конструкции, если она подключается к источнику тока точками A и B .



8. (15 баллов) На рисунке показана часть светового луча I, падающего на плоское зеркало, и часть отражённого от него луча II. Рассчитайте координаты точки отражения и угол к горизонту, под которым расположено зеркало.

