



1. (11 баллов) Общественный транспорт города Златоуста представлен автобусами и трамваями. Автобусов в начале года было 60% от общего количества единиц общественного транспорта. Весной городской транспорт пополнился новыми трамваями и после этого, автобусов стало 20% от всего количества общественного транспорта. А осенью пришли новые автобусы, и после этого количество автобусов стало снова 60%. Во сколько раз увеличилось количество единиц общественного транспорта за год в городе Златоусте?

Ответ: в 6 раз.

Решение. Пусть a – единиц транспорта было в начале года, тогда автобусов было $0,6a$. Пусть b трамваев пришло весной, тогда $(a + b) \cdot 0,2 = 0,6a$, $b = 2a$. Пусть c автобусов пришло осенью, тогда $(a + 2a + c) \cdot 0,6 = 0,6a + c$, $c = 3a$. В конце года стало $a + b + c = 6a$ единиц транспорта. Следовательно, за год количество единиц общественного транспорта увеличилось в 6 раз.

Критерии оценивания. Полное решение 11 баллов. Если решение содержит арифметическую ошибку, но ход решения верный, то снимаем 2 балла. Верный ответ при отсутствии решения – 2 балла.

2. (13 баллов) Известно, что для некоторого натурального a числа $2a - 1$ и $3a - 5$ делятся на простое число p . Найдите все такие p .

Ответ: 7.

Решение. Из условия следует, что $3(2a - 1) - 2(3a - 5) = 7$ делится на p . Поэтому никакое простое число, кроме числа 7, не подходит, а 7 получится, например, при $a = 4$.

Критерии оценивания. Ответ угадан, ставим 3 балла. Найдено число 7, но не приведён пример для a – это 11 баллов. Полное решение 13 баллов.

3. (13 баллов) Миша выписал на доску в строку 2025 букв, причём, количество букв между любыми двумя гласными буквами не равно 3. Какое наибольшее количество гласных букв могло быть выписано?

Ответ: 1013.

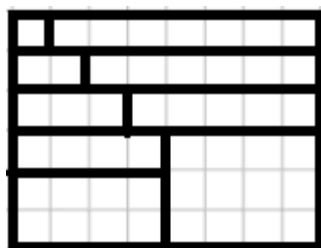
Решение. Рассмотрим любые восемь букв подряд и разобьём их на 4 пары, объединяя в пары: первую – с пятой, вторую – с шестой, третью – с седьмой, четвертую – с восьмой буквой. В каждой паре не более одной гласной. Значит, в восьми подряд не более 4 гласных. Тогда в первых 2024 буквах не более, чем $\frac{2024}{8} \cdot 4$ гласных, то есть 1012, а вместе с 2025-й буквой, 1013. Пример – ааааббббаааабббб ... аааабббба.

Критерии оценивания. Приведён пример (не обязательно данный) – 5 баллов. Доказано, что среди каждых восьми, идущих подряд букв, не более четырёх гласных – 8 баллов. Если ответ угадан – 2 балла. Обоснованно получен верный ответ – 13 баллов.

4. (13 баллов) Из клетчатого листа 8×8 Миша вырезал (по границам клеток) прямоугольник, а Оля разрежала (тоже по линиям сетки) этот прямоугольник на 9 разных по площади прямоугольников. Какой наименьшей площади может быть Мишин прямоугольник? Покажите, как Оля его разрежала.

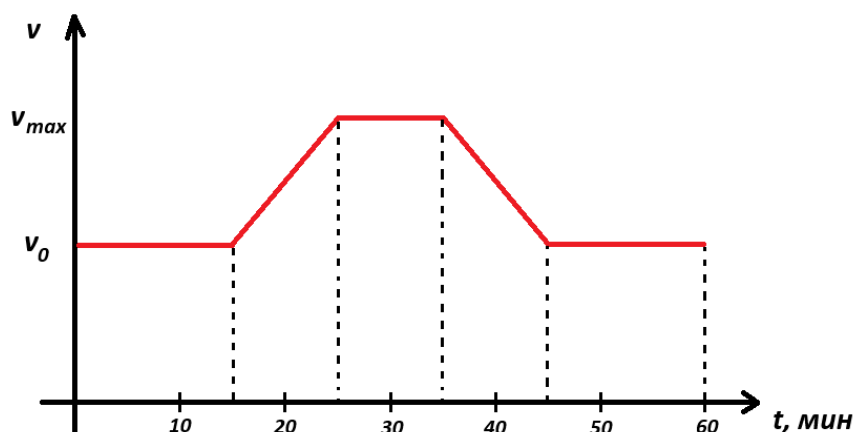
Ответ: $48 = 6 \times 8$.

Решение. Так как все 9 прямоугольников разной площади, то их общая площадь не меньше, чем $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45$. Так как $45 = 1 \times 45 = 3 \times 15 = 5 \times 9$, прямоугольник любых таких размеров не поместится в данном квадрате 8×8 . То же самое с $46 = 2 \times 23$ и $47 = 1 \times 47$. Поэтому меньше $6 \times 8 = 48$ быть не может. Как Оля его разрежала, показано на рисунке (приведённый пример не единственный).



Критерии оценивания. Доказано, что наименьшая площадь вырезанного прямоугольника 48 – ставим 7 баллов; приведен любой верный пример его разрезания – ещё 6 баллов. Верное решение – 13 баллов.

5. (10 баллов) Мальчик Феликс занимается легкой атлетикой, поэтому каждый день бежит по стадиону, длина беговой дорожки которого $L=2000$ м, в течение одного часа. В начале и в конце тренировки Феликс делает разминку и заминку (бег трусцой по 15 минут со скоростью $V_0=2,5$ м/с). После разминки Феликс постепенно разгоняется до своей максимальной скорости, бежит так 10 минут, после чего также постепенно сбрасывает скорость. Выяснилось, что Феликс пробежал ровно $N=6$ кругов. Чему равна максимальная скорость Феликса?



Ответ: 5 м/с

Решение: За время разминки и заминки Феликс пробежал по:

$$S_1 = S_2 = 15 \text{ мин} \cdot 2,5 \frac{\text{м}}{\text{с}} = 15 \text{ мин} \cdot 150 \frac{\text{м}}{\text{мин}} = 2250 \text{ м.} \quad (2 \text{ балла})$$

Скорость на участках, где Феликс разгоняется и тормозит, линейно увеличивается и уменьшается, поэтому средняя скорость на этих участках – среднее арифметическое из v_0 и v_{max} .

$t = 10 \text{ мин} = 600 \text{ с}$ – время на втором, третьем и четвёртом участке графика (время разгона, бега с максимальной скоростью и время торможения).

$$S_2 = S_4 = \frac{v_0 + v_{\text{max}}}{2} t \text{ - расстояние, которое пробежал Феликс за разгон и за торможение.} \quad (2 \text{ балла})$$

$$S_3 = v_{\text{max}} t \text{ - расстояние, которое пробежал Феликс с максимальной скоростью.} \quad (2 \text{ балла})$$

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 = S_1 + \frac{v_0 + v_{\text{max}}}{2} t + v_{\text{max}} t + \frac{v_0 + v_{\text{max}}}{2} t + S_5 = 2S_1 + v_0 t + 2v_{\text{max}} t = NL, \quad (2 \text{ балла})$$

L – длина беговой дорожки.

$$v_{\text{max}} = \frac{NL - 2S_1 - v_0 t}{2t}$$

$$v_{\text{max}} = \frac{6 \cdot 2 \text{ км} - 2 \cdot 2250 \text{ м} - 2,5 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 10 \text{ мин}}{2 \cdot 10 \text{ мин}} = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}} \quad (2 \text{ балла})$$

6. (10 баллов) Сложная деталь состоит из трех простых элементов равных объёмов. Известно, что плотности первого и второго элементов отличаются в два раза ($\rho_1 = 2\rho_2$), кроме того, плотность ρ_3 третьего элемента на $0,5 \text{ г/см}^3$ меньше плотности ρ_2 второго. Определите плотность ρ_3 третьего элемента, если общая плотность сложной детали $\rho = 3000 \text{ кг/м}^3$.

Ответ: $1,875 \text{ г/см}^3$

Решение:

$$\rho = 3000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} = 3 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \text{ - средняя плотность.}$$

$$\rho_2 = \rho_3 + \Delta\rho, \text{ где } \Delta\rho = 0,5 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}.$$

$$\rho_1 = 2\rho_2.$$

$$V_1 = V_2 = V_3 = \frac{V}{3}, \text{ где } V \text{ - объем детали.} \quad (3 \text{ балла})$$

$$M = \rho V = \rho_1 \frac{V}{3} + \rho_2 \frac{V}{3} + \rho_3 \frac{V}{3} \quad | \cdot \frac{3}{V} \quad (3 \text{ балла})$$

$$3\rho = \rho_1 + \rho_2 + \rho_3 = 2\rho_2 + \rho_2 + \rho_3 = 3(\rho_3 + \Delta\rho) + \rho_3 = 4\rho_3 + 3\Delta\rho \quad (3 \text{ балла})$$

$$\rho_3 = \frac{3}{4}(\rho - \Delta\rho) = \frac{3}{4}\left(3\frac{\text{г}}{\text{см}^3} - 0,5\frac{\text{г}}{\text{см}^3}\right) = 1,875\frac{\text{г}}{\text{см}^3} \quad (1 \text{ балл})$$

7. (15 баллов) Муравьишка решил бегать по клетчатому листку бумаги размером 5 см на 7 см. Изначально муравьишка находился в точке А (см. рис. 1). Затем он добежал до края листа и побежал по другой стороне с постоянной скоростью $v=1$ м/с, и остановился лишь когда достиг точки В. Мальчик Миша внимательно следил за муравьем и отметил точки А и В, но так как они находятся с разных сторон, то Миша поднес листок к свету и место, где просвечивает точка В, для удобства отметил точкой С. Также Миша заметил, что муравьишка добрался из А в В за минимально возможное время. Определите расстояние, которое пробежал муравьишка. Имейте ввиду, что если отрезки a , b и c расположены так, как это показано на рисунке 2, то их длины связаны соотношением $a^2+b^2=c^2$.

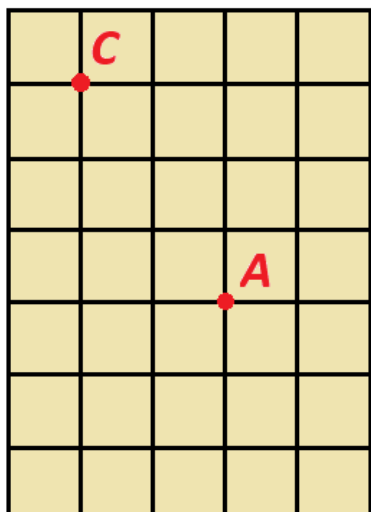


Рис. 1

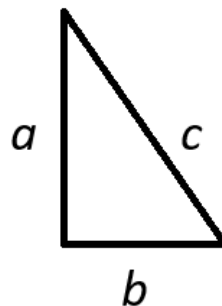


Рис. 2

Ответ: 5 см

Решение:

Найдем сначала минимальный путь муравьишки.

Возьмем листок 10 см на 7 см и согнем пополам так, чтобы получился листок 5 см на 7 см. Если Миша отметит на нем точки А, В и С, как в условии, а потом разогнет листок, то получит картинку как на рисунке 1 или как на рисунке 2. Еще Миша может взять листок 5 см на 14 см и согнуть его. При разгибании получится картина как на рисунке 3 или на рисунке 4. (5 баллов)

Минимальный путь для муравьишки – длина отрезка АВ, так как в этом случае муравьишка двигался по прямой.

Рисунок 1

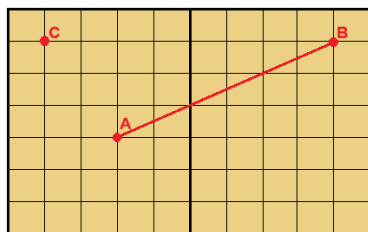


Рисунок 2

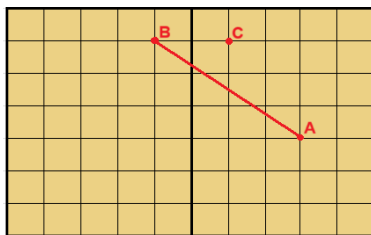


Рисунок 3

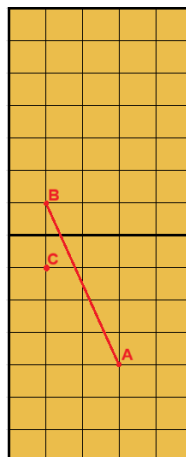
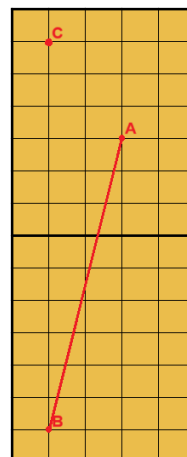


Рисунок 4



Сравним длины отрезков АВ в четырех случаях.

С помощью соотношения из условия вычислим длины и сравним.

(5 баллов)

$$AB_1 = \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{45} \text{ см}$$

$$AB_2 = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} \text{ см}$$

$$AB_3 = \sqrt{2^2 + 9^2} = \sqrt{85} \text{ см}$$

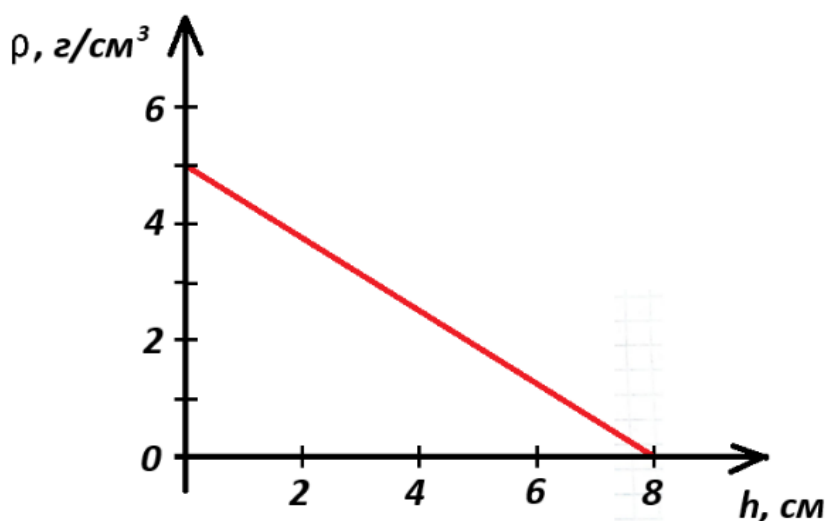
$$AB_4 = \sqrt{2^2 + 5^2} = \sqrt{29} \text{ см}$$

Минимальная длина отрезка АВ и минимальное время получается в случае 2:

$$AB_2 = \sqrt{25} \text{ см} = 5 \text{ см.}$$

(5 баллов)

8. (15 баллов) В широком сосуде находится необычная жидкость, для которой зависимость плотности от глубины $\rho(h)$ линейна и представлена на графике. В сосуд аккуратно помещают небольшой однородный цилиндр высотой $H=10$ см. Известно, что объём погруженной части цилиндра равен $\alpha=0,6$ от всего его объёма. Найдите плотность погруженного цилиндра.



Ответ: 1,875 г/см³

Решение:

Цилиндр (плотность цилиндра ρ_x) погружен в жидкость на:

$$h = \alpha H = 0,6 \cdot 10 \text{ см} = 6 \text{ см}. \quad (3 \text{ балла})$$

Найдем плотность жидкости на этой глубине $\rho(6 \text{ см})$. $\rho(h) = kh + b$.

$$\begin{cases} 5 \frac{\Gamma}{\text{см}^3} = k \cdot 0 \text{ см} + b \\ 0 \frac{\Gamma}{\text{см}^3} = k \cdot 8 \text{ см} + b \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = 5 \frac{\Gamma}{\text{см}^3} \\ k = -\frac{5}{8} \frac{\Gamma}{\text{см}^4} \end{cases}$$

$$\rho(6 \text{ см}) = -\frac{5}{8} \frac{\Gamma}{\text{см}^4} \cdot 6 \text{ см} + 5 \frac{\Gamma}{\text{см}^3} = 1,25 \frac{\Gamma}{\text{см}^3} \quad (3 \text{ балла})$$

Так как плотность изменяется линейно, то при расчете силы Архимеда можно использовать среднее арифметическое из $\rho(6 \text{ см})$ и $\rho(0 \text{ см})$.

$$\rho_{\text{ср}} = \frac{\rho(6 \text{ см}) + \rho(0 \text{ см})}{2} = \frac{1,25 \frac{\Gamma}{\text{см}^3} + 5 \frac{\Gamma}{\text{см}^3}}{2} = 3,125 \frac{\Gamma}{\text{см}^3}. \quad (3 \text{ балла})$$

Условие равновесия для цилиндра:

$$F_{\text{арх}} = mg \quad (3 \text{ балла})$$

$$\rho_{\text{ср}} g \alpha V = \rho_x V g$$

$$\rho_x = \alpha \rho_{\text{ср}} = 0,6 * 3,125 \frac{\Gamma}{\text{см}^3} = 1,875 \frac{\Gamma}{\text{см}^3} \quad (3 \text{ балла})$$



1. (11 баллов) Общественный транспорт города Магнитогорска представлен автобусами и трамваями. Автобусов в начале года было 50% от общего количества единиц общественного транспорта. Весной городской транспорт пополнился новыми трамваями и после этого, автобусов стало 20% от всего количества общественного транспорта. А осенью пришли новые автобусы, и после этого количество автобусов стало 60%. Во сколько раз увеличилось количество единиц общественного транспорта за год в городе Магнитогорске?

Ответ: в 5 раз.

Решение. Пусть a – единиц транспорта было в начале года, тогда автобусов было $0,5a$. Пусть b трамваев пришло весной, тогда $(a + b) \cdot 0,2 = 0,5a$, $b = 1,5a$. Пусть c автобусов пришло осенью, тогда $(a + 1,5a + c) \cdot 0,6 = 0,5a + c$, $c = 2,5a$. В конце года стало $a + b + c = 5a$ единиц транспорта. Следовательно, за год количество единиц общественного транспорта увеличилось в 5 раз.

Критерии оценивания. Полное решение 11 баллов. Если решение содержит арифметическую ошибку, но ход решения верный, то снимаем 2 балла. Верный ответ при отсутствии решения – 2 балла.

2. (13 баллов) Известно, что для некоторого натурального a числа $3a - 2$ и $4a - 1$ делятся на простое число p . Найдите все такие p .

Ответ: 5.

Решение. Из условия следует, что $3(4a - 1) - 4(3a - 2) = 5$ делится на p . Поэтому никакое простое число, кроме числа 5, не подходит, а 5 получится, например, при $a = 4$.

Критерии оценивания. Ответ угадан, ставим 3 балла. Найдено число 5, но не приведён пример для a – это 11 баллов. Полное решение 13 баллов.

3. (13 баллов) Миша выписал на доску в строку 2026 букв, причём, количество букв между любыми двумя гласными буквами не равно 3. Какое наибольшее количество гласных букв могло быть выписано?

Ответ: 1014.

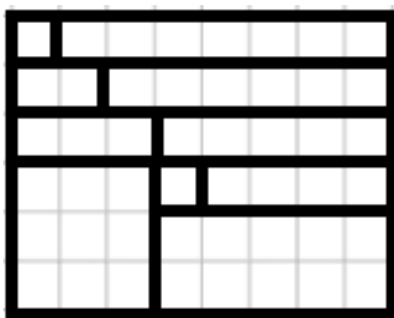
Решение. Рассмотрим любые восемь букв подряд и разобьём их на 4 пары, объединяя в пары: первую – с пятой, вторую – с шестой, третью – с седьмой, четвертую – с восьмой буквой. В каждой паре не более одной гласной. Значит, в восьми подряд не более 4 гласных. Тогда в первых 2024 буквах не более, чем $\frac{2024}{8} \cdot 4$ гласных, то есть 1012, а вместе с 2025-й и с 2026-й буквами, 1014. Пример – аааабббббааааббббб ... аааабббббаа.

Критерии оценивания. Приведён пример (не обязательно данный) – 5 баллов. Доказано, что среди каждых восьми, идущих подряд букв, не более четырёх гласных – 8 баллов. Угадан ответ – 2 балла. Обоснованно получен верный ответ – 13 баллов.

4. (13 баллов) Из клетчатого листа 8×8 Миша вырезал (по границам клеток) прямоугольник, а Оля разрежала (тоже по линиям сетки) этот прямоугольник на 10 прямоугольников, из которых два – одноклеточные квадратики, а все остальные – разные по площади, причём больше единицы. Какой наименьшей площади может быть Мишин прямоугольник? Покажите, как Оля его разрежала.

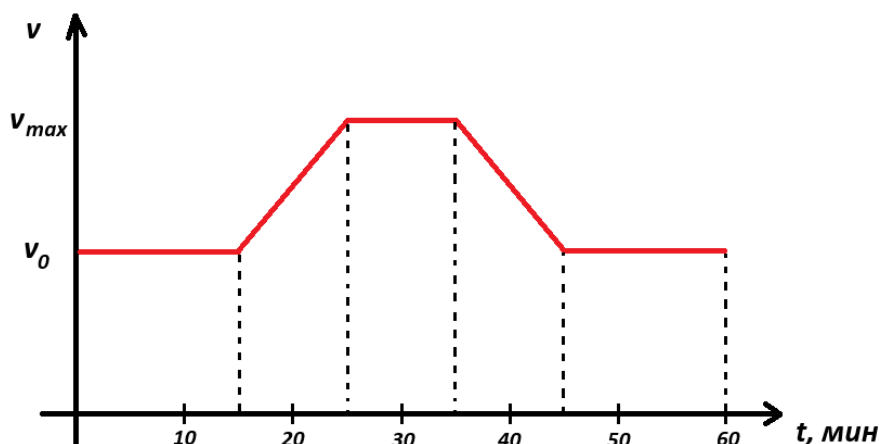
Ответ: $48 = 6 \times 8$.

Решение. Так как все прямоугольники, кроме двух единичных, разной площади, то их общая площадь не меньше, чем $1 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 46$. Так как $46 = 2 \times 23$ и $47 = 1 \times 47$, прямоугольники таких размеров не поместится в данном квадрате 8×8 . Поэтому меньше $6 \times 8 = 48$ быть не может. Как Оля его разрежала, показано на рисунке (приведённый пример не единственный).



Критерии оценивания. Доказано, что наименьшая площадь вырезанного прямоугольника 48 – ставим 7 баллов; приведен любой верный пример его разрезания – ещё 6 баллов. Верное решение – 13 баллов.

5. (10 баллов) Мальчик Феликс занимается легкой атлетикой, поэтому каждый день бежит по стадиону, длина беговой дорожки которого $L=4000$ м в течение одного часа. В начале и в конце тренировки Феликс делает разминку и заминку (бег трусцой по 15 минут со скоростью $V_0=2$ м/с). После разминки Феликс постепенно разгоняется до своей максимальной скорости, бежит так 10 минут, после чего также постепенно сбрасывает скорость. Выяснилось, что Феликс пробежал ровно $N=3$ круга. Чему равна максимальная скорость Феликса?



Ответ: 6 м/с

Решение: За время разминки и заминки Феликс пробежал по:

$$S_1 = S_2 = 15 \text{ мин} \cdot 2 \frac{\text{м}}{\text{с}} = 15 \text{ мин} \cdot 120 \frac{\text{м}}{\text{мин}} = 1800 \text{ м.} \quad (2 \text{ балла})$$

Скорость на участках, где Феликс разгоняется и тормозит, линейно увеличивается и уменьшается, поэтому средняя скорость на этих участках – среднее арифметическое из v_0 и v_{max} .

$t = 10 \text{ мин} = 600 \text{ с}$ – время на втором, третьем и четвёртом участке графика (время разгона, бега с максимальной скоростью и время торможения).

$$S_2 = S_4 = \frac{v_0 + v_{\text{max}}}{2} t \text{ - расстояние, которое пробежал Феликс за разгон и за торможение.} \quad (2 \text{ балла})$$

$$S_3 = v_{\text{max}} t \text{ - расстояние, которое пробежал Феликс с максимальной скоростью.} \quad (2 \text{ балла})$$

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 = S_1 + \frac{v_0 + v_{\text{max}}}{2} t + v_{\text{max}} t + \frac{v_0 + v_{\text{max}}}{2} t + S_5 = 2S_1 + v_0 t + 2v_{\text{max}} t = NL, \quad (2 \text{ балла})$$

L – длина беговой дорожки.

$$v_{\text{max}} = \frac{NL - 2S_1 - v_0 t}{2t}$$

$$v_{\text{max}} = \frac{3 \cdot 4 \text{ км} - 2 \cdot 1800 \text{ м} - 2 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 10 \text{ мин}}{2 \cdot 10 \text{ мин}} = 6 \frac{\text{м}}{\text{с}} \quad (2 \text{ балла})$$

6. (10 баллов) Сложная деталь состоит из трех простых элементов равных объёмов. Известно, что плотности первого и второго элементов отличаются в два раза ($\rho_1 = 2\rho_2$), кроме того, плотность ρ_3 третьего элемента на $0,4 \text{ г/см}^3$ меньше плотности ρ_2 второго. Определите плотность ρ_3 третьего элемента, если общая плотность сложной детали $\rho = 4000 \text{ кг/м}^3$.

Ответ: $2,7 \text{ г/см}^3$

Решение:

$$\rho = 4000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} = 4 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \text{ - средняя плотность.}$$

$$\rho_2 = \rho_3 + \Delta\rho, \text{ где } \Delta\rho = 0,4 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}.$$

$$\rho_1 = 2\rho_2.$$

$$V_1 = V_2 = V_3 = \frac{V}{3}, \text{ где } V \text{ - объем детали.} \quad (3 \text{ балла})$$

$$M = \rho V = \rho_1 \frac{V}{3} + \rho_2 \frac{V}{3} + \rho_3 \frac{V}{3} \quad | \cdot \frac{3}{V} \quad (3 \text{ балла})$$

$$3\rho = \rho_1 + \rho_2 + \rho_3 = 2\rho_2 + \rho_2 + \rho_3 = 3(\rho_3 + \Delta\rho) + \rho_3 = 4\rho_3 + 3\Delta\rho \quad (3 \text{ балла})$$

$$\rho_3 = \frac{3}{4}(\rho - \Delta\rho) = \frac{3}{4}\left(4\frac{\text{г}}{\text{см}^3} - 0,4\frac{\text{г}}{\text{см}^3}\right) = 2,7\frac{\text{г}}{\text{см}^3} \quad (1 \text{ балл})$$

7. (15 баллов) Муравьишка решил бегать по клетчатому листку бумаги размером 5 см на 7 см. Изначально муравьишка находился в точке А (см. рис. 1). Затем он добежал до края листа и побежал по другой стороне с постоянной скоростью $V=0,5$ м/с, и остановился лишь когда достиг точки В. Мальчик Миша внимательно следил за муравьем и отметил точки А и В, но так как они находятся с разных сторон, то Миша поднес листок к свету и место, где просвечивает точка В, для удобства отметил точкой С. Также Миша заметил, что муравьишка добрался из А в В за минимально возможное время. Определите расстояние, которое пробежал муравьишка. Имейте ввиду, что если отрезки a , b и c расположены так, как это показано на рисунке 2, то их длины связаны соотношением $a^2+b^2=c^2$.

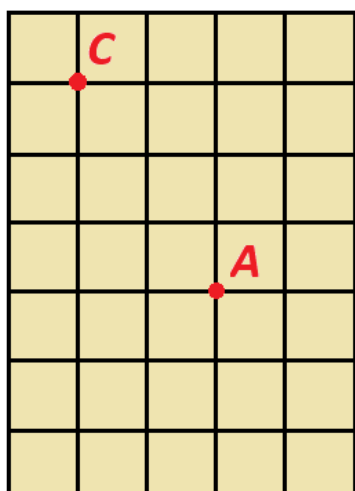


Рис. 1

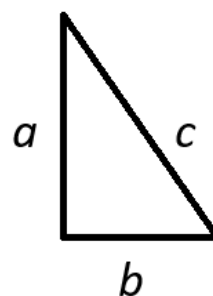


Рис. 2

Ответ: 5 см

Решение: Найдем сначала минимальный путь муравьишки.

Возьмем листок 10 см на 7 см и согнем пополам так, чтобы получился листок 5 см на 7 см. Если Миша отметит на нем точки А, В и С, как в условии, а потом разогнет листок, то получит картинку как на рисунке 1 или как на рисунке 2. Еще Миша может взять листок 5 см на 14 см и согнуть его. При разгибании получится картина как на рисунке 3 или на рисунке 4. (5 баллов)

Минимальный путь для муравьишки – длина отрезка АВ, так как в этом случае муравьишка двигался по прямой.

Рисунок 1

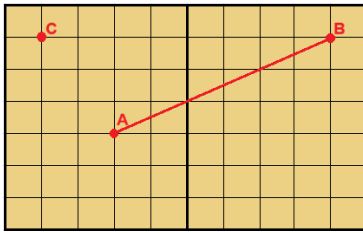


Рисунок 2

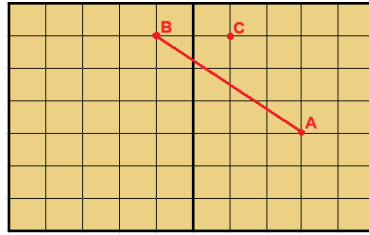


Рисунок 3

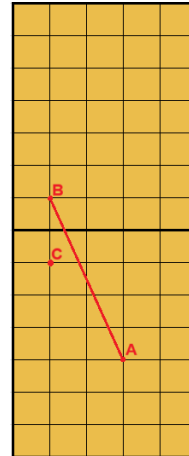
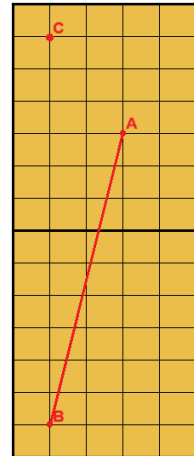


Рисунок 4



Сравним длины отрезков АВ в четырех случаях.

С помощью соотношения из условия вычислим длины и сравним.

(5 баллов)

$$AB_1 = \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{45} \text{ см}$$

$$AB_2 = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} \text{ см}$$

$$AB_3 = \sqrt{2^2 + 9^2} = \sqrt{85} \text{ см}$$

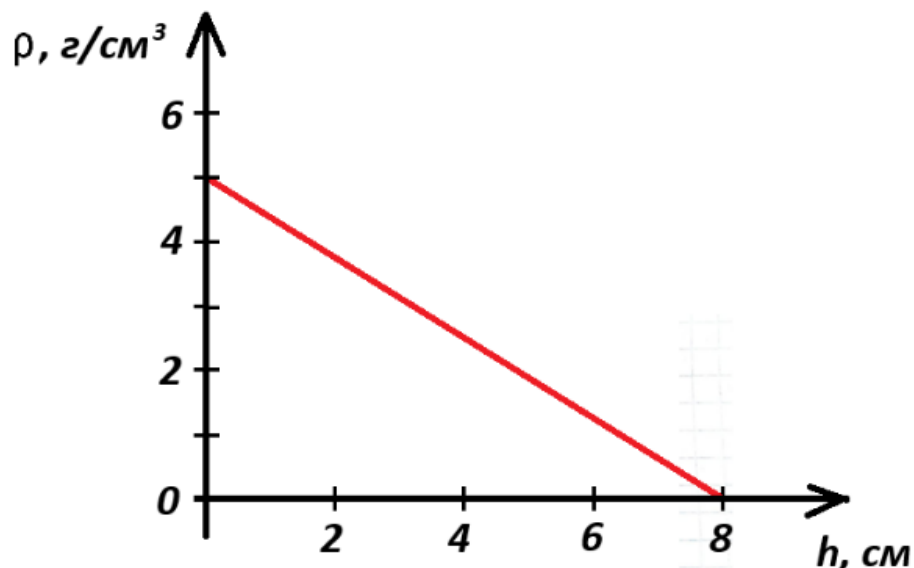
$$AB_4 = \sqrt{2^2 + 5^2} = \sqrt{29} \text{ см}$$

Минимальная длина отрезка АВ и минимальное время получается в случае 2:

$$AB_2 = \sqrt{25} \text{ см} = 5 \text{ см.}$$

(5 баллов)

8. (15 баллов) В широком сосуде находится необычная жидкость, для которой зависимость плотности от глубины $\rho(h)$ линейна и представлена на графике. В сосуд аккуратно помещают небольшой однородный цилиндр высотой $H=20$ см. Известно, что объём погруженной части цилиндра равен $\alpha=0,3$ от всего его объёма. Найдите плотность погруженного цилиндра.



Ответ: $0,9375 \text{ г/см}^3$

Решение: Цилиндр (плотность цилиндра ρ_x) погружен в жидкость на:

$$h = \alpha H = 0,3 \cdot 20 \text{ см} = 6 \text{ см}. \quad (3 \text{ балла})$$

Найдем плотность жидкости на этой глубине $\rho(6 \text{ см})$. $\rho(h) = kh + b$.

$$\begin{cases} 5 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} = k \cdot 0 \text{ см} + b \\ 0 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} = k \cdot 8 \text{ см} + b \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = 5 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \\ k = -\frac{5}{8} \frac{\text{г}}{\text{см}^4} \end{cases}$$

$$\rho(6 \text{ см}) = -\frac{5}{8} \frac{\text{г}}{\text{см}^4} \cdot 6 \text{ см} + 5 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} = 1,25 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \quad (3 \text{ балла})$$

Так как плотность изменяется линейно, то при расчете силы Архимеда можно использовать среднее арифметическое из $\rho(6 \text{ см})$ и $\rho(0 \text{ см})$.

$$\rho_{\text{ср}} = \frac{\rho(6 \text{ см}) + \rho(0 \text{ см})}{2} = \frac{1,25 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} + 5 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}}{2} = 3,125 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}. \quad (3 \text{ балла})$$

Условие равновесия для цилиндра:

$$F_{\text{арх}} = mg \quad (3 \text{ балла})$$

$$\rho_{\text{ср}} g \alpha V = \rho_x V g$$

$$\rho_x = \alpha \rho_{\text{ср}} = 0,3 * 3,125 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} = 0,9375 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \quad (3 \text{ балла})$$