



Задания

1. (11 баллов) Решите неравенство

$$9\sqrt{2 - \log_2 x} - 2|4\log_2 x - 7| \leq 9\log_2 x - 2|4\sqrt{2 - \log_2 x} - 7|.$$

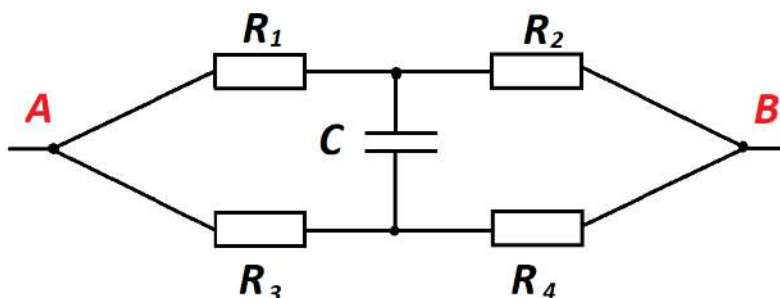
2. (13 баллов) Петя раскрашивает клетчатый прямоугольник размером 8×12 . У него 3 краски: белая, серая, черная. Найдите вероятность того, что при случайном раскрашивании клеток, он раскрасит прямоугольник так, что соседние клетки в нём будут разного цвета, но при этом не будет резкой смены цвета, то есть белая и чёрная клетки не будут соседними. (Клетки – соседние, если у них есть общая сторона).

3. (13 баллов) Известно, что функция $f(x) = ax^2 + (a + 1)x + b$ принимает неотрицательные значения для всех x . Найдите наименьшее значение выражения $2a + b + 1$.

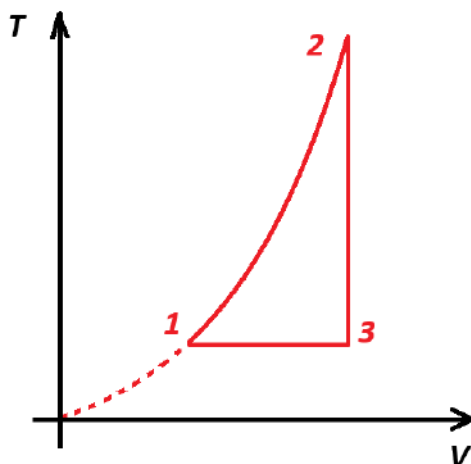
4. (13 баллов) Прямоугольный параллелепипед размером $6 \times 7 \times 11$, разбитый на единичные кубики, проткнули иглой по его диагонали. Сколько единичных кубиков проткнула игла?

5. (10 баллов) Положительно заряженная частица, масса которой m и заряд q , двигаясь вертикально вверх со скоростью v , в момент времени $t=0$ на высоте h попала в однородное горизонтальное магнитное поле, индукция которого B . В тот момент, когда частица достигла наивысшей точки своего полёта, она вылетела из магнитного поля, и, тут же оказалась в однородном электрическом поле. Напряженность электрического поля равна E , и его силовые линии направлены вертикально вниз. Определите, в какой момент времени частица снова окажется на высоте h . Силой тяжести пренебречь.

6. (10 баллов) Электрическая цепь состоит из конденсатора ёмкости $C=200$ мкФ и четырех резисторов сопротивлениями $R_1=10$ Ом, $R_2=20$ Ом, $R_3=30$ Ом и $R_4=40$ Ом. К точкам A и B схемы присоединили источник постоянного напряжения $U_0=210$ В. Определите заряд конденсатора через достаточно большой время после подсоединения источника.



7. (15 баллов) В основе работы тепловой машины лежит цикл, изображенный на рисунке. Процесс 1-2 представляет собой квадратичную зависимость температуры от объема ($T=kV^2$), процесс 2-3 – изохорный, 3-1 – изотермический. Известно, что максимальный и минимальный объёмы в цикле отличаются в 2 раза. Кроме того, модули работ в процессах 1-2 и 3-1 связаны соотношением $A_{12}=2,16A_{31}$. Определите максимальный КПД данной тепловой машины.



8. (15 баллов) На тонкую рассеивающую линзу, оптическая сила которой $D_p = -4$ Дптр, нормально падает пучок света диаметром $d_1 = 5$ см. На экране расположенном параллельно линзе наблюдается светлое пятно диаметром $d_2 = 20$ см. После замены тонкой рассеивающей линзы на тонкую собирающую размер пятна на экране не изменился. Определите оптическую силу D_c собирающей линзы.



Задания

1. (11 баллов) Решите неравенство

$$7\sqrt{2 - \log_3 x} - 3|2\log_3 x - 5| \leq 7\log_3 x - 3|2\sqrt{2 - \log_3 x} - 5|.$$

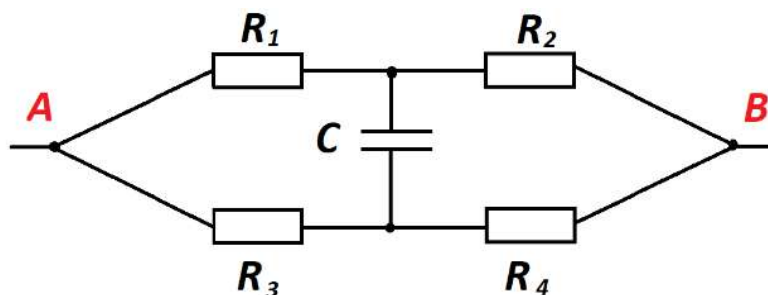
2. (13 баллов) Петя раскрашивает клетчатый прямоугольник размером 6×14 . У него 3 краски: белая, серая, черная. Найдите вероятность того, что при случайном раскрашивании клеток, он раскрасит прямоугольник так, что соседние клетки в нём будут разного цвета, но при этом не будет резкой смены цвета, то есть белая и чёрная клетки не будут соседними. (Клетки – соседние, если у них есть общая сторона).

3. (13 баллов) Известно, что функция $f(x) = ax^2 + (3a + 1)x + b$ принимает неотрицательные значения для всех x . Найдите наименьшее значение выражения $4a + b$.

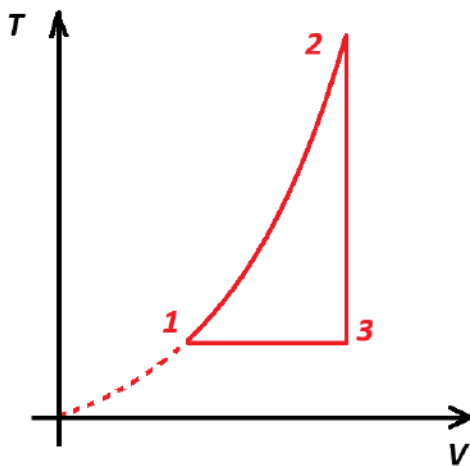
4. (13 баллов) Прямоугольный параллелепипед размером $7 \times 8 \times 13$, разбитый плоскостями, параллельными граням, на единичные кубики, проткнули иглой по его большой диагонали. Сколько единичных кубиков проткнула игла?

5. (10 баллов) Положительно заряженная частица, масса которой m и заряд q , двигаясь вертикально вверх со скоростью v , в момент времени $t=0$ на высоте h попала в однородное горизонтальное магнитное поле, индукция которого B . В тот момент, когда частица достигла наивысшей точки своего полёта, она вылетела из магнитного поля, и, тут же оказалась в однородном электрическом поле. Напряженность электрического поля равна E , и его силовые линии направлены вертикально вниз. Определите, в какой момент времени частица снова окажется на высоте h . Силой тяжести пренебречь.

6. (10 баллов) Электрическая цепь состоит из конденсатора ёмкости $C=500$ мкФ и четырех резисторов сопротивлениями $R_1=20$ Ом, $R_2=10$ Ом, $R_3=40$ Ом и $R_4=30$ Ом. К точкам А и В схемы присоединили источник постоянного напряжения $U_0=420$ В. Определите заряд конденсатора через достаточно большой время после подсоединения источника.



7. (15 баллов) В основе работы тепловой машины лежит цикл, изображенный на рисунке. Процесс 1-2 представляет собой квадратичную зависимость температуры от объема ($T=kV^2$), процесс 2-3 – изохорный, 3-1 – изотермический. Известно, что максимальный и минимальный объёмы в цикле отличаются в 3 раза. Кроме того, модули работ в процессах 1-2 и 3-1 связаны соотношением $A_{12}=3,64 \cdot A_{31}$. Определите максимальный КПД данной тепловой машины.



8. (15 баллов) На тонкую рассеивающую линзу, оптическая сила которой $D_p = -5$ Дптр, нормально падает пучок света диаметром $d_1 = 6$ см. На экране расположенном параллельно линзе наблюдается светлое пятно диаметром $d_2 = 12$ см. После замены тонкой рассеивающей линзы на тонкую собирающую размер пятна на экране не изменился. Определите оптическую силу D_c собирающей линзы.