



Задания

1. (11 баллов) Три бегуна стартуют в одном направлении на одну дистанцию с интервалом в 1 секунду. Скорость, стартовавшего первым, 7 м/сек, вторым – 8 м/сек, третьим – 9 м/сек. Третий бегун финишировал первым, и в момент его финиша сумма расстояний от него до двух остальных бегунов не превышала двух метров. Найдите длину дистанции.

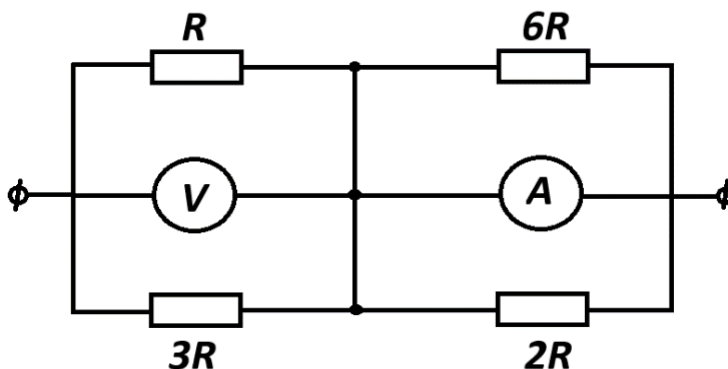
2. (13 баллов) Петя раскрашивает клетчатый прямоугольник размером 8×12 . У него 3 краски: белая, серая, черная. Он должен раскрасить клетки так, чтобы соседние клетки были разного цвета, но при этом не было резкой смены цвета, то есть белая и чёрная клетки не могут быть соседними. (Клетки – соседние, если у них есть общая сторона). Сколько способов у Пети раскрасить доску?

3. (13 баллов) В треугольнике ABC со сторонами $AB=8$, $BC=7$, $AC=6$ проведён серединный перпендикуляр к биссектрисе AD , который пересекает прямую BC в точке E . Найдите $BE:CE$.

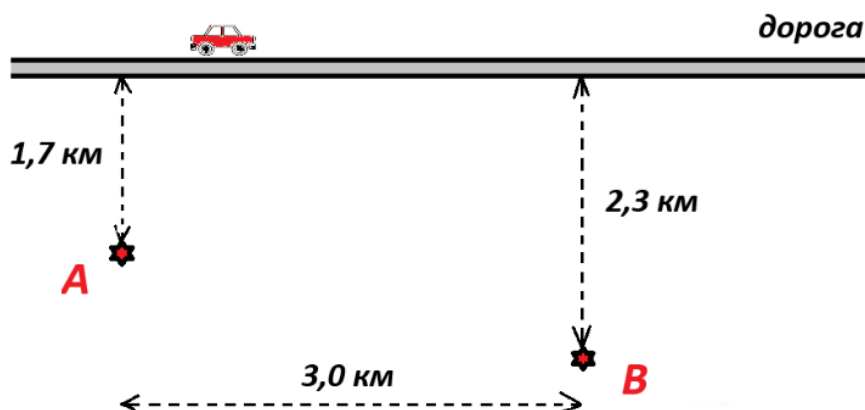
4. (13 баллов) Известно, что для некоторого натурального a числа $2a+15$ и $3a+5$ делятся на число pq , где p и q – простые. Найдите все такие p и q .

5. (10 баллов) В распоряжении лаборанта Максима имеются два сосуда с жидкостями, плотности которых $\rho_1=800 \text{ кг/м}^3$ и $\rho_2=1000 \text{ кг/м}^3$. Максим обратил внимание, что если один и тот же шарик поочередно полностью опускать в данные жидкости, то для удержания шарика в равновесии, необходимо прикладывать одну и ту же силу. Определите плотность материала шарика.

6. (10 баллов) Цепь, состоящую из вольтметра, амперметра и четырех резисторов с сопротивлениями R , $2R$, $3R$ и $6R$ подключили к источнику постоянного напряжения. Известно, что $R = 2 \text{ Ом}$, а вольтметр показал 4,5 В. Что покажет амперметр? Какой ток потечет через резистор R ? Амперметр убрали из цепи. Что после этого покажет вольтметр? Приборы идеальные.

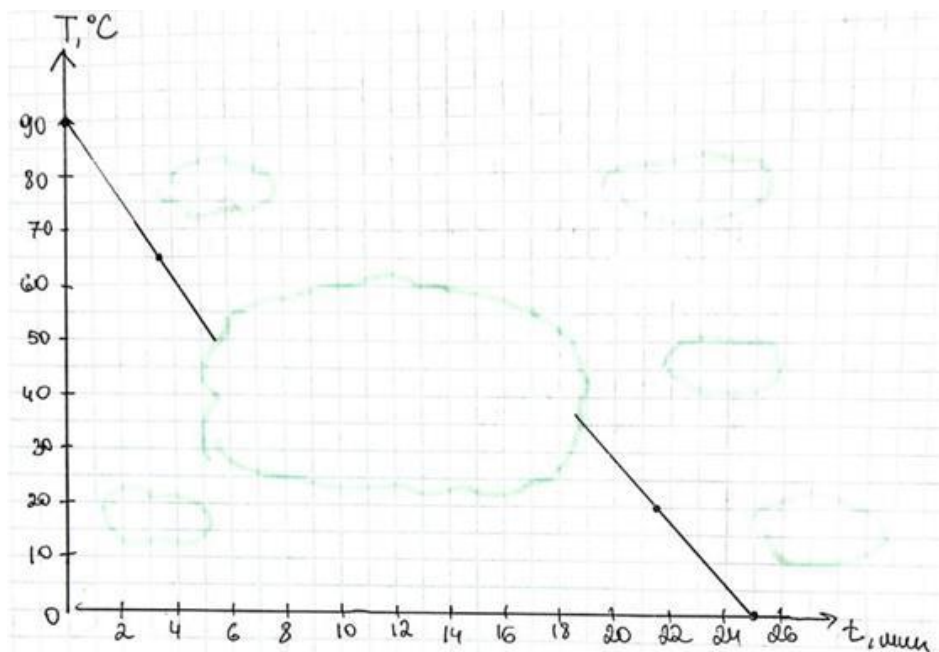


7. (15 баллов) Перед курьером Борисом поставлена следующая задача. Необходимо из пункта А пешком добраться до автомобиля, находящегося на дороге, взять груз и доставить его в пункт В как можно быстрее. Автомобиль может встретить и передать ему груз в любой точке дороги. В автомобиле свободных мест нет, поэтому подвезти Бориса он не сможет, Борис должен передвигаться только пешком, причем его скорость 2,5 км/ч. Кратчайшее расстояние от пункта А до дороги равно 1,7 км, кратчайшее расстояние от пункта В до дороги – 2,3 км, расстояние между пунктами, отсчитываемое вдоль дороги – 3,0 км (см. рисунок). За какое минимальное время Борис справится с поставленной задачей?



8. (15 баллов) В архиве уездного города N обнаружили запечатанный лист с графиком зависимости температуры от времени. На обороте было указано, что некий ученый Кирилл взял один литр воды и начал отводить от него тепло с постоянной скоростью. Как только вся вода превратилась в лед, ученый начал отводить от него тепло с другой постоянной скоростью. Обнаружившие график заметили, что ось времени «съехала» вдоль оси температур. Найдите мощности, с которыми ученый отводил тепло, время, когда вся вода замерзла, а также сдвиг оси времени (в градусах Цельсия).

Теплообменом с окружающей средой можно пренебречь. Плотность воды $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$, удельная теплота плавления льда $\lambda = 330 \text{ кДж/кг}$, удельная теплоёмкость воды и льда $4200 \text{ Дж/кг} \cdot ^\circ\text{C}$ и $2100 \text{ Дж/кг} \cdot ^\circ\text{C}$ соответственно.





Задания

1. (11 баллов) Три бегуна стартуют в одном направлении на одну дистанцию с интервалом в 1 секунду. Скорость, стартовавшего первым, 6 м/сек, вторым – 7 м/сек, третьим – 8 м/сек. Третий бегун финишировал первым, и в момент его финиша сумма расстояний от него до двух остальных бегунов не превышала двух метров. Найдите длину дистанции.

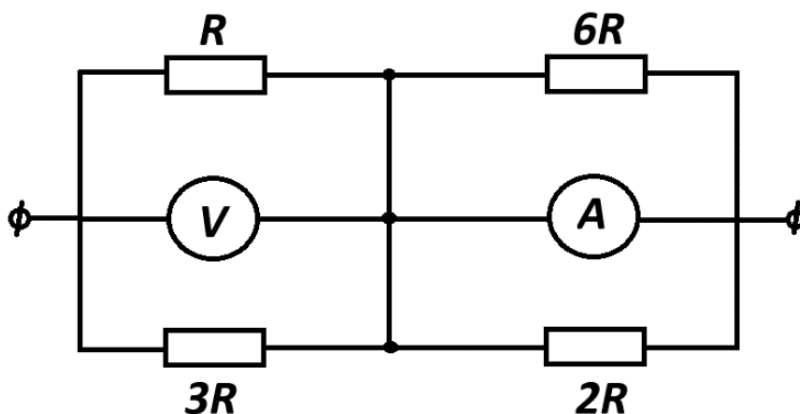
2. (13 баллов) Петя раскрашивает клетчатый прямоугольник размером 6×14 . У него 3 краски: белая, серая, черная. Он должен раскрасить клетки так, чтобы соседние клетки были разного цвета, но при этом не было резкой смены цвета, то есть белая и чёрная клетки не могут быть соседними. (Клетки – соседние, если у них есть общая сторона). Сколько способов у Пети раскрасить доску?

3. (13 баллов) В треугольнике ABC со сторонами $AB = 6$, $BC = 5$, $AC = 4$ проведён серединный перпендикуляр к биссектрисе AD , который пересекает прямую BC в точке E . Найдите $BE : CE$.

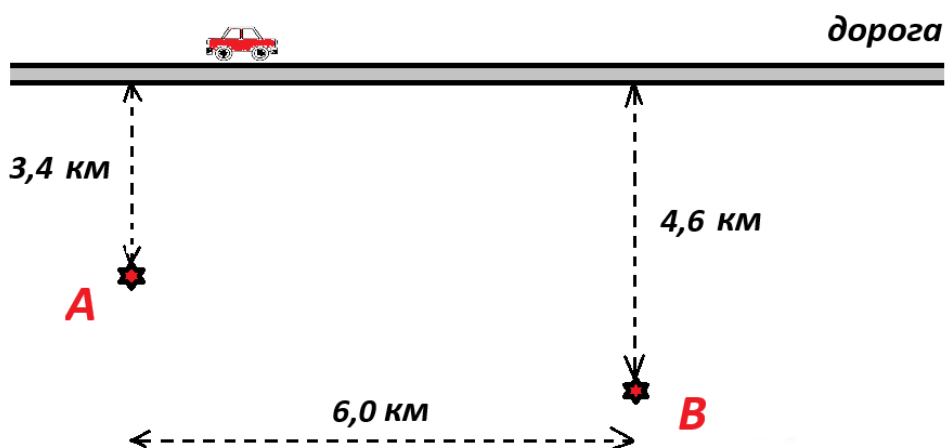
4. (13 баллов) Известно, что для некоторого натурального a числа $4a + 5$ и $3a - 10$ делятся на число pq , где p и q – простые. Найдите все такие p и q .

5. (10 баллов) В распоряжении лаборанта Максима имеются два сосуда с жидкостями, плотности которых $\rho_1 = 600 \text{ кг/м}^3$ и $\rho_2 = 800 \text{ кг/м}^3$. Максим обратил внимание, что если один и тот же шарик поочередно полностью опускать в данные жидкости, то для удержания шарика в равновесии, необходимо прикладывать одну и ту же силу. Определите плотность материала шарика.

6. (10 баллов) Цепь, состоящую из вольтметра, амперметра и четырех резисторов с сопротивлениями R , $2R$, $3R$ и $6R$ подключили к источнику постоянного напряжения. Известно, что $R = 4 \text{ Ом}$, а вольтметр показал 4 В. Что покажет амперметр? Какой ток потечет через резистор R ? Амперметр убрали из цепи. Что после этого покажет вольтметр? Приборы идеальные.



7. (15 баллов) Перед курьером Борисом поставлена следующая задача. Необходимо из пункта А пешком добраться до автомобиля, находящегося на дороге, взять груз и доставить его в пункт В как можно быстрее. Автомобиль может встретить и передать ему груз в любой точке дороги. В автомобиле свободных мест нет, поэтому подвезти Бориса он не сможет, Борис должен передвигаться только пешком, причем его скорость 2 км/ч. Кратчайшее расстояние от пункта А до дороги равно 3,4 км, кратчайшее расстояние от пункта В до дороги – 4,6 км, расстояние между пунктами, отсчитываемое вдоль дороги – 6,0 км (см. рисунок). За какое минимальное время Борис справится с поставленной задачей?



8. (15 баллов) В архиве уездного города N обнаружили запечатанный лист с графиком зависимости температуры от времени. На обороте было указано, что некий ученый Кирилл взял один литр воды и начал отводить от него тепло с постоянной скоростью. Как только вся вода превратилась в лед, ученый начал отводить от него тепло с другой постоянной скоростью. Обнаружившие график заметили, что ось времени «съехала» вдоль оси температур. Найдите мощности, с которыми ученый отводил тепло, время, когда вся вода замерзла, а также сдвиг оси времени (в градусах Цельсия).

Теплообменом с окружающей средой можно пренебречь. Плотность воды $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$, удельная теплота плавления льда $\lambda = 330 \text{ кДж/кг}$, удельная теплоёмкость воды и льда $4200 \text{ Дж/кг} \cdot ^\circ\text{C}$ и $2100 \text{ Дж/кг} \cdot ^\circ\text{C}$ соответственно.

