

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 11101 для 10 класса

1. Пять положительных чисел записаны в ряд. Среднее геометрическое первых трех и среднее геометрическое последних трех из них оба равны S . Третье из этих пяти чисел равно среднему геометрическому остальных четырех. Найдите его.

Ответ. S .

2. Усеченной разностью чисел x и y называется операция $x \dot{-} y$, результат которой равен обычной разности $x - y$, если $x \geq y$, и нулю, если $x < y$.

Решите систему уравнений
$$\begin{cases} 2y \dot{-} (x - 1) = 0 \\ 3y - 4x = 2 \end{cases}.$$

Ответ.
$$\begin{cases} x \leq -7/5, \\ y = (2 + 4x)/3 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x = (3y - 2)/4, \\ y \leq -6/5. \end{cases}$$

3. Известно, что $x + \frac{1}{4x} \leq 3$. Найдите область значений функции

$$f(x) = 8x^3 + (2x)^{-3}$$

при $x > 0$.

Ответ. $f(x) \in [2; 198]$.

4. Существует ли пирамида, в основании которой лежит выпуклый многоугольник, имеющий 2024 диагонали? Если такая пирамида существует, то может ли она быть правильной?

Ответ. Такая пирамида НЕ существует.

5. Решите уравнение $[\cos x]^2 = \sin^2 x - 1$, в котором $[a]$ означает целую часть числа a .

Ответ. $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 12101 для 10 класса

1. Дата 1 января 2024 года приходится на понедельник. Каким днем недели начнется 2610 год?

Ответ: 1.01.2610 — понедельник.

2. Можно ли разбить все натуральные числа от 1 до 2025 на группы так, чтобы в каждой группе было не менее 11 чисел, а одно из чисел в каждой группе было бы равно сумме остальных чисел этой группы?

Ответ: нельзя.

3. Известно, что свободный член a_0 многочлена $P(x)$ с целыми коэффициентами равен 95. Может ли быть $P(20) = P(24) = 2024$?

Ответ: Нет, не может.

4. Рано утром открыли кран и начали заполнять боченок. В 11 ч утра открыли второй кран, и к 13 ч дня боченок наполнился наполовину. В 18 ч боченок был заполнен. Каким может быть самое позднее время открытия первого крана?

Ответ: Первый кран открыли не позже 8 ч утра.

5. Функция $f(x)$ определена при всех $x \neq 0$, на области определения удовлетворяет уравнению

$$3xf(x) - 6f\left(\frac{1}{x}\right) = x^2 + 1 - \frac{2}{x} - 2x.$$

Найдите все такие функции.

Ответ: только $f(x) = (x^2 + 1)/3x$.